

Transforming Mathematics Education

MATEMÁTICAS I NIVEL
SECUNDARIA

Un Enfoque Integrado

MÓDULO 4

Ecuaciones & Desigualdades

MATHEMATICSVISIONPROJECT.ORG

The Mathematics Vision Project

Scott Hendrickson, Joleigh Honey, Barbara Kuehl, Travis Lemon, Janet Sutorius

© 2016 Mathematics Vision Project
All rights reserved.

MÓDULO 4 - TABLA DE CONTENIDO

ECUACIONES & DESIGUALDADES

4.1 Acciones y Reacciones en la Cafetería – Actividad para Desarrollar Comprensión

Explicar cada paso del proceso de resolver una ecuación (A.REI.1)

Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Ecuaciones & Desigualdades 4.1

4.2 Las Ecuaciones de Elvira – Actividad para Solidificar Comprensión

Reorganizando fórmulas para resolver ecuaciones de una variable (N.Q.1, N.Q.2, A.REI.3, A.CED.4)

Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Ecuaciones & Desigualdades 4.2

4.3 Resolviendo Ecuaciones Literales – Actividad de Práctica de Comprensión

Resolver ecuaciones literales (A.REI.1, A.REI.3, A.CED.4)

Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Ecuaciones & Desigualdades 4.3

4.4 Mayor Que – Actividad para Desarrollar Comprensión

Razonar sobre desigualdades y las propiedades de éstas (A.REI.1, A.REI.3)

Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Ecuaciones & Desigualdades 4.4

4.5 ¿Me puede dar más por favor? – Actividad para Solidificar Comprensión

Aplicar las propiedades de las desigualdades para resolverlas (A.REI.1, A.REI.3)

Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Ecuaciones & Desigualdades 4.5

4.6 Tomar Partidos – Actividad de Práctica de Comprensión

Resolver desigualdades lineales y representar la solución (A.REI.1, A.REI.3)

Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Ecuaciones & Desigualdades 4.6



CC BY <https://flic.kr/p/ayDEGr>

4.1 Acciones y Reacciones en la Cafetería

Actividad para Desarrollar Comprensión

Elvira, la gerente de la cafetería, acaba de recibir un embarque de bandejas con el logo de la escuela claramente desplegado en medio de la bandeja. Después de sacar las bandejas de 4 cajas y ponerlas en la fila de la pizza, se da cuenta de que los estudiantes están llegando para el almuerzo y que tendrá que esperar hasta que termine el almuerzo para sacar el resto de las bandejas de las cajas. Las nuevas bandejas son muy populares y en sólo un par de minutos, 24 estudiantes han pasado por la fila de la pizza y están hablando orgullosamente del logo de la escuela en las bandejas, en este momento, Elvira decide dividir el resto de las bandejas que tiene en la fila de la pizza en tres grupos iguales para poner algunas en la fila de la ensalada y en la fila de los sándwiches, esperando atraer estudiantes estas filas. Después de hacer eso, se da cuenta de que solamente tiene 12 bandejas nuevas en cada una de las tres filas.

“No son muchas bandejas por fila. ¿Me pregunto cuántas bandejas había en cada una de las cajas?”

1. Ayuda a la gerente de la cafetería a contestar su pregunta usando los datos del relato sobre cada una de las cosas que hizo. Explica cómo llegaste a tu solución.

Elvira está interesada en recolectar datos sobre el número de estudiantes que usó cada una de las bandejas cada periodo del almuerzo. Ella registró cierta información en notitas adhesivas para analizarlas más tarde. Aquí están algunas de esas notitas:

- Algunos estudiantes están sentados en la mesa de enfrente. (Un accidente en la parte de atrás de la cafetería me distrajo y olvidé registrar cuantos estudiantes había en esa mesa).
- Se ha unido un estudiante a cada uno de los estudiantes de la mesa de enfrente, duplicando el número de estudiantes en la mesa.

- Cuatro estudiantes más se han sentado en la mesa de enfrente.
- Los estudiantes de la mesa de enfrente se separaron en tres grupos iguales, luego dos grupos se fueron, quedando únicamente un tercio de los estudiantes en la mesa.
- Conforme termina el almuerzo, todavía hay 12 estudiantes sentados en la mesa de enfrente.

Elvira se pregunta cuántos estudiantes estuvieron sentados en la mesa de enfrente cuando escribió la primera notita. Desafortunadamente, no está segura en qué orden fueron escritas las tres notitas de en medio, ya que no las acomodó en orden. Se pregunta si esto importa.

2. ¿Importa en qué orden fueron escritas las notitas? Determina cuántos estudiantes estaban sentados originalmente en la mesa de enfrente basado en la secuencia de las notitas que aparecen arriba. Luego reordena las tres notitas de en medio y determina qué significado tiene esto en cuanto al número de estudiantes sentados al principio en la mesa de enfrente.
3. Aquí están tres ecuaciones diferentes que podrían ser escritas basado en una secuencia en particular de las notitas. Analiza cada ecuación y luego enlista el orden de las cinco notitas que representa cada ecuación. Encuentra la solución de cada ecuación.

- $\frac{2(x+4)}{3} = 12$

- $2\left(\frac{x}{3} + 4\right) = 12$

- $\frac{2x+4}{3} = 12$

Los maestros van a necesitar un juego de estas tarjetas en español. (Se las tienen que dar a los estudiantes).

<ul style="list-style-type: none">• <i>Algunos estudiantes están sentados en la mesa de enfrente. (Un accidente en la parte de atrás de la cafetería me distrajo y olvidé registrar cuantos estudiantes había en esa mesa).</i>	<ul style="list-style-type: none">• <i>Algunos estudiantes están sentados en la mesa de enfrente. (Un accidente en la parte de atrás de la cafetería me distrajo y olvidé registrar cuantos estudiantes había en esa mesa).</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>Se ha unido un estudiante a cada uno de los estudiantes de la mesa de enfrente, duplicando el número de estudiantes en la mesa.</i>	<ul style="list-style-type: none">• <i>Se ha unido un estudiante a cada uno de los estudiantes de la mesa de enfrente, duplicando el número de estudiantes en la mesa.</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>Cuatro estudiantes más se han sentado en la mesa de enfrente.</i>	<ul style="list-style-type: none">• <i>Cuatro estudiantes más se han sentado en la mesa de enfrente.</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>Los estudiantes de la mesa de enfrente se separaron en tres grupos iguales, luego dos grupos se fueron, quedando únicamente un tercio de los estudiantes en la mesa.</i>	<ul style="list-style-type: none">• <i>Los estudiantes de la mesa de enfrente se separaron en tres grupos iguales, luego dos grupos se fueron, quedando únicamente un tercio de los estudiantes en la mesa.</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>Conforme termina el almuerzo, todavía hay 12 estudiantes sentados en la mesa de enfrente.</i>	<ul style="list-style-type: none">• <i>Conforme termina el almuerzo, todavía hay 12 estudiantes sentados en la mesa de enfrente.</i>

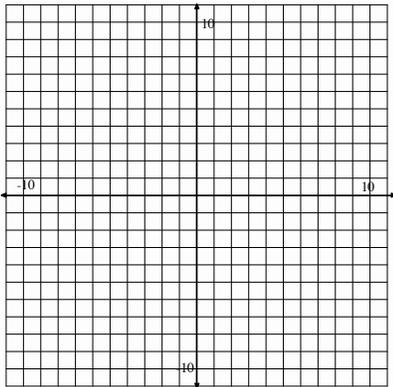
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO	Nombre	Periodo	Fecha
------------------------------------	--------	---------	-------

PREPARACIÓN

Tema: Soluciones de una ecuación.

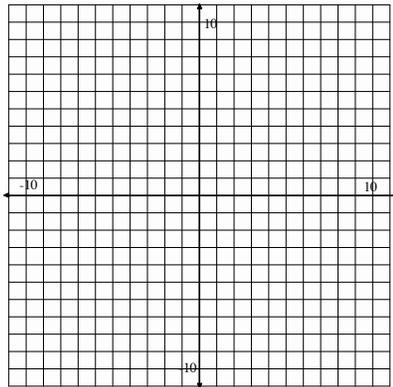
Grafica las siguientes ecuaciones en el eje de coordenadas. Determina si los puntos dados son una solución a la ecuación.

1. $y = 5x - 2$



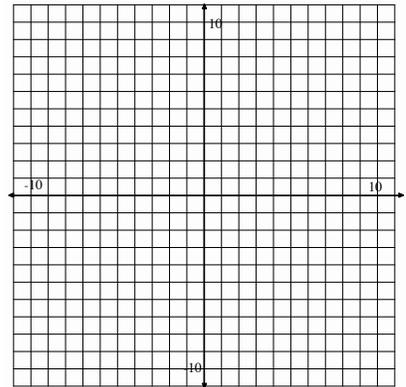
Punto: (1, 3) ¿Si? / ¿No?

2. $y = -\frac{1}{2}x + 8$



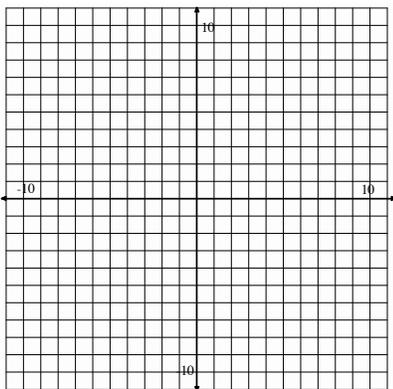
Punto: (0, 7) ¿Si? / ¿No?

3. $y = -x + 4$



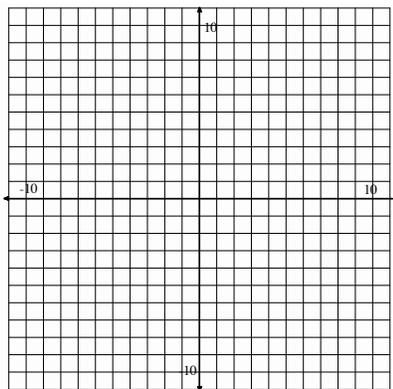
Punto: (2, 2) ¿Si? / ¿No?

4. $y = x + 2$



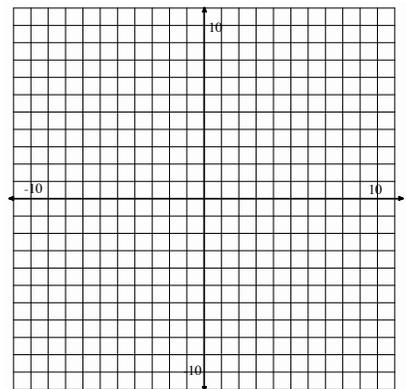
Punto: (1, 3) ¿Si? / ¿No?

5. $y = \frac{5}{2}x - 7$



Punto: (2, -2) ¿Si? / ¿No?

6. $y = -\frac{4}{3}x$



Punto: (2, -5) ¿Si? / ¿No?

PRÁCTICA

Tema: Resuelve ecuaciones lineales usando paréntesis.

Determina si las dos expresiones enlistadas son equivalentes. Explica tu razonamiento.

7. $14 - (3a + 2)$	$14 - 3a - 2$	8. $4b - 10$	$2(2b - 5)$
9. $\frac{(x-7)}{4}$	$\frac{x}{4} - \frac{7}{4}$	10. $\frac{3(w-9)}{5}$	$\frac{3w}{5} - 27$

11. Sin resolver, determina si las dos ecuaciones al calce tienen la misma solución.
 Explica por qué si o por qué no.

$$3(x - 5) = 35 \text{ y } 3x - 5 = 35.$$

12. Circula las expresiones que son equivalentes.

$\frac{4t - 10}{2}$	$\frac{4t}{2} - 10$	$2t - 10$	$4t - 5$
---------------------	---------------------	-----------	----------

Resuelve x.

13. $\frac{4(x-2)}{5} = 20$

14. $4\left(\frac{x}{5} - 2\right) = 20$

15. $\frac{4x-2}{5} = 20$

RENDIMIENTO

Tema: Determina si un número es una solución a una ecuación.

Indica si el valor dado es una solución a la ecuación correspondiente.

Muestra tu trabajo.

16. $a = -3$; $4a + 3 = -9$

17. $x = \frac{4}{3}$;

$\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

¿Si? / ¿No?

¿Si? / ¿No?

18. $y = 2$; $2.5y - 10 = -0.5$

19. $z = -5$;

$2(5 - 2z) = 20 - 2(z - 1)$

¿Si? / ¿No?

¿Si? / ¿No?

20. $w = \frac{1}{4}$; $4w = w + \frac{3}{4}$

21. $b = 5$;

$6x - 2 = 4(x + 2)$

¿Si? / ¿No?

¿Si? / ¿No?



CC BY <https://flic.kr/p/ayDVMz>

4.2 Las Ecuaciones de Elvira

Actividad para Solidificar Comprensión

Elvira, la gerente de la cafetería, quiere mantener un registro de las cosas que se pueden contar o medir en la cafetería. Espera que esto le ayude a mejorar la eficiencia de la cafetería. Como recordatorio para mantener el registro de cantidades importantes, hizo una tabla de variables y descripciones de las cosas que quiere registrar. Aquí esta una tabla de las cosas de las que ha decidido mantener un registro.

Símbolo	Significado (descripción de lo que el símbolo significa en contexto)	Unidades (contado o medido)
<i>S</i>	Número de estudiantes que compran comida en la fila de la ensalada	
<i>W</i>	Número de estudiantes que compran comida en la fila de los sándwiches	
<i>P</i>	Número de estudiantes que compran comida en la fila de la pizza	
<i>F</i>	Número de personas que sirven comida en la cafetería	
<i>M_T</i>	Número de minutos que lleva servir comida a todos los estudiantes	
<i>C</i>	Número de clases en la escuela	
<i>P_L</i>	Precio de la comida	
<i>A</i>		
<i>R</i>		
<i>T</i>		
<i>D_F</i>		
<i>M</i>		

Elvira escribió la siguiente ecuación para describir una relación que parece significativa para ella. Introdujo la variable nueva A para describir esta relación.

$$A = \frac{S+W+P}{C}$$

1. ¿Qué representa A en términos de la escuela y la cafetería? Registra esta información en la tabla de arriba.

- Usando lo que sabes sobre ecuaciones, resuelve la ecuación para S . Tu solución será de la forma $S = \text{una expresión escrita en término de las variables } A, C, W \text{ y } P$.
- ¿Tu expresión para S tiene sentido en términos del significado de las otras variables? Explica por qué si o por qué no.

Aquí está otra de las ecuaciones de Elvira.

$$R = P_L(S + W + P)$$

- ¿Qué representa R en términos de la escuela y la cafetería? Registra esta información en la tabla de arriba.
- Usando lo que sabes sobre ecuaciones, resuelve P_L en esta ecuación.
- ¿Tu expresión para P_L tiene sentido en términos del significado de las otras variables? Explica por qué si o por qué no.
- Elvira se da cuenta de que usa mucho la expresión $S + W + P$ al escribir otras expresiones. Decide representar esta expresión usando la variable T , así que $T = S + W + P$. ¿Qué

representa T en términos de la escuela y la cafetería? Registra esta información en la tabla de arriba.

Elvira va a tener una junta con el personal que trabaja en la cafetería. Ha creado un par de ecuaciones nuevas para el personal que sirve la comida.

$$D_F = \frac{T \cdot P_L}{F} \qquad M = \frac{M_T}{T}$$

8. a. ¿Qué representa D_F en términos de la escuela y la cafetería? Registra esta información en la tabla de arriba.

b. Resuelve P_L en esta ecuación. Describe por qué tu solución tiene sentido en términos de las otras variables.

9. a. ¿Qué representa M en términos de la escuela y la cafetería? Registra esta información en la tabla de arriba.

b. Resuelve T en esta ecuación. Describe por qué tu solución tiene sentido en términos de las otras variables.

10. Uno de los miembros del persona sugiere que ellos necesitan escribir expresiones para lo siguiente. Usando las variables en la tabla, ¿cómo lucirían estas expresiones?
 - a. El promedio de estudiantes a los que se les sirve comida cada minuto

 - b. El promedio de minutos que los estudiantes esperan en la fila de la pizza

PREPARACIÓN

Tema: Aislar una variable con operaciones inversas.

Aísla la variable indicada y luego completa el espacio en blanco de la siguiente declaración.

- Resuelve x ; $ax = 7$ Puedo encontrar $1x$ o x al _____ a ambos lados de la ecuación.
- Resuelve p ; $8 + p = w$ Puedo encontrar $1p$ o p al _____ a ambos lados de la ecuación.
- Resuelve m ; $e = mc^2$ Puedo encontrar $1m$ o m al _____ a ambos lados de la ecuación.
- Resuelve t ; $d = rt$ Puedo encontrar $1t$ o t al _____ a ambos lados de la ecuación.
- Resuelve r ; $d = rt$ Puedo encontrar r al _____ a ambos lados de la ecuación.
- Resuelve h ; $7 - h = 0$ Puedo encontrar h al _____ a ambos lados de la ecuación.
- Resuelve b ; $b - 11 = 3$ Puedo encontrar b al _____ a ambos lados de la ecuación.
- Resuelve y ; $\frac{1}{2}y = k$ Puedo encontrar y al _____ a ambos lados de la ecuación.
- Resuelve h ; $A = \frac{bh}{2}$ Puedo encontrar h al _____ a ambos lados de la ecuación.
- Resuelve x ; $y = mx + b$ Puedo encontrar x al _____ a ambos lados de la ecuación.

PRÁCTICA

Tema: Definir e interpretar variables y unidades de medida.

A Jaxon le gustar ser organizado, así que hizo la siguiente tabla. Decidió que quiere mantener un registro de las millas que corre y el tiempo que pasa corriendo. Asiste a la clase de Educación Física los lunes, miércoles y viernes, pero va a la escuela todos los días. Llena la columna de las Unidades.

Símbolo	Significado (Descripción de lo que el símbolo significa en contexto)	Unidades (Lo que se cuenta o mide)
M	Número de millas que corrió en la clase de Educación Física los lunes	
W	Número de millas que corrió en la clase de Educación Física los miércoles	
F	Número de millas que corrió en la clase de Educación Física los viernes	
S	Número de millas de la casa de Jaxon a la escuela	
H	Tiempo (en horas) para llegar a la escuela	
t_M	Tiempo (en minutos) que pasó corriendo en Educación Física el lunes	
t_W	Tiempo (en minutos) que pasó corriendo en Educación Física el miércoles	
t_F	Tiempo (en minutos) que pasó corriendo en Educación Física el viernes	

Escribe lo que las expresiones al calce significan.
Si una expresión no tiene sentido, di por qué.

11. $M + W + F$ 12. $4(M + W + F)$ 13. $2S$ 14. $t_M + t_W + t_F$
15. $\frac{t_M + t_W + t_F}{3}$ 16. $5(2H)$ 17. $M + H$

RENDIMIENTO

Tema: Notación de conjunto a notación de intervalo. Desigualdades en una línea numérica.
Al calce encontrarás los dominios de varias funciones diferentes. Los dominios son descritos en cada notación de conjunto o notación de intervalo. Completa la notación que hace falta.

Notación de Conjunto	Notación de Intervalo
18. $\{x x \in \mathbb{R}, -2 < x < 6\}$	
19.	$[-4, 7]$
20. $\{x x \in \mathbb{R}, x \geq -9\}$	
21.	$(0, 13]$
22. $\{x x \in \mathbb{R}, -15 \leq x \leq -8\}$	
23.	$[-32, -15)$
24.	$(-\infty, \infty)$

25. ¿Qué tipo de notación (intervalo o conjunto) sería la más apropiada al trabajar con un dominio de números enteros?

Para cada desigualdad dada, grafica los valores descritos en la línea numérica.

26. $x < 6$	
27. $x > 5$	
28. $x \geq -9$	
29. $-7 \leq x < 0$	
30. $3 \leq x \leq 25$	
31. $-15 < x \leq 8$	



4.3 Resolver Ecuaciones

Literalmente

Actividad de Práctica de Comprensión

Resuelve x en cada una de las siguientes ecuaciones:

1. $\frac{3x + 2}{5} = 7$

2. $\frac{3x + 2y}{5} = 7$

3. $\frac{4x}{3} - 5 = 11$

4. $\frac{4x}{3} - 5y = 11$

5. $\frac{2}{5}(x + 3) = 6$

6. $\frac{2}{5}(x + y) = 6$

7. $2(3x + 4) = 4x + 12$

8. $2(3x + 4y) = 4x + 12y$

Escribe una descripción de cada uno de los pasos del proceso usados para resolver x en las siguientes ecuaciones. Tu descripción debe incluir declaraciones de cómo sabes cuál es el siguiente paso. Por ejemplo, puedes escribir, "Primero yo _____, porque _____."

9. $\frac{ax + b}{c} - d = e$

10. $r \cdot \sqrt{\frac{mx}{n}} + s = t$

PREPARACIÓN

Tema: Resolver Desigualdades.

Usa la desigualdad $-9 < 2$ para completar cada renglón en la tabla.

Aplicar cada operación a la desigualdad original $-9 < 2$	Resultado	¿Es el resultado de la desigualdad verdadero o falso?
Ejemplo: Suma 3 a ambos lados.	$-9+3 < 2+3 \rightarrow -6 < 5$	Verdadero
1. Resta 7 a ambos lados.		
2. Suma 15 a ambos lados.		
3. Suma -10 a ambos lados.		
4. Multiplica ambos lados por 10.		
5. Divide ambos lados entre 5.		
6. Multiplica ambos lados por -6.		
7. Divide ambos lados entre -3.		

8. ¿Cuáles son las operaciones que cuando se llevan a cabo en una desigualdad, invierten la desigualdad? (Sé muy específico)

PRÁCTICA

Tema: Resolver ecuaciones literales de más de un paso.

Resuelve la variable indicada. ¡Muestra tu trabajo!.

9. Resuelve h . $Q = 25\pi h$

10. Resuelve h . $Q = \pi r^2 h$

11. Resuelve m . $y = 7m + 6$

12. Resuelve m . $y = mx + b$

13. Resuelve z . $A = (z + 7)3$

14. Resuelve z . $A = (z + 7)w$

15. Resuelve x . $\frac{x+2}{7} = 4$

16. Resuelve x . $\frac{x+2y}{7} = 4$

17. Resuelve x . $\frac{2x}{5} - 9 = 6$

18. Resuelve x . $\frac{2x}{5} - 9y = 6$

19. Resuelve x . $\frac{3}{4}(x - 2) = 12$

20. Resuelve x . $\frac{3}{4}(x - 2y) = 12$

RENDIMIENTO

Tema: Identifica la intersección de la línea de x y la intersección de la línea de y. Localiza la intersección de la línea de x y la intersección de la línea de y en la tabla. Escribe cada una como un par ordenado.

21.

x	y
-4	12
-3	10
-2	8
-1	6
0	4
1	2
2	0

22.

x	y
0	-6
3	-5
6	-4
9	-3
12	-2
15	-1
18	0

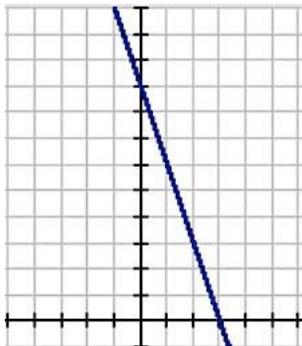
23.

x	y
-3	10
-2	8
-1	6
0	4
1	2
2	0
3	-2

Intersección de la línea de x: Intersección de la línea de x: Intersección de la línea de x:
 Intersección de la línea de y: Intersección de la línea de y: Intersección de la línea de y:

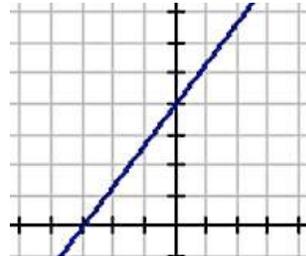
Localiza la intersección de la línea de x y la intersección de la línea de y en la gráfica. Escribe cada una como un par ordenado.

24.



Intersección de la línea de x:
 Intersección de la línea de y:

25.



Intersección de la línea de x:
 Intersección de la línea de y:

Resuelve x en cada ecuación. Provee la justificación para cada paso. Ve los primeros ejemplos como recordatorio de los tipos de justificación que se pueden usar.

Ejemplo:

$3x - 6 = 15$	Justificación
$+6 \quad +6$	Propiedad Aditiva de la igualdad
$\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$	
$x = 7$	

26.

$4x - 10 = 2$	Justificación

27.

$-16 = 3x + 11$	Justificación

28.

$6 - 2x = 10$	Justificación

29.

$6x + 3 = x + 18$	Justificación

30.

$3x - 10 = 2x + 12$	Justificación

31.

$12x + 3y = 15$	Justificación

32.

$X(B + 7) = 9$	Justificación

4.4 ¿Mayor Que?

Actividad para Desarrollar Comprensión



CC BY Sydney G

<https://flic.kr/p/9jwL1>

Para cada situación se te da una declaración matemática y dos expresiones debajo de ésta.

1. Decide cuál de las dos expresiones es mayor, si las expresiones son iguales, o si la relación no puede ser determinada en base a la declaración.
2. Escribe una ecuación o desigualdad que muestre tu respuesta.
3. Explica por qué tu respuesta es correcta.

Cuidado—¡Esto se pone difícil!

Ejemplo:

Declaración: $x = 8$

¿Cuál es mayor? $x + 5$ ó $3x + 2$

Respuesta: $3x + 2 > x + 5$ porque $x = 8$, $3x + 2 = 26$, $x + 5 = 13$ y $26 > 13$.

Inténtalo tú mismo:

1. Declaración: $y < x$
¿Cuál es mayor? $x - y$ ó $y - x$
2. Declaración: $2x - 3 > 7$
¿Cuál es mayor? 5 ó x
3. Declaración: $10 - 2x < 6$
¿Cuál es mayor? x ó 2
4. Declaración: $4x \leq 0$
¿Cuál es mayor? 1 ó x
5. Declaración: n es un entero
¿Cuál es mayor? n ó $-n$

6. Declaración $x > y$
¿Cuál es mayor? $x + a$ ó $y + a$

7. Declaración: $x > y$
¿Cuál es mayor? $x - a$ ó $y - a$

8. Declaración: $5 > 4$
¿Cuál es mayor? $5x$ ó $4x$

9. Declaración: $5 > 4$
¿Cuál es mayor? $\frac{5}{x}$ ó $\frac{4}{x}$

10. Declaración: $0 < x < 10$ y $0 < y < 12$
¿Cuál es mayor? x ó y

11. Declaración: $3^{n+2} \geq 27$
¿Cuál es mayor? n ó 1

PREPARACIÓN

Tema: Escribe una ecuación basándote en el contexto. Interpreta la notación de las desigualdades.

Escribe una ecuación que describa el relato. Luego, contesta la pregunta del relato.

1. Virginia's Painting Service cobra \$10 por trabajo y \$0.20 por pie cuadrado. Si Virginia ganó \$50 por el trabajo de pintura, ¿cuántos pies cuadrados pintó?

2. Rentar la arena de patinaje sobre hielo para una fiesta cuesta \$200 más \$4 por persona. Si el costo final de la fiesta de cumpleaños de Dane fue de \$324, ¿cuántas personas asistieron a su fiesta?

Indica si las siguientes aclaraciones son verdaderas o falsas. Explica tu razonamiento.

3. La notación $12 < x$ significa lo mismo que $x < 12$. Funciona igual que $12 = x$ y $x = 12$.

4. La desigualdad $-2(x + 10) \geq 75$ expresa lo mismo que $-2x - 20 \geq 75$. Puedo multiplicar por -2 el lado izquierdo sin revertir la desigualdad.

5. Al resolver la desigualdad $10x + 22 < 2$, el segundo paso debe expresar $10x > -20$ porque sumé -22 a ambos lados y obtuve un número negativo en la derecha.

6. Al resolver la desigualdad $-5x \geq 45$, la respuesta es $x \leq -9$ porque dividí ambos lados de la desigualdad entre un número negativo.

7. Las palabras que describen la desigualdad $x \geq 100$ son "*x es mayor que o igual a 100.*"

PRÁCTICA

Tema: Resuelve las desigualdades. Verifica que los números dados sean elementos de la solución.

Resuelve x. (Muestra tu trabajo). Indica si el valor dado para x es un elemento de la solución.

8. $2x - 9 < 3$

9. $4x + 25 > 13$

¿Es este valor $x = 6$; ¿si? ¿no?
 parte de la solución?

¿Es este valor $x = -5$; ¿si? ¿no?
 parte de la solución?

10. $6x - 4 \leq -28$

11. $3x - 5 \geq -5$

¿Es este valor $x = -10$; ¿si? ¿no?
 parte de la solución?

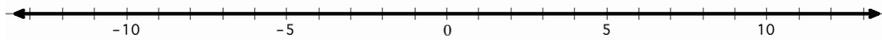
¿Es este valor $x = 1$; ¿si? ¿no?
 parte de la solución?

Resuelve cada desigualdad y grafica la solución en la línea numérica.

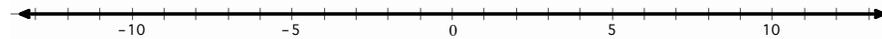
12. $x + 9 \leq 7$



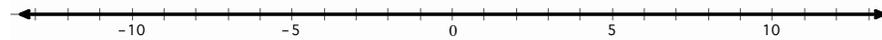
13. $-3x - 4 > 2$



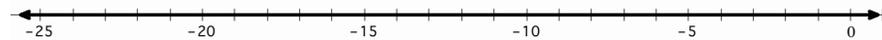
14. $3x < -6$



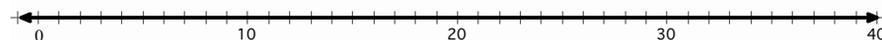
15. $\frac{x}{5} > -\frac{3}{10}$



16. $-10x > 150$



17. $\frac{x}{-7} \geq -5$



Resuelve cada desigualdad de pasos múltiples.

18. $x - 5 > 2x + 3$

19. $\frac{3(x-4)}{12} \leq \frac{2x}{3}$

20. $2(x - 3) \leq 3x - 2$

RENDIMIENTO

Tema: Usa sustitución para resolver los sistemas lineales.

Resuelve cada sistema de ecuaciones usando sustitución.

Ejemplo: $\begin{cases} y = 12 \\ 2x - y = 14 \end{cases}$

La primera ecuación expresa que $y = 12$. Esa información puede ser usada en la segunda ecuación para encontrar el valor de x reemplazando y con 12. La segunda ecuación ahora expresa $2x - (12) = 14$.

Resuelve esta nueva ecuación sumando 12 a ambos lados de la ecuación y luego dividiendo entre 2. El resultado es $x = 13$.

21. $\begin{cases} y = 5 \\ -x + y = 1 \end{cases}$

22. $\begin{cases} x = 8 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$

23. $\begin{cases} 2y = 10 \\ 4x - 2y = 50 \end{cases}$

24. $\begin{cases} 3x = 12 \\ 4x - y = 5 \end{cases}$

25. $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = x + 8 \end{cases}$

26. $\begin{cases} 3x = 9 \\ 5x + y = -5 \end{cases}$

4.5 ¿Me puede dar más por favor?

Actividad para Solidificar Comprensión



CC BY Ben W
Ben+ <https://flic.kr/p/7XPdUm>

Elvira, la gerente de la cafetería, tiene que ser cuidadosa con los gastos y administra la cafetería para servir la mejor comida al precio más bajo. Para hacer esto, Elvira mantiene un registro y analiza todos sus presupuestos.

1. La cafetería de Elvira vende esos pequeños cartones de leche lindos que son típicos en las cafeterías escolares. El proveedor de la leche cobra \$0.35 por cartón de leche, además de un costo de entrega de \$75. ¿Cuál es el número máximo de cartones de leche que Elvira puede comprar si tiene un presupuesto de \$500 para leche?
 - a. Escribe y resuelve una desigualdad que modele esta situación.
 - b. Describe con palabras las cantidades que funcionarían en esta situación.
 - c. Escribe tu respuesta en forma de intervalo y de notación.
2. A los estudiantes les encanta ponerle aderezo Ranch a todo, así que Elvira necesita tener bastante en inventario. ¡Los estudiantes consumen aproximadamente 2.25 galones de Ranch cada día! Elvira empezó el año escolar con 130 galones de aderezo Ranch. Necesita tener al menos 20 galones antes de volver a ordenar, para tener suficiente en inventario antes de que llegue la nueva orden. ¿Para cuántos días le alcanzará el suministro que tiene antes de que tenga que ordenar más?
 - a. Escribe y resuelve una desigualdad que modele esta situación.
 - b. Describe con palabras las cantidades que funcionarían en esta situación.
 - c. Escribe tu respuesta en forma de intervalo y de notación.

3. Los precios de muchos alimentos en la cafetería cambian durante el año. Elvira descubrió que ordenó hamburguesas vegetarianas cuatro veces y que pagó \$78, \$72, \$87 y \$90 por las órdenes. Para mantenerse dentro de su presupuesto, Elvira necesita asegurarse de que la orden promedio de hamburguesas vegetarianas no sea más de \$82. ¿Cuánto puede gastar en la quinta orden para mantener el promedio de órdenes dentro de su presupuesto?
- Escribe y resuelve una desigualdad que modele esta situación.
 - Describe con palabras las cantidades que funcionarían en esta situación.
 - Escribe tu respuesta en forma de intervalo y de notación.
4. Elvira puede comprar pizzas congeladas por \$14.50 cada una. Si ella las prepara en la cafetería, ella gasta \$44.20 en ingredientes and \$6.25 por hacer cada pizza. ¿Cuántas pizzas necesita hacer para que le salga más barato a la cafetería hacerlas que comprarlas congeladas?
- Escribe y resuelve una desigualdad que modele esta situación.
 - Describe con palabras las cantidades que funcionarían en esta situación.
 - Escribe tu respuesta en forma de intervalo y de notación.

5. Elvira está comparando los precios de dos diferentes proveedores de lechuga fresca. Val's Veggies cobra \$250 por entrega más \$1.50 por bolsa de lechuga. Sally's Salads cobra \$100 por entrega más \$4.00 por bolsa de lechuga. ¿Cuántas bolsas tendría que comprar en Val's Veggies para que le salgan más baratas que con el otro proveedor?
- Describe y resuelve una desigualdad que modele esta situación.
 - Describe con palabras las cantidades que funcionarían en esta situación.
 - Describe tu respuesta en forma de intervalo y de notación.
6. Cada estudiante que compra comida en la cafetería paga \$2.75. La cafetería vende aproximadamente entre \$1,168.75 y \$1,438.25. ¿A cuántos estudiantes les vende comida la cafetería usualmente?
- Modela esta situación usando una desigualdad.
 - Describe con palabras las cantidades que funcionarían para esta situación.
 - Describe tu respuesta en forma de intervalo y de notación.

PREPARACIÓN

Tema: Interpretar frases que implican una desigualdad.

Redacta en otras palabras la “oración” como una “oración matemática” Para cada oración matemática se usará uno de los siguientes símbolos: $>$, $<$, \leq , \geq . Usa “x” en lugar del número.

	Oración	Oración matemática
Ejemplo:	Estoy pensando en un número mayor que 13.	$x > 13$
1.	Estoy pensando en un número que es al menos 13.	
2.	Estoy pensando en un número que no es menos que 13.	
3.	Estoy pensando en un número que no excede a 13.	
4.	Estoy pensando en un número que es a lo sumo(máximo) 13.	
5.	Estoy pensando en un número que no es más que 13.	
6.	Estoy pensando en un número que es menos que 13.	
7.	Estoy pensando en un número que no está por encima de 13.	
8.	Estoy pensando en un número que es menor que 13.	
9.	Estoy pensando en un número no está por debajo de 13.	
10.	Estoy pensando en un número que no es mayor que 13.	

PRÁCTICA

Tema: Escribe y resuelve desigualdades de un contexto.

11. Para ganar el concurso de la calabaza más grande en la feria Riverside County, el peso promedio de las dos calabazas de Ethan tiene que ser mayor a 875 libras. Una de las calabazas pesa 903 libras. ¿Cuánto debe pesar por lo menos la segunda calabaza para que Ethan se gane el premio?

a) Escribe una desigualdad que modele esta situación. Asegúrate de definir tus variables.

b) Describe con palabras las cantidades que funcionarían en esta situación.

c) Escribe tu respuesta en notación de intervalo y notación de conjunto.

12. El promedio de los tres exámenes debe ser al menos 93 para obtener una A en clase. Aaron obtuvo 89 en el primer examen y 94 en el segundo. ¿Qué puntuación debe obtener en el tercer examen para obtener una A en clase? (La puntuación más alta es 100).

- a) Escribe y resuelve una desigualdad que modele esta situación. Asegúrate de definir tus variables.
- b) Describe con palabras las cantidades que funcionarían en esta situación.
- c) Escribe tu respuesta en notación de intervalo y notación de conjunto.
13. Una compañía de teléfonos celulares ofrece un plan que cuesta \$35.99 e incluye textos ilimitados. Otra compañía ofrece un plan que cuesta \$19.99 y cobra \$0.25 por texto. ¿A los cuántos textos es el plan de la segunda compañía más caro que la primera compañía?
- a) Escribe y resuelve una desigualdad que modele esta situación. Asegúrate de definir tus variables.
- d) Describe con palabras las cantidades que funcionarían en esta situación.
- d) Escribe tu respuesta en notación de intervalo y notación de conjunto.

RENDIMIENTO

Tema: Usa sustitución para resolver sistemas lineales
Resuelve cada sistema de ecuaciones usando sustitución.

Ejemplo: $\begin{cases} y = x + 3 \\ 2x - y = 14 \end{cases}$

La primera ecuación declara que $y = x + 3$. Esa información puede usarse en la segunda ecuación para encontrar el valor de x reemplazando y con $x + 3$. La segunda ecuación ahora expresa $2x - (x + 3) = 14$. Resuelve esta nueva ecuación empezando con distribuir el negativo sobre $(x + 3)$. La nueva ecuación será $2x - x - 3 = 14$. Combina los términos semejantes. Obtendrás la ecuación equivalente $x - 3 = 14$. Suma 3 a ambos lados. Obtendrás $x = 17$. Pero aún no sabes el valor de y . Ahora que conoces el valor de x , puedes usar cualquier ecuación para encontrar el valor de y . Como la primera ecuación es más sencilla, quizá quieras sustituir el valor conocido de x (recuerda que $x = 17$) en ésta. Debería ser fácil ver a qué equivale y . $y = (17) + 3 = 20$.

21. $\begin{cases} y = x + 5 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$

22. $\begin{cases} x = y - 1 \\ 5x + 2y = 9 \end{cases}$

23. $\begin{cases} y = 10 - x \\ 4x - 2y = 40 \end{cases}$

24. $\begin{cases} x = 1 + y \\ 4x - y = 7 \end{cases}$

4.6 Tomar Partidos

Actividad de Práctica de Comprensión



CC BY Helen Melissakis

<https://flic.kr/p/otDTZi>

Joaquín y Serena trabajan productivamente en su clase de matemáticas. Ambos comparten sus ideas y cuando están en desacuerdo, exponen sus razones y juntos deciden quien está en lo correcto. Actualmente en su clase de matemáticas, están aprendiendo sobre desigualdades. Recientemente tuvieron la siguiente conversación:

Joaquín: El problema dice que “6 menos un número es mayor que 4.” Pienso que solo debemos seguir lo que se dice y escribir: $6 - n > 4$.

Serena: No creo que eso funcione porque si n es 20 y le restas 6 entonces obtienes $20 - 6 = 14$. Pienso que debemos escribir: $n - 6 = > 4$

Joaquín: Estás en lo correcto. Entonces tiene sentido que la respuesta sea $n > 10$, lo que significa que podemos escoger cualquier número mayor que 10.

Las situaciones al calce son otros de los desacuerdos y preguntas que Joaquín y Serena tienen. Tu trabajo es decidir cómo contestar sus preguntas, decidir quién está en lo correcto y dar una explicación matemática de tu razonamiento.

1. A Joaquín y Serena se les asignan graficar la desigualdad $x \geq -7$.
Joaquín piensa que la gráfica debería tener un punto abierto -7.
Serena piensa que la gráfica debería tener un punto cerrado -7.
Explica quién está en lo correcto y por qué.
2. Joaquín y Serena están analizando el problema $3x + 1 > 0$.
Serena dice que la desigualdad siempre es verdadera porque multiplicar un número por tres y luego sumarle uno a éste hace que el número sea mayor que cero.
¿Está en lo correcto? Explica por qué sí o por qué no.

3. El problema en que Joaquín y Serena están trabajando dice que “4 es mayor que x ”.
Joaquín dice que deben escribir: $4 > x$.
Serena dice que deben escribir: $4 + x$
Explica quién está en lo correcto y por qué.
4. Joaquín está pensando seriamente en cuanto a las desigualdades y se le ocurre esta idea:
Si $45 + 47 = t$, entonces $t = 45 + 47$.
Así que, si $45 + 47 < t$, entonces $t < 45 + 47$.
¿Está en lo correcto? Explica por qué sí o por qué no.
5. La respuesta de Joaquín al problema #4 le hizo a Serena pensar en otras similitudes y diferencias en las ecuaciones y desigualdades. Serena se pregunta sobre la ecuación $-\frac{x}{3} = 4$ y la desigualdad $-\frac{x}{3} > 4$. Explícale a Serena las maneras de resolver estos dos problemas y cómo son similares y diferentes. ¿Cómo son las soluciones a los problemas similares y diferentes?
6. Joaquín resolvió $-15q \leq 135$ sumando 15 a cada lado de la desigualdad. Serena dijo que estaba equivocado. ¿Quién piensas que está en lo correcto y por qué?

La solución de Joaquín fue $q \leq 150$. Verificó su trabajo sustituyendo 150 por q en la desigualdad original. ¿Esto comprueba que Joaquín está en lo correcto? Explica por qué sí o por qué no.

Joaquín todavía está escéptico y cree que él está en lo correcto. Encuentra un número que satisfaga su solución pero que no satisfaga la desigualdad original.

7. Serena está verificando su trabajo con Joaquín y se da cuenta de que no están de acuerdo en un problema. Aquí está lo que escribió Serena:

$$3x + 3 \leq -2x + 5$$

$$3x \leq -2x + 2$$

$$x \leq 2$$

¿Está en lo correcto? Explica por qué si o por qué no.

8. Joaquín y Serena tienen problemas resolviendo $-4(3m - 1) \geq 2(m + 3)$
Explica cómo deben resolver la desigualdad, mostrando todos los pasos necesarios e identificando las propiedades que tu usarías.

9. Joaquín y Serena saben que algunas ecuaciones son verdaderas para cualquier valor de la variable y que algunas ecuaciones nunca son verdaderas no importa qué valor se escoja para la variable. Ellos se preguntan sobre las desigualdades. ¿Qué les dirías tú sobre las siguientes desigualdades? ¿Tienen soluciones? ¿Cuáles son? ¿Cómo graficarías las soluciones en una línea numérica?

a. $4s + 6 \geq 6 + 4s$

b. $3r + 5 > 3r - 2$

c. $4(n + 1) < 4n - 3$

10. Se les da a Joaquín y serena la desigualdad literal $ax + b > c$ para resolver x . Joaquín dice que la resolverá como una ecuación. Serena dice que él necesita ser cuidadosa porque si a es un número negativo, la solución será diferente. ¿Qué dices tú? ¿Cuáles son las soluciones para la desigualdad?

PREPARACIÓN

Tema: Resolver ecuaciones y desigualdades de un contexto.

Escribe las situaciones dadas como una ecuación o desigualdad y luego resuélvela.

1. El parque de atracciones local vende membresías de verano por \$50 cada una. El costo normal de entrada al parque es de \$25; la entrada para miembros cuesta \$15.
 - a. Si Darren no quiere gastar más de \$100 en viajes al parque de atracciones este verano, ¿Cuántas visitas puede hacer si compra una membresía con parte de ese dinero?
 - b. ¿Cuántas visitas puede hacer si paga el costo normal de entrada?
 - c. Si aumenta su presupuesto a \$160, ¿cuántas visitas puede hacer como miembro?
 - d. ¿Cuántas visitas puede hacer sin ser miembro con el presupuesto de \$160?
2. Jade acaba de tomar un examen de matemáticas de 20 preguntas, cada pregunta vale un número igual de puntos. El examen vale un total de 100 puntos.
 - a. Escribe una ecuación que se pueda usar para calcular la puntuación de Jade basado en el número de preguntas que sacó correctas en el examen.
 - b. Si una puntuación de 70 equivale a una calificación de C-; ¿Cuántas preguntas necesita Jade sacar correctas para obtener al menos una C-?
 - c. Si una puntuación de 83 equivale a una calificación de B, ¿Cuántas preguntas necesita Jade sacar correctas para obtener al menos una B?
 - d. Supongamos que Jade obtuvo un 60% en el examen y que se le permitió volver a tomar el examen. En la segunda oportunidad, sacó correctas todas las preguntas que sacó correctas la primera vez, y también sacó correctas la mitad de las preguntas que sacó mal la primera vez. ¿Qué porcentaje de las preguntas sacó correctas en total cuando volvió a tomar el examen?

PRÁCTICA

Tema: Resuelve y justifica desigualdades de una variable

Resuelve cada desigualdad justificando cada paso.

3.

$-5x < 35$	Justificación

4.

$x + 68 \geq 75$	Justificación

5.

$2x - 4 \leq 10$	Justificación

6.

$5 - 4x \leq 17$	Justificación

7.

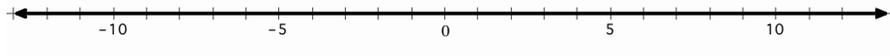
$\frac{x}{-3} > -\frac{10}{9}$	Justificación

8.

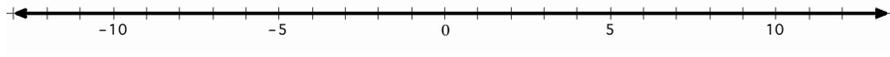
$2(x - 3) \leq 3x - 2$	Justificación

Resuelve cada desigualdad y grafica la solución en la línea numérica.

9. $x - 8 > -20$



10. $x + 11 > 13$



Resuelve cada desigualdad de pasos múltiples.

11. $4x + 3 < -1$

12. $4 - 6x \leq 2(2x + 3)$

13. $5(4x + 3) \geq 9(x - 2) - x$

14. $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}(4x - 1) \geq x + 2(x - 3)$

Tema: Resuelve ecuaciones literales

15. Resuelve C en la siguiente ecuación: $F = \frac{9}{5}C + 32$

16. Dado que $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, vuelve a escribir la fórmula para aislar la variable r .

17. La fórmula para calcular el área de un polígono regular es $A = \frac{1}{2}Pa$. La variable a representa la apotema y P representa el perímetro del polígono. Resuelve la ecuación para la apotema, a .

18. La ecuación $y = mx + b$ es la ecuación de una línea. Aísla la variable b .

19. La ecuación para la circunferencia c de un círculo con radio r es $c = 2\pi r$.
Resuelve la ecuación para el radio, r .

20. La ecuación del área de un círculo A basada en el diámetro d es $A = \pi \frac{d^2}{4}$.
Resuelve la ecuación para aislar el diámetro, d .

RENDIMIENTO

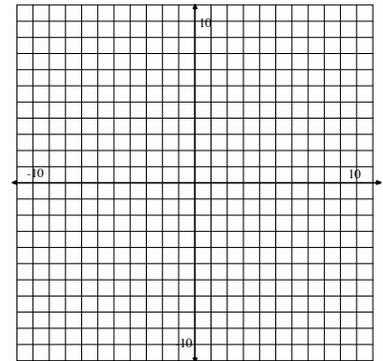
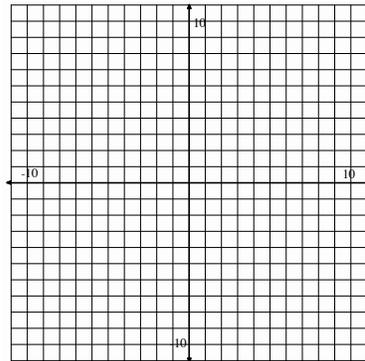
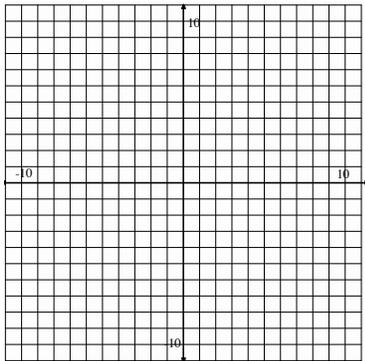
Tema: Resuelve sistemas de ecuaciones mediante la representación gráfica

Grafica ambas líneas en el mismo plano de coordenadas. Identifica el punto de intersección. Luego, evalúa los valores de x e y del punto de intersección en las dos ecuaciones.

21.
$$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ -x + y = 1 \end{cases}$$

22.
$$\begin{cases} 10 + y = 3x \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

23.
$$\begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = -7 \end{cases}$$



This book is shared online by Free Kids Books at <https://www.freekidsbooks.org> in terms of the creative commons license provided by the publisher or author.

Want to find more books like this?



<https://www.freekidsbooks.org>

Simply great free books -

Preschool, early grades, picture books, learning to read,
early chapter books, middle grade, young adult,

Pratham, Book Dash, Mustardseed, Open Equal Free, and many more!

Always Free – Always will be!

Legal Note: This book is in CREATIVE COMMONS - Awesome!! That means you can share, reuse it, and in some cases republish it, but only in accordance with the terms of the applicable license (not all CCs are equal!), attribution must be provided, and any resulting work must be released in the same manner.

Please reach out and contact us if you want more information:

<https://www.freekidsbooks.org/about> Image Attribution: Annika Brandow, from You! Yes You! CC-BY-SA. This page is added for identification.