

*Transforming Mathematics Education*

# SECUNDARIA MATEMATICAS UNO

*Un Enfoque Integrado*

MODULO 6

# Transformaciones Y Simetría

MATHEMATICSVISIONPROJECT.ORG

**The Mathematics Vision Project**

*Scott Hendrickson, Joleigh Honey, Barbara Kuehl, Travis Lemon, Janet Sutorius*

© 2016 Mathematics Vision Project

Original work © 2013 in partnership with the Utah State Office of Education

This work is licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0





## MÓDULO 6 – TABLA DE CONTENIDO

### TRANSFORMACIONES Y SIMETRÍA

#### **6.1 Lagartijas Saltarinas – Actividad para Desarrollar Comprensión**

Desarrollar las definiciones de transformaciones de movimiento rígido: Traslaciones, reflexiones y rotaciones.

(G.CO.1, G.CO.4, G.CO.5)

**Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Transformaciones y Simetría 6.1**

#### **6.2 ¿Es correcto? – Actividad para Solidificar Comprensión**

Examinando la pendiente de líneas perpendiculares (G.CO.1, G.GPE.5)

**Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Transformaciones y Simetría 6.2**

#### **6.3 Rana Saltadora – Actividad para Solidificar Comprensión**

**Determinar cuáles transformaciones de movimiento rígido pueden llevar una imagen a otra imagen congruente**

(G.CO.4, G.CO.5)

**Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Transformaciones y Simetría 6.3**

#### **6.4 Año Bisiesto – Actividad de Práctica de Comprensión**

Escribir y aplicar definiciones formales de transformaciones de movimiento rígido: Traslaciones, reflexiones y rotaciones (G.CO.1, G.CO.2, G.CO.4, G.GPE.5)

**Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Transformaciones y Simetría 6.4**

#### **6.5 Simetrías de Cuadriláteros – Actividad para Desarrollar Comprensión**

Encontrar simetría rotacional y ejes de simetría en tipos especiales de cuadriláteros (G.CO.3, G.CO.6)

**Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Transformaciones y Simetría 6.5**

### **6.6 Simetrías de Polígonos Regulares – Actividad para Solidificar Comprensión**

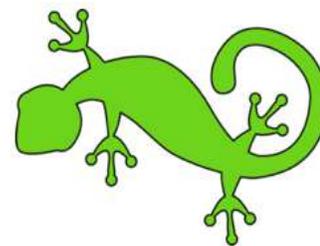
Examinar las características de polígonos regulares que emergen de una simetría rotacional y ejes de simetría (G.CO.3, G.CO.6)

**Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Transformaciones y Simetría 6.6**

### **6.7 Cuadriláteros—Más allá de la Definición – Actividad para Practicar Comprensión**

Hacer y justificar las propiedades de los cuadriláteros usando transformaciones simétricas (G.CO.3, G.CO.4, G.CO.6)

**Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Transformaciones y Simetría 6.7**



## 6. 1 ¡Lagartijas Saltarinas!

### *Actividad para Desarrollar Comprensión*

Actualmente, los dibujos animados son normalmente producidos utilizando tecnología computacional, en lugar de los dibujos hechos a mano como en el pasado. La animación por computadora requiere tanto talento artístico como conocimiento matemático.

Algunas veces los animadores quieren mover una imagen en el monitor de la computadora sin distorsionar de ninguna manera el tamaño y la figura de la imagen, esto se logra usando transformaciones geométricas como traslaciones, reflexiones y rotaciones o quizá una combinación de éstas. Estas transformaciones necesitan ser definidas con precisión, para que no haya duda de dónde quedará la imagen final en el monitor.

¿En dónde piensas que terminará la lagartija mostrada en la cuadrícula en la siguiente página si usamos las siguientes transformaciones? (La lagartija original fue creada marcando los siguientes puntos principales en la cuadrícula. Luego un programa de computadora dibujó la lagartija. Los puntos principales siempre se enlistan en este orden: punta de la nariz, centro de la pata frontal izquierda, estómago, centro de la pata trasera izquierda, punta de la cola, centro de la pata trasera derecha, espalda, centro de la pata frontal derecha).

Puntos principales de la lagartija original:

$\{(12,12), (15,12), (17,12), (19,10), (19,14), (20,13), (17,15), (14,16)\}$

Cada declaración al calce describe una transformación de la lagartija original: Haz lo siguiente para cada una de las declaraciones:

- marca los puntos principales de la lagartija en su nueva ubicación
- conecta los puntos principales de la **pre-imagen** y la **imagen** con los segmentos de línea o arcos, lo que ilustre mejor la relación entre ellos

**Lagartija Perezosa**

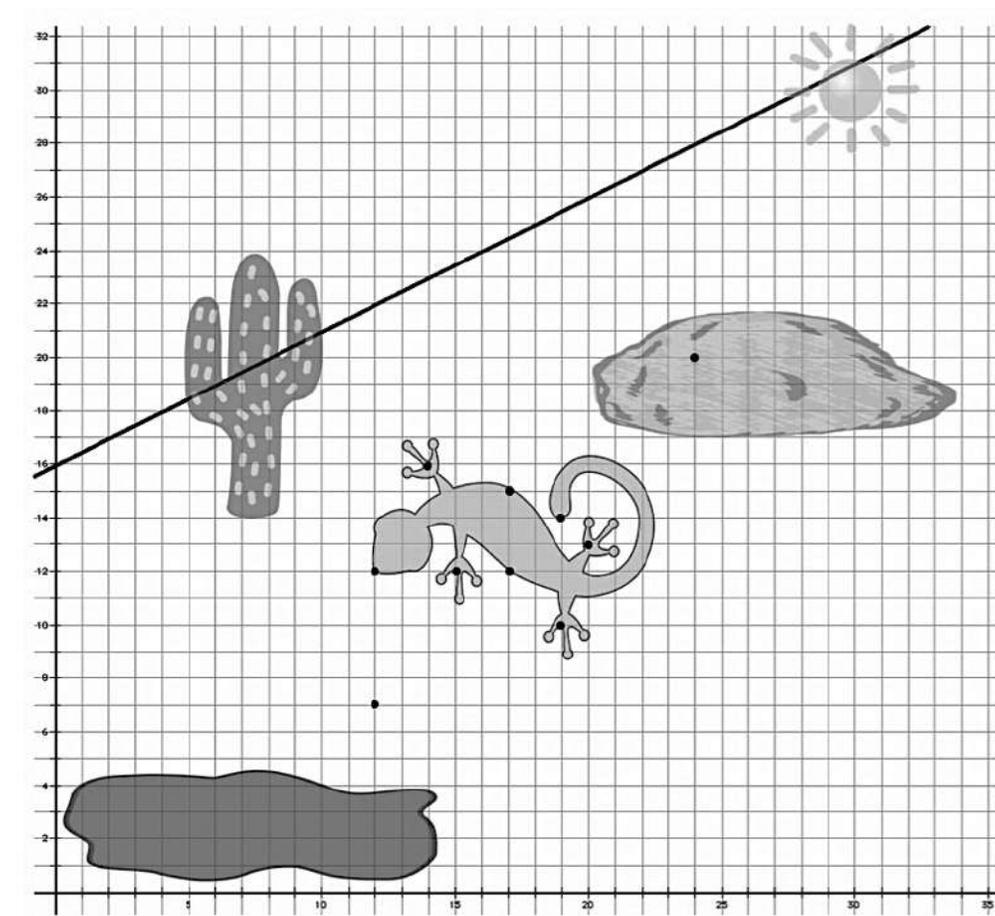
Traslada la lagartija original de manera que el punto de la punta de su nariz esté ubicado en (24, 20), haciendo que la lagartija parezca estar asoleándose en la piedra.

**Lagartija Estocada**

Gira la lagartija 90° sobre el punto A (12,7) para que parezca que la lagartija está sumergiéndose en el charco de lodo.

**Lagartija Saltarina**

Refleja la lagartija sobre la línea dada  $y = \frac{1}{2}x + 16$  de manera que parezca que la lagartija está dando una voltereta hacia atrás sobre el cactus.

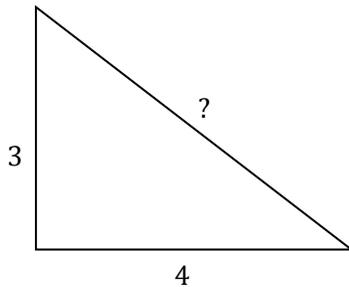


### PREPARACIÓN

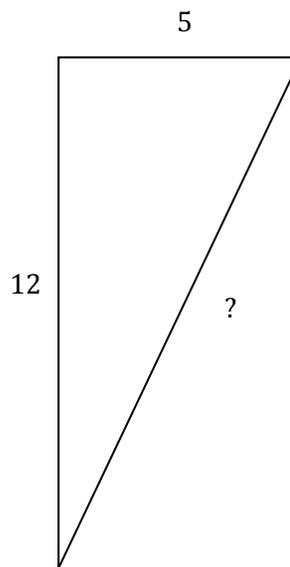
Tema: Teorema de Pitágoras.

Determina la medida del lado que hace falta de cada uno de los siguientes triángulos rectángulos. Pon las medidas en forma exacta si es irracional.

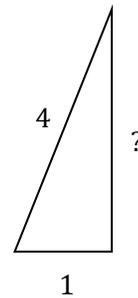
1.



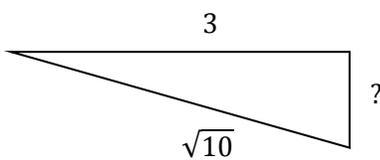
2.



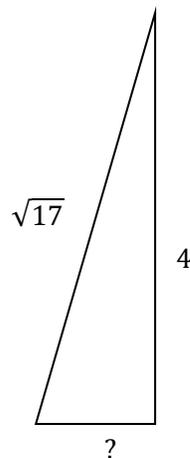
3.



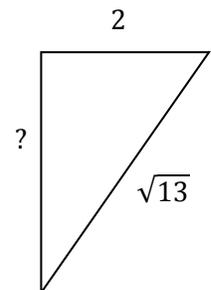
4.



5.



6.



## PRÁCTICA

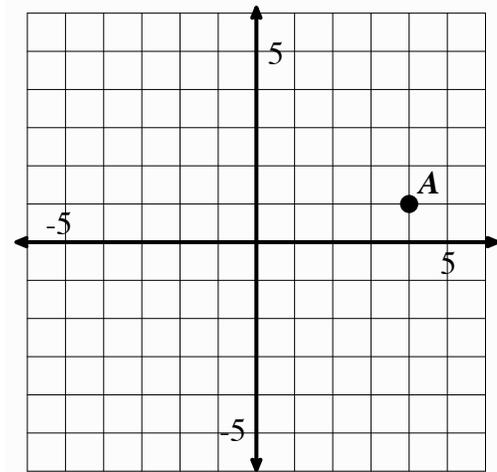
Tema: Transformaciones.

**Transforma los puntos como se indica en cada ejercicio al calce.**

7a. Gira el punto A alrededor del punto de origen  $90^\circ$  en sentido de las manecillas del reloj, etiqueta el punto como  $A'$

b. Refleja el punto A sobre el eje de x, etiqueta el punto como  $A''$

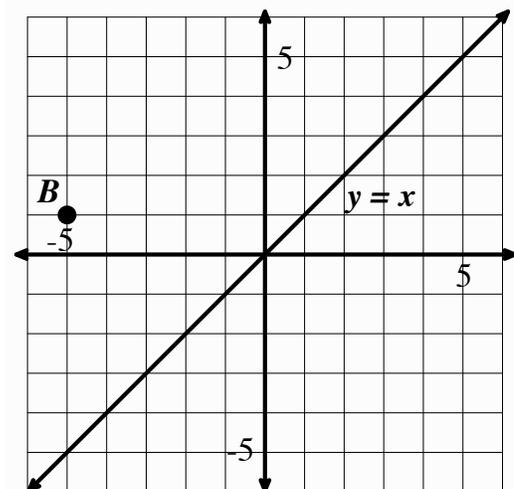
c. Aplica la regla  $(x - 2, y - 5)$ , al punto A y etiqueta como  $A'''$



8a. Refleja el punto B sobre la línea  $y = x$ , etiqueta como  $B'$

b. Gira el punto B  $180^\circ$  sobre el punto de origen, etiqueta como  $B''$

c. Traslada el punto B, 3 puntos hacia arriba y 7 unidades a la derecha, etiqueta como  $B'''$

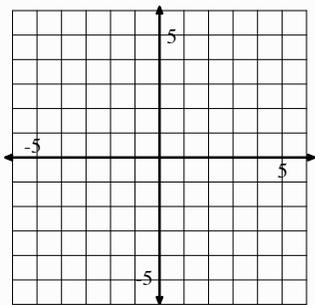


## RENDIMIENTO

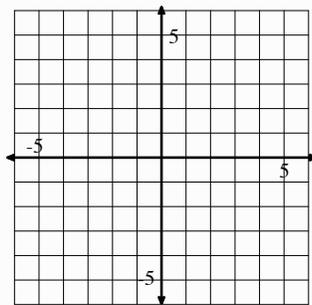
Tema: Representación gráfica de ecuaciones lineales.

Grafica cada función en el plano de coordenadas provista. Extiende la línea tan lejos como te lo permita el plano de coordenadas.

9.  $f(x) = 2x - 3$

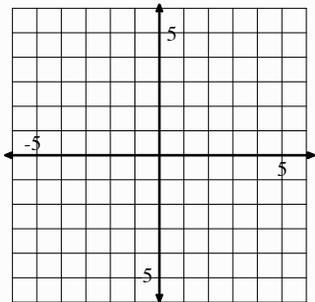


10.  $g(x) = -2x - 3$

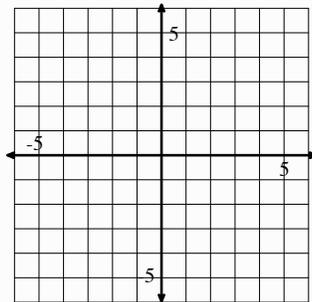


11. ¿Qué similitudes y diferencias hay entre las funciones  $f(x)$  y  $g(x)$ ?

12.  $h(x) = \frac{2}{3}x + 1$

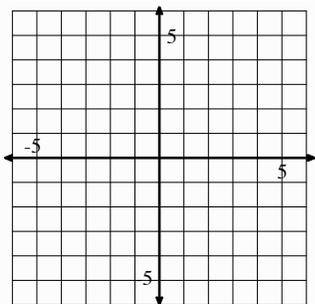


13.  $k(x) = -\frac{3}{2}x + 1$

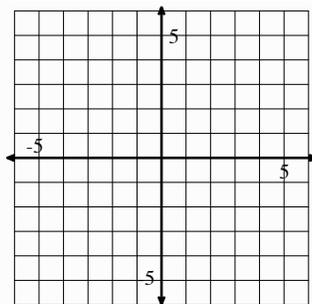


14. ¿Qué similitudes y diferencias hay entre las ecuaciones  $h(x)$  y  $k(x)$ ?

15.  $a(x) = x + 1$



16.  $b(x) = x - 3$



17. ¿Qué similitudes y diferencias hay entre las ecuaciones  $a(x)$  y  $b(x)$ ?

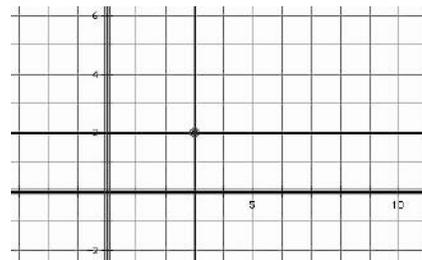
## 6.2 ¿Es correcto?

### *Actividad para Solidificar Comprensión*

En *Lagartijas Saltarinas*, probablemente pensaste mucho en líneas perpendiculares, particularmente al hacer la rotación de la lagartija alrededor de un centro, dado un ángulo de  $90^\circ$  o reflejar la lagartija a través de una línea.

En ejercicios anteriores, hemos hecho la observación de que *las líneas paralelas tienen la misma pendiente*. En este ejercicio, haremos observaciones sobre las pendientes de líneas perpendiculares. Quizá en *Lagartijas Saltarinas* usaste un transportador u otra herramienta o estrategia para ayudarte a trazar un ángulo recto. En este ejercicio, consideramos como crear un ángulo recto prestando atención a las pendientes en el plano de coordenadas.

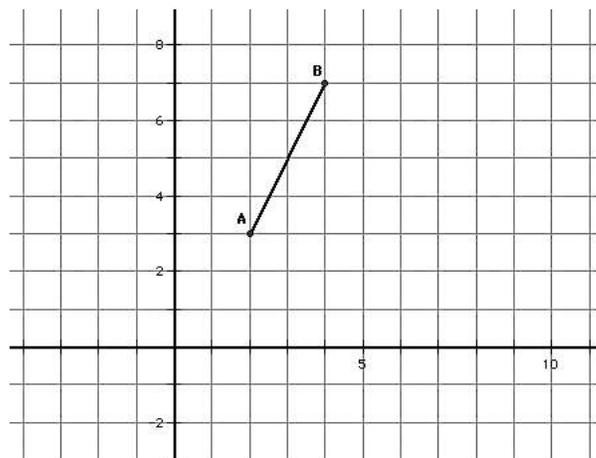
Empezamos afirmando una idea fundamental para nuestro trabajo: *Las líneas horizontales y verticales son perpendiculares*. Por ejemplo, en un plano de coordenadas, la línea horizontal  $y = 2$  y la línea vertical  $x = 3$  se intersectan para formar cuatro ángulos rectos.



¿Pero qué tal si la línea o el segmento de línea no es horizontal o vertical? ¿Cómo determinamos la pendiente de una línea o segmento de línea que será perpendicular a ésta?

#### Experimento 1

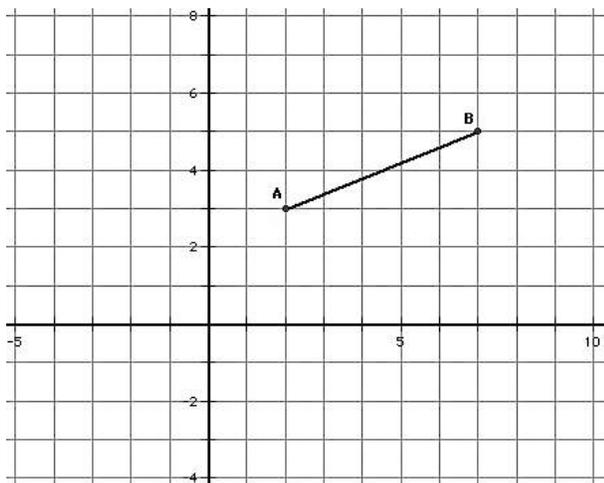
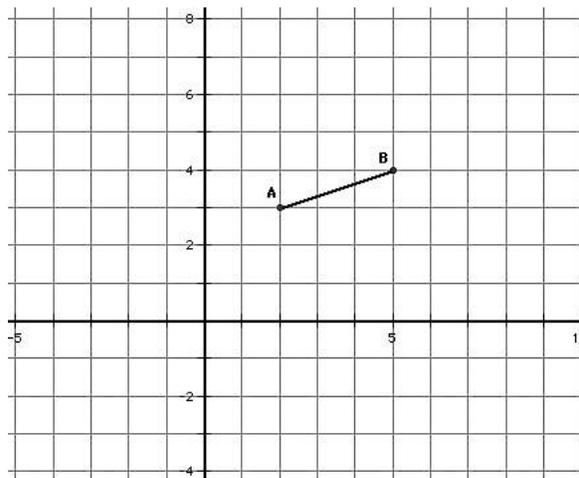
1. Considere los puntos  $A(2, 3)$  y  $B(4, 7)$  y los segmentos de línea,  $\overline{AB}$ , entre ellos. ¿Cuál es la pendiente de este segmento de línea?



2. Localiza un tercer punto  $C(x, y)$  en el plano de coordenadas, de manera que los puntos  $A(2, 3)$ ,  $B(4, 7)$  y  $C(x, y)$  formen los vértices de un ángulo recto, con  $\overline{AB}$  como su hipotenusa.
3. Explica cómo sabes que el triángulo que formaste contiene un ángulo recto.
4. Ahora gira este triángulo rectángulo  $90^\circ$  sobre el vértice  $(2, 3)$ . Explica cómo sabes que has girado el triángulo  $90^\circ$ .
5. Compara la pendiente de la hipotenusa del triángulo rectángulo que giraste, con la pendiente de la hipotenusa de la pre-imagen. ¿Qué notas?

### Experimento 2

Repite los pasos del 1-5 de arriba para los puntos  $A(2, 3)$  y  $B(5, 4)$ .

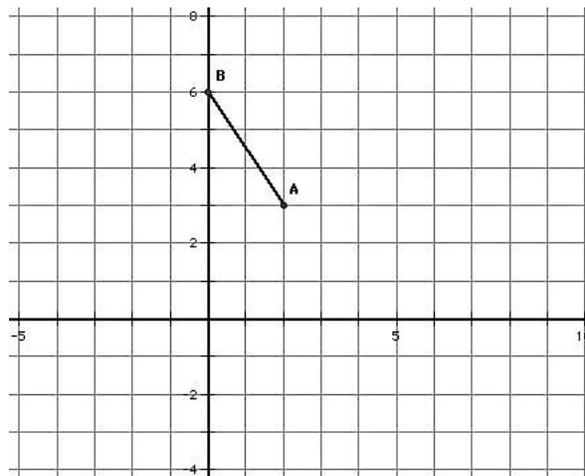


### Experimento 3

Repite los pasos del 1-5 de arriba para los puntos  $A(2, 3)$  y  $B(7, 5)$ .

#### Experimento 4

Repite los pasos del 1-5 de arriba para los puntos  $A (2, 3)$  y  $B (0, 6)$ .



Basado en los experimentos del 1-4, haz una observación sobre las pendientes de líneas perpendiculares.

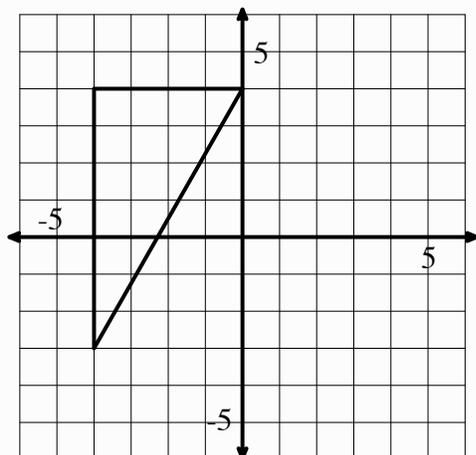
Aun cuando esta observación está basada en unos cuantos ejemplos específicos, ¿puedes crear un argumento o justificación sobre por qué esto es siempre cierto? (Nota: Examinarás una prueba formal de esta observación en un módulo más adelante).

### PREPARACIÓN

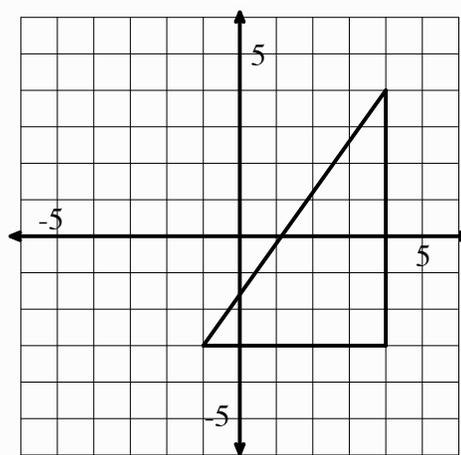
Tema: Encontrar la Distancia usando el Teorema de Pitágoras.

Usa el plano de coordenadas para encontrar la longitud de cada lado de los triángulos proporcionados. Da tus respuestas en forma exacta y cuando sea necesario, redondea al centésimo más cercano.

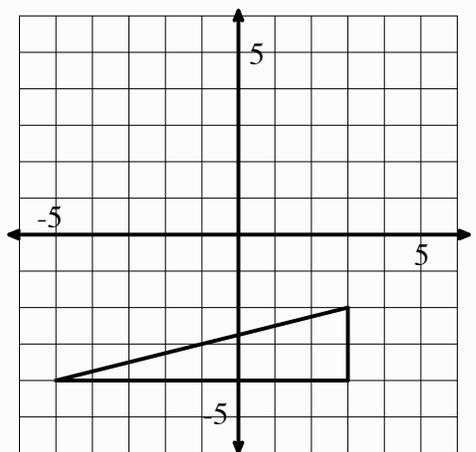
1.



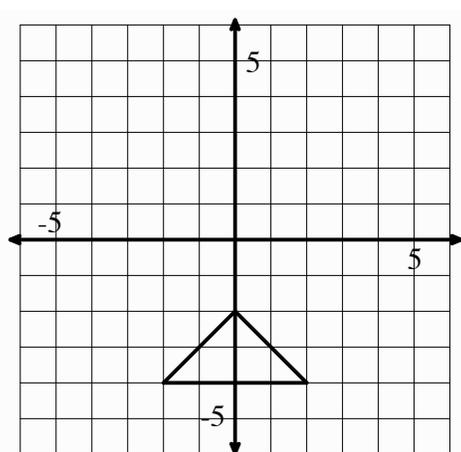
2.



3.



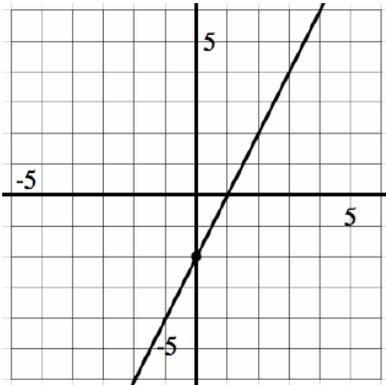
4.



**PRÁCTICA**

Tema: Pendientes de líneas paralelas y perpendiculares.

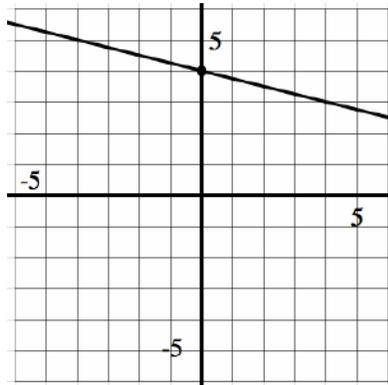
5. Grafica una línea *paralela* a la línea dada.



Ecuación de la línea dada:

Ecuación de la línea nueva:

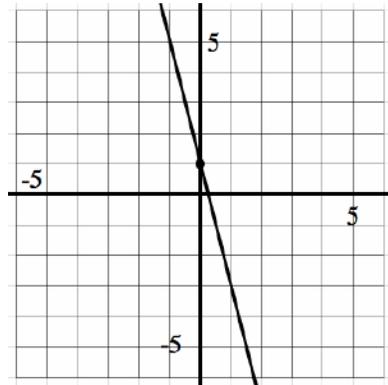
6. Grafica una línea *paralela* a la línea dada.



Ecuación de la línea dada:

Ecuación de la línea nueva:

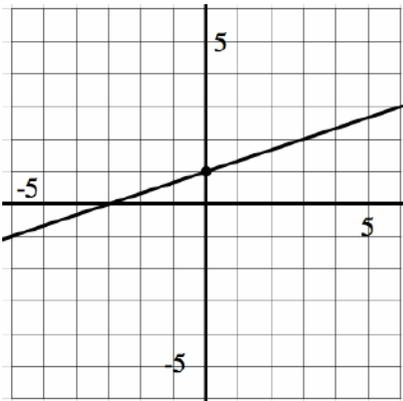
7. Grafica una línea *paralela* a la línea dada.



Ecuación de la línea dada:

Ecuación de la línea nueva:

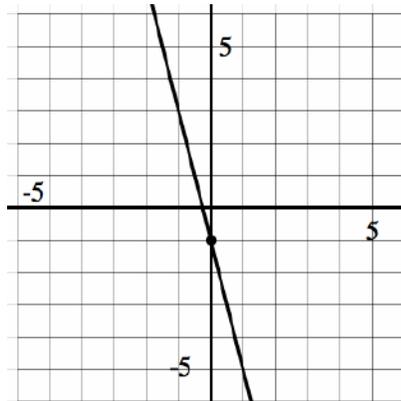
8. Grafica una línea *perpendicular* a la línea proporcionada.



Ecuación de la línea dada:

Ecuación de la línea nueva:

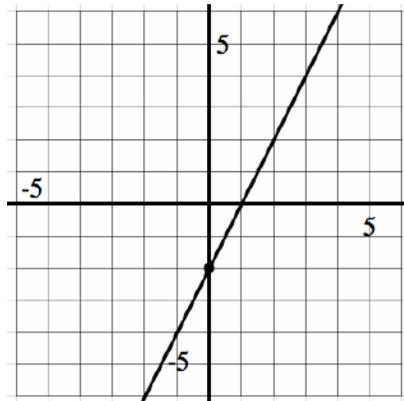
9. Grafica una línea *perpendicular* a la línea proporcionada.



Ecuación de la línea dada:

Ecuación de la línea nueva:

10. Grafica una línea *perpendicular* a la línea proporcionada.



Ecuación de la línea dada:

Ecuación de la línea nueva:

## RENDIMIENTO

Tema: Resolver las siguientes ecuaciones.

**Resuelve la variable indicada en cada ecuación.**

11.  $3(x - 2) = 5x + 8$ ; Resuelve  $x$ .

12.  $-3 + n = 6n + 22$ ; Resuelve  $n$ .

13.  $y - 5 = m(x - 2)$ ; Resuelve  $x$ .

14.  $Ax + By = C$ ; Resuelve  $y$ .



## 6. 3 Rana Saltadora

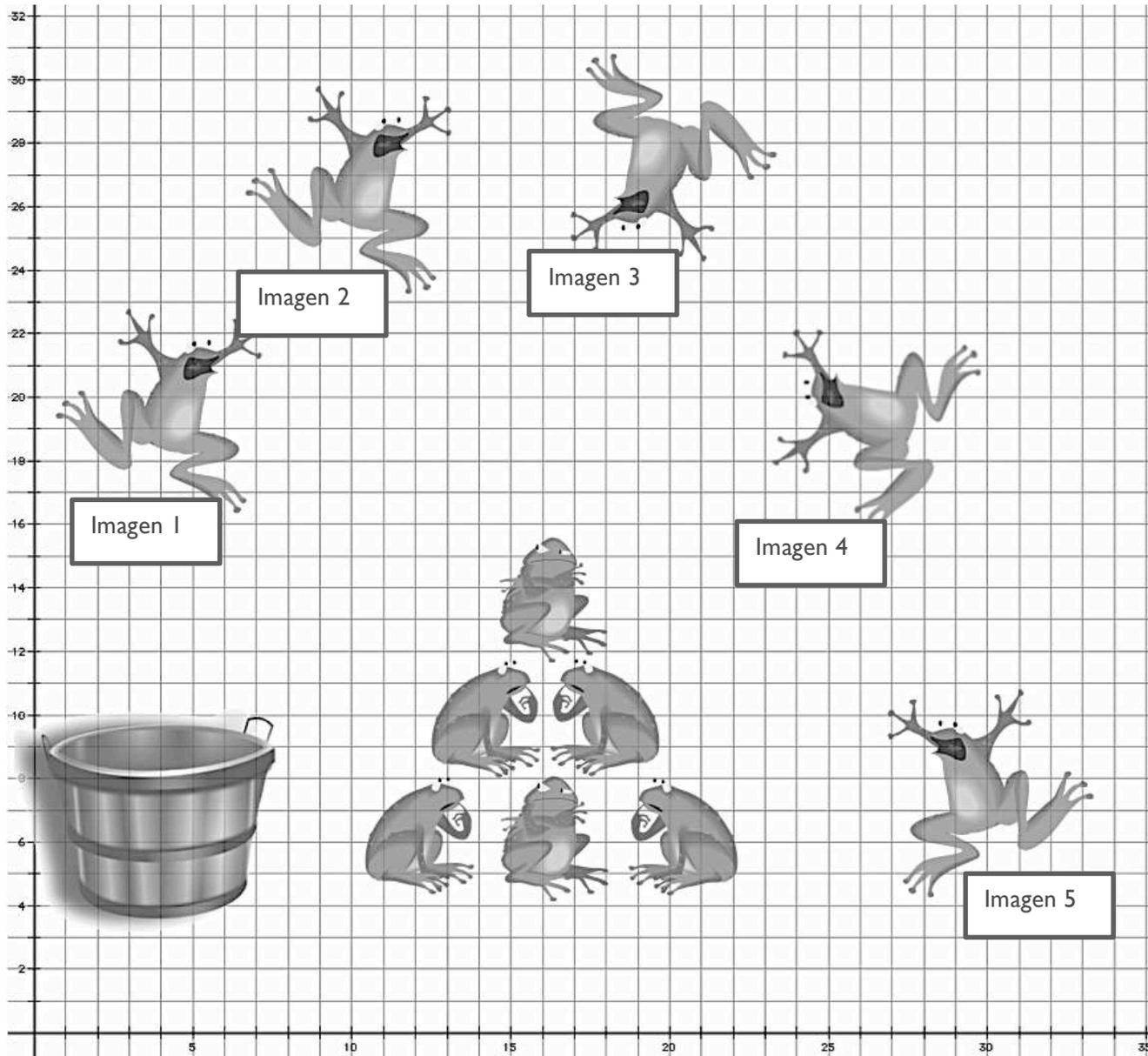
### *Actividad para Solidificar Comprensión*

Josh está animando una escena en la que una compañía de teatro de ranas se presentó a una audición para el *reality show* de *Animal Channel "The Bayou's Got Talent"*. En esta escena, las ranas están demostrando sus habilidades acrobáticas. Josh ha terminado algunas imágenes principales para este segmento y ahora necesita describir las transformaciones que conectan varias imágenes en la escena.

Por cada combinación de pre-imagen/imagen listada al calce, describe la transformación que mueve la pre-imagen a la imagen final.

- Si decides que la transformación es una rotación, necesitarás proporcionar el centro de rotación, la dirección de ésta (en sentido de las manecillas del reloj/en sentido contrario a las manecillas del reloj) y la medida del ángulo de rotación.
- Si decides que la transformación es una reflexión, necesitarás proporcionar la ecuación de la línea de reflexión.
- Si decides que la transformación es una traslación, necesitarás describir la elevación de la recta (*rise*) y el recorrido de la recta (*run*) entre los puntos de la pre-imagen y los puntos correspondientes de la imagen.
- Si decides que es una combinación de transformaciones para llegar de la pre-imagen a la imagen final, entonces describe cada transformación en el orden en que se hicieron.

Pre-imagen	Imagen Final	Descripción
imagen 1	imagen 2	
imagen 2	imagen 3	
imagen 3	imagen 4	
imagen 1	imagen 5	
imagen 2	imagen 4	



images this page:

CC0 <http://openclipart.org/detail/33781/architetto>

CC0 <http://openclipart.org/detail/33979/architetto>

CC0 <http://openclipart.org/detail/33985/architetto>

CC0 <http://openclipart.org/detail/170806/hatar205>

**PREPARACIÓN**

Tema: Rotaciones y reflexiones de figuras.

**En cada problema habrá una pre-imagen y varias imágenes basadas en la pre-imagen proporcionada. Determina cuáles de las imágenes son rotaciones de la pre-imagen y cuáles de ellas son reflexiones de la pre-imagen. Si una imagen parece ser el resultado de una rotación y una reflexión, indica ambas. (Compara todas las imágenes con la pre-imagen).**

1.



Pre-Imagen

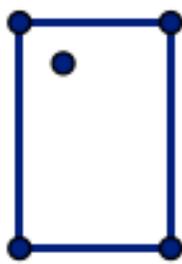


Imagen A

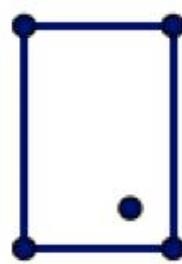


Imagen B

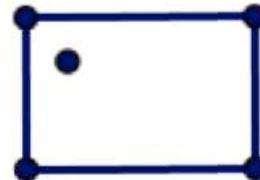


Imagen C

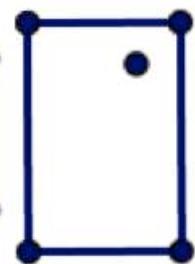


Imagen D

2.



Pre-Imagen



Imagen A

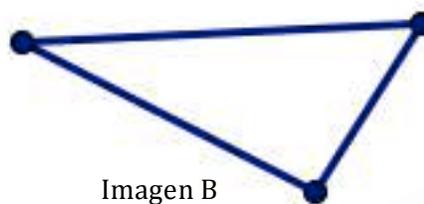


Imagen B

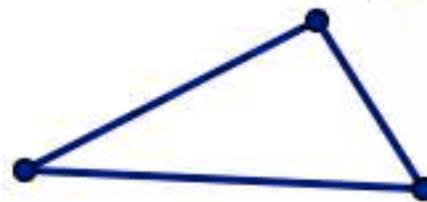


Imagen C

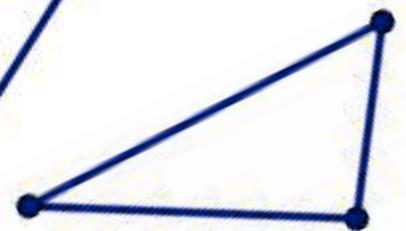


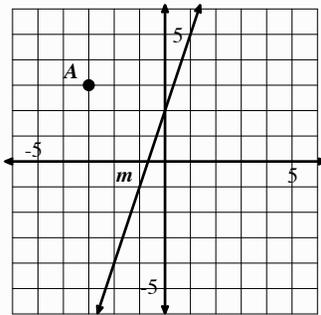
Imagen D

**PRÁCTICA**

Tema: Puntos de reflexión y rotación.

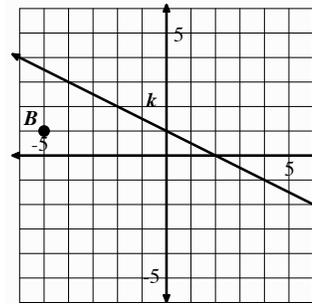
En cada uno de los planos de coordenadas hay un punto marcado y una línea. Usa la línea como línea de reflexión para reflejar el punto dado para crear su imagen reflejada sobre la línea de reflexión. (Pista: Los puntos se reflejan a lo largo de trayectorias perpendiculares a la línea de reflexión. Usa pendiente perpendicular).

3.



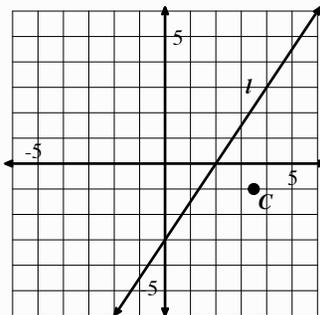
Refleja el punto  $A$  sobre la línea  $m$  y etiqueta la imagen  $A'$

4.



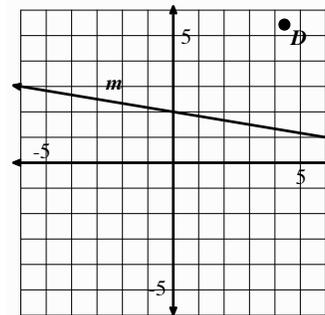
Refleja el punto  $B$  sobre la línea  $k$  y etiqueta la imagen  $B'$

5.



Refleja el punto  $C$  sobre la línea  $l$  y etiqueta la imagen  $C'$

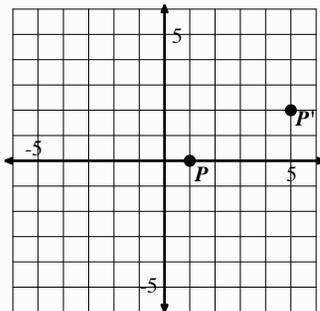
6.



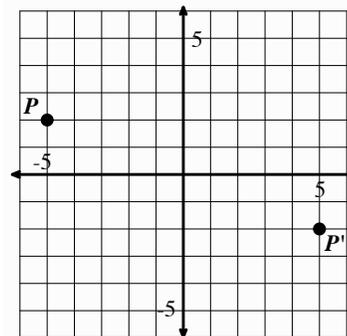
Refleja el punto  $D$  sobre la línea  $m$  y etiqueta la imagen  $D'$

Para cada par de puntos,  $P$  y  $P'$  dibuja una línea de reflexión que se necesite usar para reflejar  $P$  sobre  $P'$ . Después encuentra la ecuación de la línea de reflexión.

7.

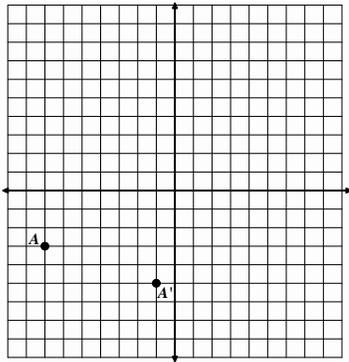


8.

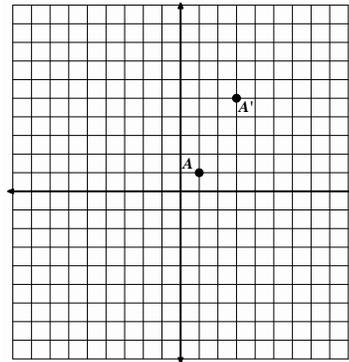


Para cada par de puntos,  $A$  y  $A'$  dibuja una línea de reflexión que se necesite usar para reflejar  $A$  sobre  $A'$ . Después encuentra la ecuación de la línea de reflexión.

9.



10.



**RENDIMIENTO**

Tema: Pendiente de líneas paralelas y perpendiculares y encontrar la pendiente y distancia entre los dos puntos.

Por cada ecuación lineal, escribe la pendiente de una línea paralela a la línea dada.

11.  $y = -3x + 5$

12.  $y = 7x - 3$

13.  $3x - 2y = 8$

Por cada ecuación lineal, escribe la pendiente de una línea perpendicular a la línea dada.

14.  $y = -\frac{2}{7}x + 5$

15.  $y = \frac{1}{5}x - 4$

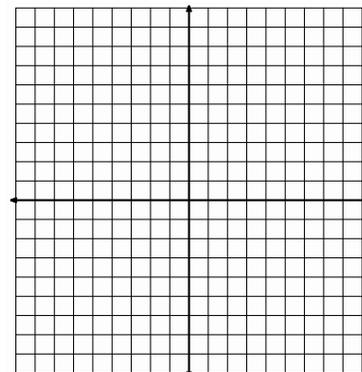
16.  $3x + 5y = -15$

Encuentra la *pendiente* entre cada par de puntos. Después, usa el Teorema de Pitágoras para encontrar la *distancia* entre cada par de puntos. Puedes usar la gráfica para ayudarte conforme lo necesites.

17.  $(-2, -3)$   $(1, 1)$

a. Pendiente:

b. Distancia:



18.  $(-7, 5)$   $(-2, -7)$

a. Pendiente:

b. Distancia:



## 6. 4 Año Bisiesto

### *Actividad para Practicar Comprensión*

Carlos y Clarita están hablando con Juanita sobre su negocio más reciente. Ellos han creado una agenda diaria que es educacional y de entretenimiento. La agenda consiste de 365 páginas unidas, una página por cada día del año. La agenda es divertida ya que las imágenes en la parte inferior de la página forman un *flip-book* cuando se hojeará rápidamente. La agenda es educacional ya que las páginas contienen algunos datos interesantes. Cada mes tiene un tema diferente y los datos de cada mes han sido escritos de manera que encajan con el tema. Por ejemplo, el tema de enero es astronomía, el de febrero es matemáticas y el de marzo civilizaciones antiguas. Carlos y Clarita han aprendido mucho al investigar los datos que han incluido y han disfrutado el crear la animación del *flip-book*.

Los gemelos están emocionados de compartir el prototipo con Juanita antes de mandarlo a imprimir. Sin embargo, Juanita tiene una preocupación grande. “El año que viene es bisiesto” explica, “necesitarán 366 páginas”.

Ahora Carlos y Clarita tienen el dilema de crear una página extra para insertarla entre el 28 de febrero y el 1° de marzo.

Aquí están las páginas de la agenda que diseñaron.

**28 de febrero**

Un círculo es el conjunto de todos los puntos en un plano que están equidistantes de un punto fijo llamado el centro del círculo.

Un ángulo es la unión de dos rayos que comparten un punto final común.

Un ángulo de rotación se forma cuando un rayo es girado alrededor de su extremo. El rayo que marca la pre-imagen de la rotación es llamado el “rayo inicial” y el que marca la imagen de la rotación es llamado el “rayo terminal”.

El ángulo de rotación también se puede referir al número de grados que una figura ha sido girada sobre un punto fijo, con una rotación en sentido opuesto a las manecillas del reloj siendo considerada una dirección positiva de rotación.

**1 de marzo**

¿Por qué hay 360° en un círculo?

Una teoría es que astrónomos de antaño establecieron que un año tenía aproximadamente 360 días, así que el sol avanzaría en su ruta relativa a la tierra en aproximadamente una rotación de  $1/360$  o un grado cada día. (Los 5 días extras en un año eran considerados días de mala suerte).

Otra teoría es que los Babilonios dividieron primero un círculo en partes con un hexágono dentro de 6 triángulos equiláteros dentro. Los ángulos de los triángulos equiláteros localizados en el centro fueron divididos en 6 partes iguales, ya que el sistema numérico de los Babilonios estaba basado en 60 (en lugar de una base de 10 como nuestro sistema numérico).

Otra razón puede ser que 360 tiene 24 divisores, un círculo puede ser fácilmente dividido en muchas partes más pequeñas de igual tamaño.

### **Parte 1**

---

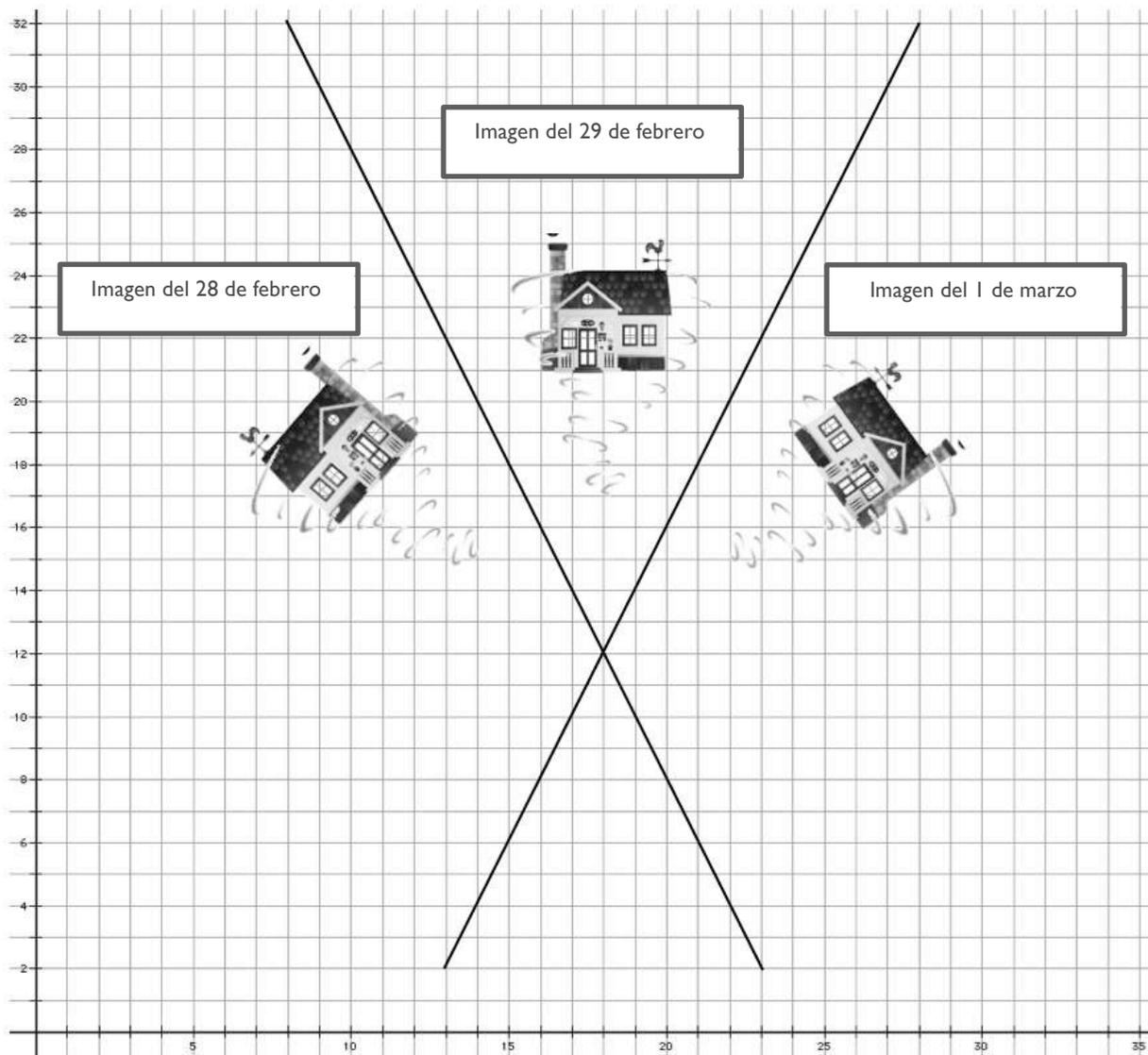
Ya que el tema para febrero es matemáticas, Clarita sugiere que escriban definiciones formales sobre transformaciones de movimiento rígido que han estado usando para crear las imágenes del flip-book.

¿Cómo completarías cada una de las siguientes definiciones?

1. Una traslación de un conjunto de puntos en un plano . . .
  
2. Una rotación de un conjunto de puntos en un plano . . .
  
3. Una reflexión de un conjunto de puntos en un plano . . .
  
4. Las traslaciones, rotaciones y reflexiones son transformaciones de movimiento rígido porque . . .

Carlos y Clarita usan estas palabras y frases en sus definiciones: Mediatriz perpendicular, centro de rotación, equidistante, ángulo de rotación, círculos concéntricos, paralelo, imagen, pre-imagen, conserva la distancia y ángulo dentro de la forma. Revisa tus definiciones para que también usen estas palabras o frases.





Images this page:

<http://openclipart.org/detail/168722/simple-farm-pack-by-viscious-speed>

[www.clker.com/clipart.tornado-gray](http://www.clker.com/clipart.tornado-gray)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

Nombre

Periodo

Fecha

## PREPARACIÓN

Tema: Definir polígonos y sus atributos.

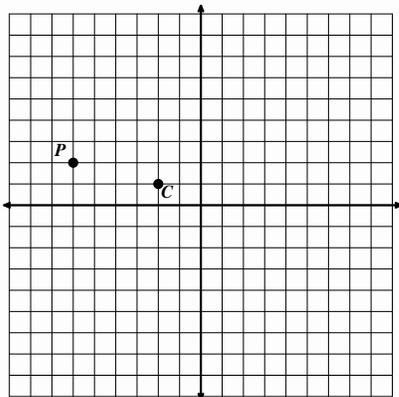
**Escribe una definición del objeto y los elementos esenciales de cada una de las palabras geométricas al calce.**

1. Cuadrilátero:
2. Paralelogramo:
3. Rectángulo:
4. Cuadrado:
5. Rombo:
6. Trapezoide:

## PRÁCTICA

Tema: Reflexiones y rotaciones, composición de reflexiones para crear una rotación.

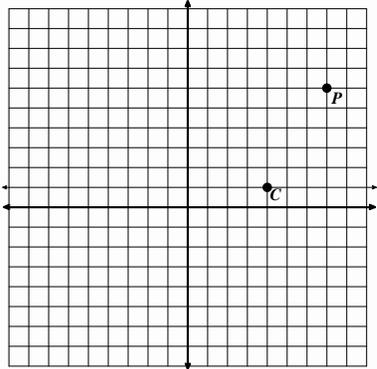
7.



Usa el punto de centro de rotación  $C$  y gira el punto  $P$   $90^\circ$  en sentido de las manecillas del reloj. Etiqueta la imagen  $P'$ .

Con el punto  $C$  como el centro de rotación gira también el punto  $P$   $180^\circ$ . Etiqueta este punto  $P''$ .

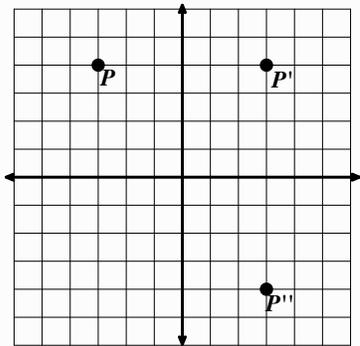
8.



Usa el punto de centro de rotación  $C$  y gira el punto  $P$   $90^\circ$  en sentido de las manecillas del reloj. Etiqueta la imagen  $P'$ .

Con el punto  $C$  como el centro de rotación gira también el punto  $P$   $180^\circ$ . Etiqueta la imagen  $P''$ .

9.

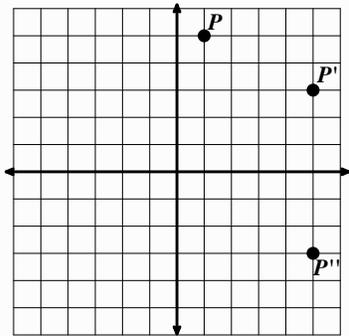


a. ¿Cuál es la ecuación para la línea de reflexión que refleja el punto  $P$  en el  $P'$ ?

b. ¿Cuál es la ecuación para la línea de reflexión que refleja el punto  $P$  en el  $P''$ ?

c. ¿El punto  $P''$  puede ser considerado también una rotación del punto  $P$ ? Si es así, ¿cuál es el punto de rotación y cuántos grados fue girado el punto  $P$ ?

10.

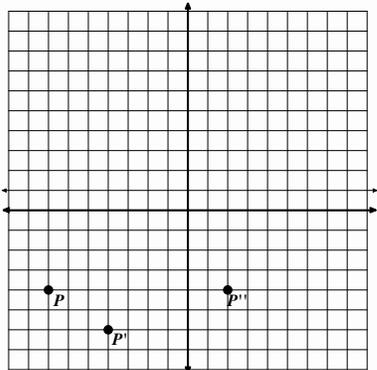


a. ¿Cuál es la ecuación para la línea de reflexión que refleja el punto  $P$  en el  $P'$ ?

b. ¿Cuál es la ecuación para la línea de reflexión que refleja el punto  $P$  en el  $P''$ ?

c. ¿El punto  $P''$  puede ser considerado también una rotación del punto  $P$ ? Si es así, ¿cuál es el punto de rotación y cuántos grados fue girado el punto  $P$ ?

11.



a. ¿Cuál es la ecuación para la línea de reflexión que refleja el punto  $P$  en el  $P'$ ?

b. ¿Cuál es la ecuación para la línea de reflexión que refleja el punto  $P$  en el  $P''$ ?

c. ¿El punto  $P''$  puede ser considerado también una rotación del punto  $P$ ? Si es así, ¿cuál es el punto de rotación y cuántos grados fue girado el punto  $P$ ?

## RENDIMIENTO

Tema: Rotaciones sobre el origen.

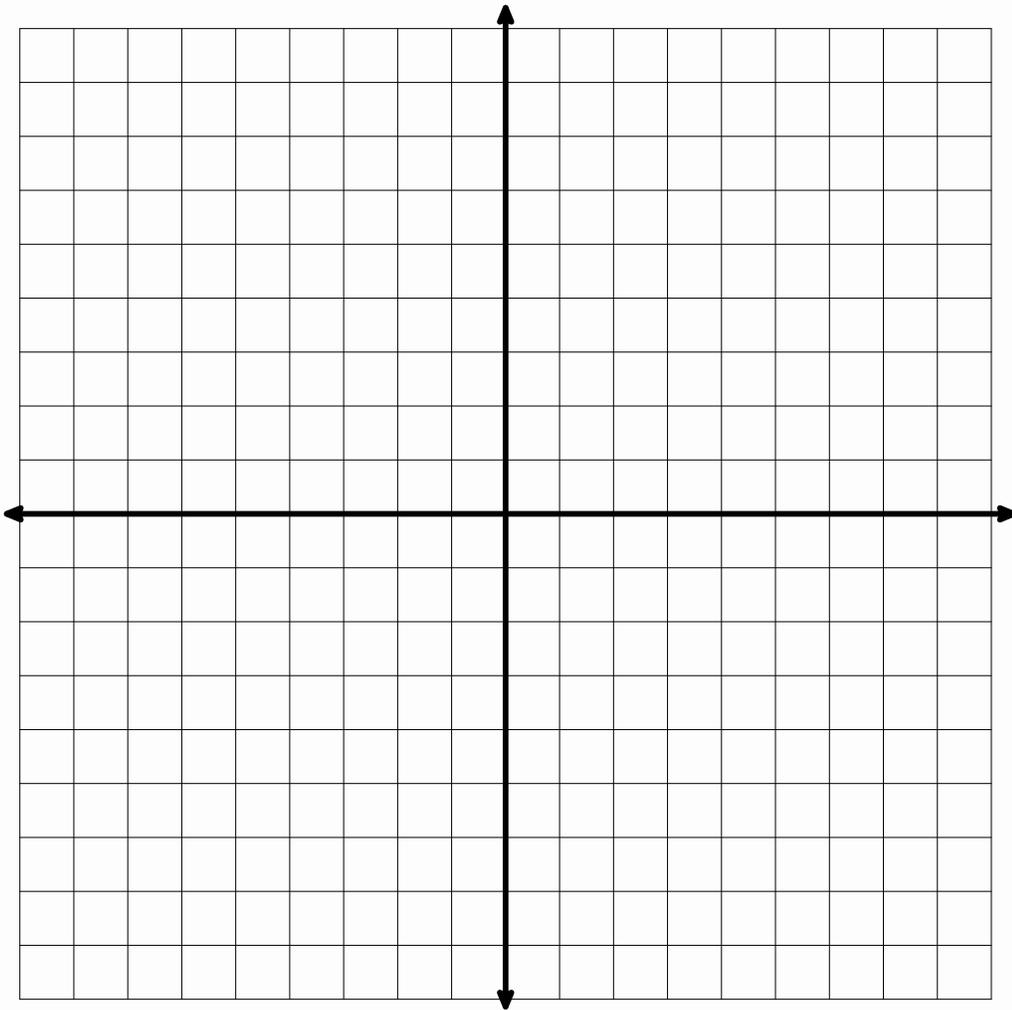
**Traza las coordenadas dadas y luego realiza la rotación indicada en sentido de las manecillas del reloj alrededor del origen, punto (0, 0), y traza la imagen creada. Indica las coordenadas de la imagen.**

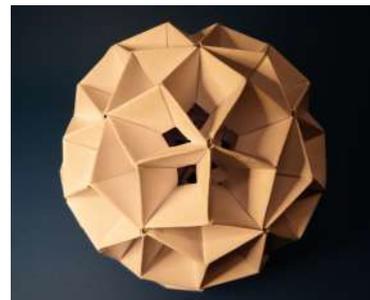
12. Punto **A** (4, 2) gira  $180^\circ$   
Coordenadas para el punto **A'** (\_\_, \_\_)

13. Punto **B** (-5, -3) gira  $90^\circ$  en sentido de las manecillas del reloj  
Coordenadas para el punto **B'** (\_\_, \_\_)

14. Punto **C** (-7, 3) gira  $180^\circ$   
Coordenadas para el punto **C'** (\_\_, \_\_)

15. Punto **D** (1, -6) gira  $90^\circ$  en sentido de las manecillas del reloj  
Coordenadas para el punto **D'** (\_\_, \_\_)





CC BY fdecomite  
<https://flic.kr/b/9s7Ci>

## 6. 5 Simetrías de Cuadriláteros

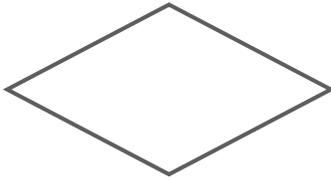
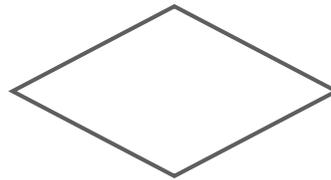
### *Actividad para Desarrollar Comprensión*

Una línea que refleja una figura de sí misma se llama **eje de simetría**. Se dice que una figura que puede ser movida por una rotación, tiene **simetría rotacional**.

Cada polígono de cuatro lados es un **cuadrilátero**. Algunos cuadriláteros tienen propiedades adicionales y se le dan nombres especiales como cuadrados, paralelogramos y rombos. **Una diagonal** de un cuadrilátero se forma cuando los vértices opuestos se conectan por un segmento de línea. Algunos cuadriláteros son simétricos sobre sus diagonales. Algunos son simétricos sobre otras líneas. En este ejercicio, usarás transformaciones de movimiento rígido para explorar ejes de simetría y simetría rotacional de varios tipos de cuadriláteros.

Para cada uno de los siguientes cuadriláteros, vas a tratar de contestar la pregunta: “¿Es posible reflejar o girar el cuadrilátero sobre sí mismo?”. Conforme experimentas con cada cuadrilátero, registra tus hallazgos en la siguiente tabla. Se tan específico como sea posible con tus descripciones.

Definición de las características del cuadrilátero	Ejes de simetría que reflejan el cuadrilátero sobre sí mismo	Centro y ángulos de rotación que mueven el cuadrilátero sobre sí mismo
Un <b>rectángulo</b> es un cuadrilátero que tiene cuatro ángulos rectos.		
Un <b>paralelogramo</b> es un cuadrilátero con lados paralelos opuestos.		

<p>Un <b>rombo</b> es un cuadrilátero con todos sus lados congruentes.</p>		
<p>Un <b>cuadrado</b> es tanto un rectángulo como un rombo.</p>		

Un **trapezoide** es un cuadrilátero con un par de lados opuestos paralelos. ¿Es posible reflejar o girar un trapezoide sobre sí mismo?

Dibuja un trapezoide basado en esta definición. Después, ve si puedes encontrar:

- algún eje de simetría o
- algún centro de simetría rotacional

Eso moverá sobre sí mismo el trapezoide que dibujaste.

Si no puedes encontrar el eje de simetría o en centro de simetría rotacional para tu trapezoide, ve si puedes dibujar un trapezoide diferente que tenga cierto tipo de simetría.

### PREPARACIÓN

Tema: Polígono, definiciones y nombres.

1. ¿Qué es un polígono? Describe con tus propias palabras qué es un polígono.
2. Escribe el nombre del polígono basado en el número de lados que tiene.

Número de Lados	Nombre del Polígono
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

### PRÁCTICA

Tema: Cometas, ejes de simetría y diagonales.

3. Un cuadrilátero con atributos especiales es una cometa. Encuentra la definición geométrica de una cometa y escríbela al calce junto con un dibujo de ésta. (Puedes lograr esto con cierta rapidez investigando en el internet).

4. Dibuja una cometa y dibuja todas las líneas de reflexión simétrica y todas las diagonales.

**Líneas de Reflexión Simétrica**

**Diagonales**

5. Enlista toda la simetría rotacional de una cometa.

6. ¿Son los ejes de simetría también las diagonales de cualquier polígono dado? Explica.

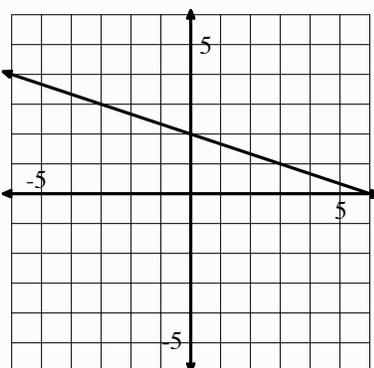
7. ¿Son todas las diagonales también ejes de simetría de cualquier polígono dado? Explica.

8. ¿Qué cuadriláteros tienen diagonales que no son ejes de simetría? Nombra algunos y dibújalos.

9. ¿Los paralelogramos tienen diagonales que son ejes de simetría? Si es así, dibuja y explica. Si no, también dibuja y explica.

**RENDIMIENTO**

Tema: Ecuaciones para líneas paralelas y perpendiculares.

	<b>Encuentra la ecuación de una línea PARALELA a la información dada y a través del y-intercepto indicado.</b>	<b>Encuentra la ecuación de una línea PERPENDICULAR a la línea dada y a través del y-intercepto indicado.</b>										
10. Ecuación de una línea: $y = 4x + 1$ .	a. Línea paralela a través del punto (0, -7):	b. Perpendicular a la línea a través del punto (0, -7):										
11. Tabla de una línea: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3</td> <td>-8</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>-10</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>-12</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>-14</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	3	-8	4	-10	5	-12	6	-14	a. Línea paralela a través del punto (0, 8):	b. Perpendicular a la línea a través del punto (0, 8):
x	y											
3	-8											
4	-10											
5	-12											
6	-14											
12. Gráfica de una línea: 	a. Línea paralela a través del punto (0, -9):	b. Perpendicular a la línea a través del punto (0, -9):										

## 6.6 Simetrías de Polígonos Regulares

### *Actividad para Solidificar Comprensión*

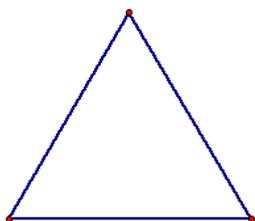
Una línea que refleja una figura sobre sí misma se llama **eje de simetría**. Se dice que una figura que puede moverse sobre sí misma mediante una rotación tiene **simetría rotacional**. **La diagonal de un polígono** es cualquier segmento de línea que conecta vértices que no son consecutivos del polígono.



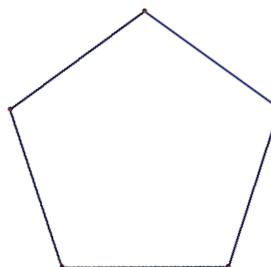
CC BY Jorge Jaramillo  
<https://flic.kr/m/fb9zs>

Para cada uno de los siguientes polígonos regulares, describe las rotaciones y reflexiones que lo mueven sobre sí mismo: (Se lo más específico posible en tus descripciones, como especificar el ángulo de rotación).

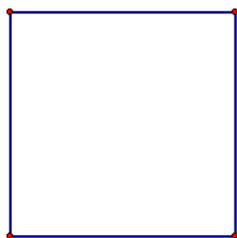
1. Un triángulo equilátero



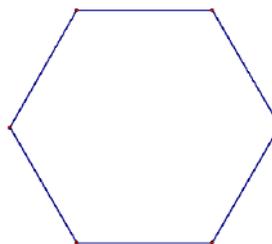
3. Un pentágono regular



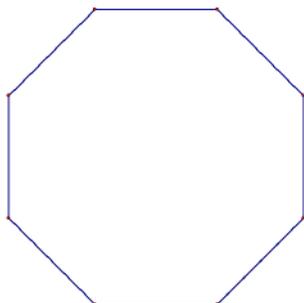
2. Un cuadrado



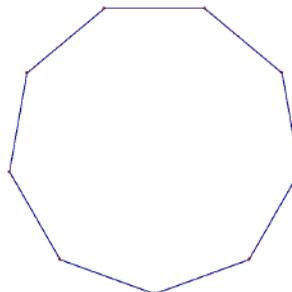
4. Un hexágono regular



5. Un octágono regular



6. Un nonágono regular



¿Qué patrones notas en términos del número y características de los ejes de simetría en un polígono regular?

¿Qué patrones notas en términos de los ángulos de rotación al describir la simetría rotacional en un polígono regular?

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

Nombre

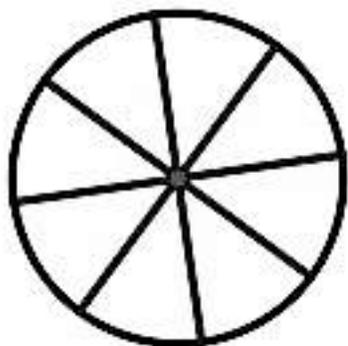
Periodo

Fecha

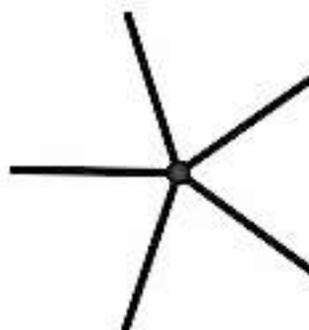
### PREPARACIÓN

Tema: Simetría rotacional conectada a la fracción de una vuelta y los grados del ángulo.

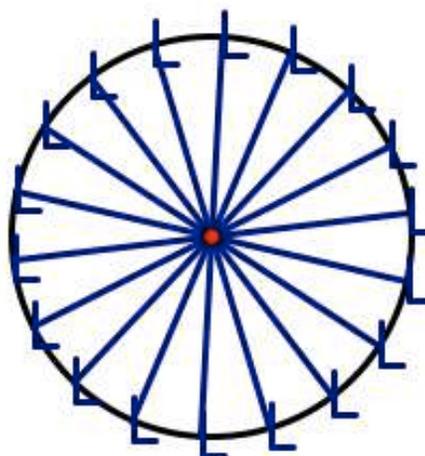
1. ¿Qué fracción de una vuelta necesita la rueda de la carreta al calce para aparecer del mismo modo que está ahora? ¿Cuántos grados de rotación serían?



2. ¿Qué fracción de una vuelta necesita la hélice al calce para aparecer del mismo modo que está ahora? ¿Cuántos grados de rotación serían?



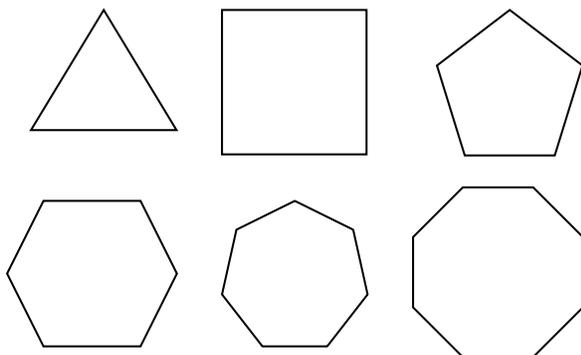
3. ¿Qué fracción de una vuelta necesita el modelo de la rueda de Ferris al calce para aparecer del mismo modo que está ahora? ¿Cuántos grados de rotación serían?



## PRÁCTICA

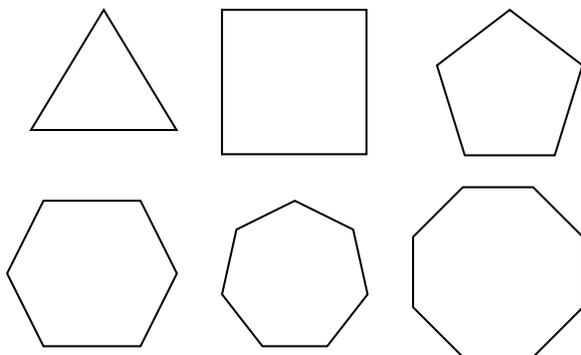
Tema: Encontrar los ángulos de simetría rotacional de polígonos regulares, ejes de simetría y diagonales.

4. Dibuja los ejes de simetría de cada polígono regular, completa la tabla incluyendo una expresión del número de ejes de simetría en un polígono con  $n$  lados.



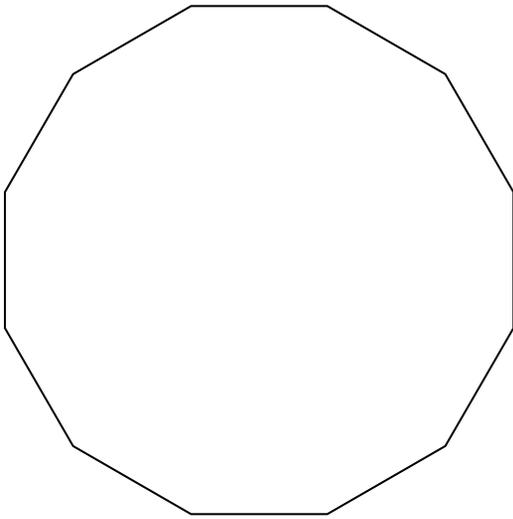
Número de lados	Número de ejes de simetría
3	
4	
5	
6	
7	
8	
$n$	

5. Dibuja todas las diagonales de cada polígono regular. Completa la tabla y encuentra un patrón; ¿es lineal, exponencial o ninguna? ¿Cómo lo sabes? Intenta encontrar una expresión del número de diagonales en un polígono con  $n$  lados.



Número de lados	Número de diagonales
3	
4	
5	
6	
7	
8	
$n$	

6. Encuentra el ángulo(s) de rotación que moverán sobre sí mismo este polígono de 12 lados.



7. ¿Cuáles son los ángulos de rotación de un polígono de 20 lados? ¿Cuántos ejes de simetría (línea de reflexión) tendrá?

8. ¿Cuáles son los ángulos de rotación de un polígono de 15 lados? ¿Cuántos ejes de simetría (línea de reflexión) tendrá?

9. ¿Cuántos lados tiene un polígono que tiene un ángulo de rotación igual a  $18^\circ$ ? Explica.

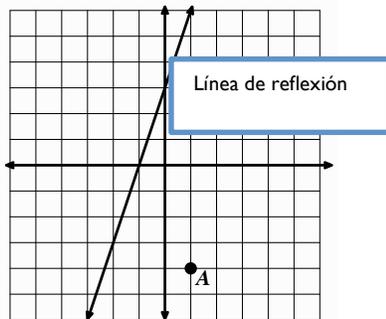
10. ¿Cuántos lados tiene un polígono que tiene un ángulo de rotación igual a  $20^\circ$ ? ¿Cuántos ejes de simetría tendrá?

## RENDIMIENTO

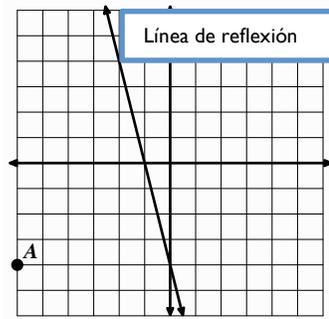
Tema: Reflejar y girar puntos en un plano de coordenadas.

(El plano de coordenadas, compás, regla u otras herramientas puede ser útiles al hacer este trabajo).

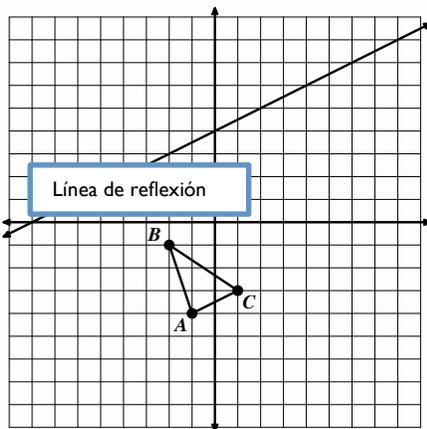
9. Refleja el punto  $A$  sobre la línea de reflexión y etiqueta la imagen  $A'$ .



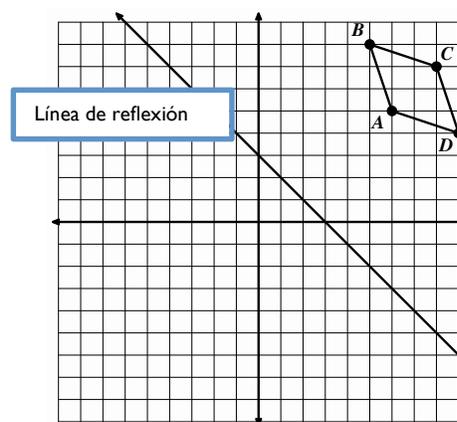
10. Refleja el punto  $A$  sobre la línea de reflexión y etiqueta el punto  $A'$ .



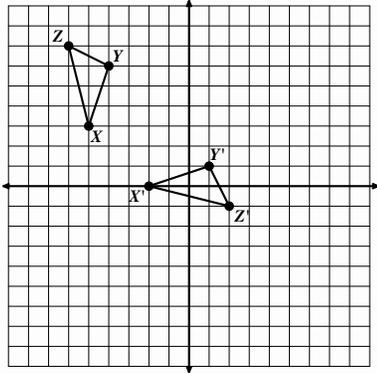
11. Refleja el triángulo  $ABC$  sobre la línea de reflexión y etiqueta la imagen  $A'B'C'$ .



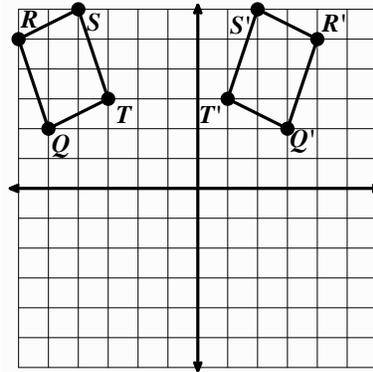
12. Refleja el paralelogramo  $ABCD$  sobre la línea de reflexión y etiqueta la imagen  $A'B'C'D'$ .



13. Dado el triángulo  $XYZ$  y su imagen  $X'Y'Z'$  dibuja la línea de reflexión que fue usada.



14 Dado el paralelogramo  $QRST$  y su imagen  $Q'R'S'T'$  dibuja la línea de reflexión que fue usada.



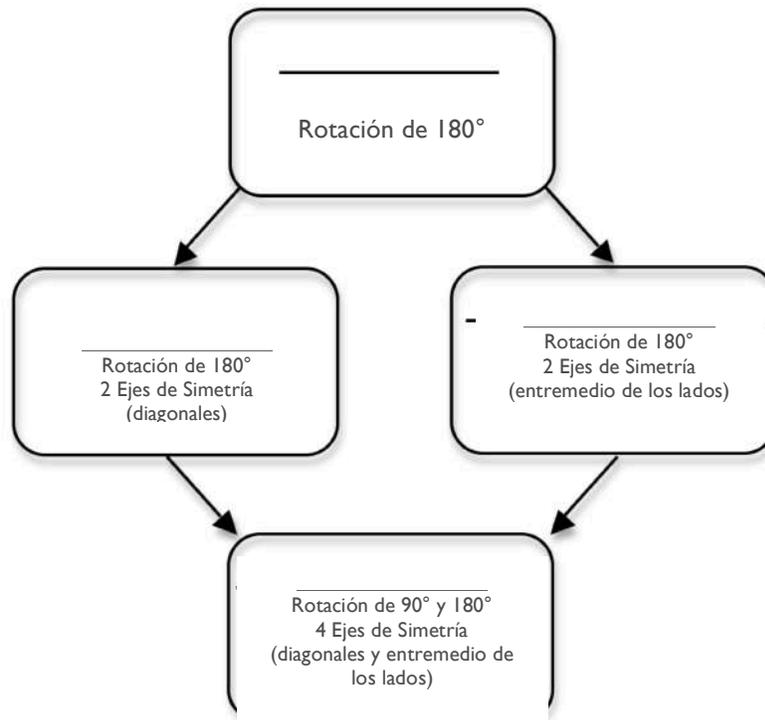
## 6.7 Cuadriláteros—Más allá de la Definición

### *Actividad para Practicar Comprensión*



CC BY Gabrielle  
<https://flic.kr/b/9tKTn>

Hemos aprendido que muchos cuadriláteros diferentes poseen ejes de simetría y/o simetría rotacional. En el cuadro siguiente, escribe los nombres de los cuadriláteros que se describen en términos de sus simetrías.



¿Qué notas en cuanto a la relación entre los cuadriláteros basado en sus simetrías y lo que se remarcó en la estructura de las cajas de arriba?

Basado en las simetrías que hemos observado en varios tipos de cuadriláteros, podemos hacer afirmaciones sobre otras características y propiedades que los cuadriláteros pueden poseer.

1. Un **rectángulo** es un cuadrilátero que tiene cuatro ángulos rectos.



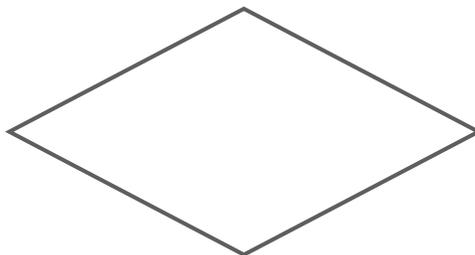
Basado en lo que sabes acerca de las transformaciones, ¿qué más podemos decir acerca de los rectángulos además de la propiedad que los define "sus cuatro ángulos son ángulos rectos?" Haz una lista de las propiedades adicionales de los rectángulos que parecen ser verdaderas basado en la transformación(es) del rectángulo sobre sí mismo. Querrás considerar las propiedades de los lados, los ángulos y las diagonales. Después justifica por qué las propiedades serían verdaderas usando simetría transformacional.

2. Un **paralelogramo** es un cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos.



Basado en lo que sabes acerca de las transformaciones, ¿qué más podemos decir acerca de los paralelogramos además de la propiedad que los define "los lados opuestos de un paralelogramo son paralelos?" Haz una lista de las propiedades adicionales de los paralelogramos que parecen ser verdaderas basado en la transformación(es) del paralelogramo sobre sí mismo. Querrás considerar las propiedades de los lados, los ángulos y las diagonales. Después justifica por qué las propiedades serían verdaderas usando simetría transformacional.

3. Un **rombo** es un cuadrilátero cuyos cuatro lados son congruentes.



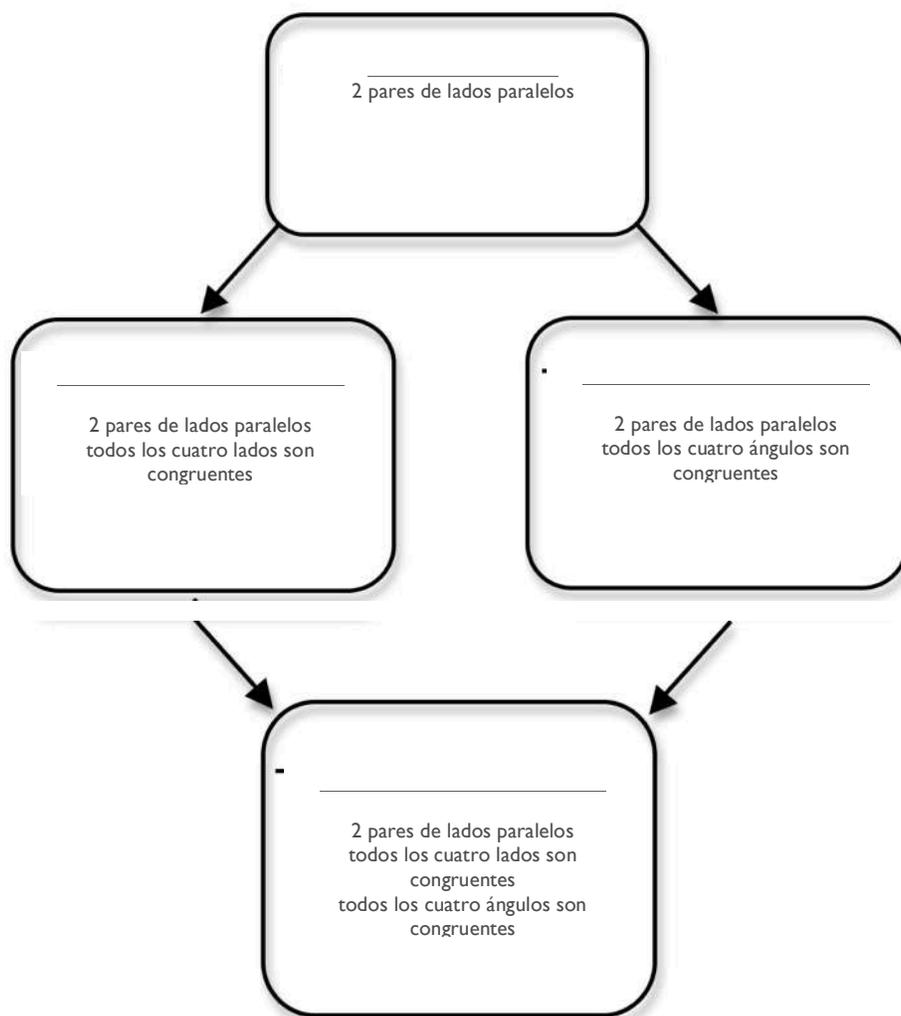
Basado en lo que sabes acerca de las transformaciones, ¿qué más podemos decir acerca de los rombos además de la propiedad que los define "todos sus lados son congruentes?" Haz una lista de las propiedades adicionales de los rombos que parecen ser verdaderas basado en la transformación(es) del rombo sobre sí mismo. Querrás considerar las propiedades de los lados, los ángulos y las diagonales. Después justifica por qué las propiedades serían verdaderas usando simetría transformacional.

4. Un **cuadrado** es tanto un rectángulo, así como un rombo.



Basado en lo que sabes acerca de las transformaciones, ¿qué más podemos decir acerca de un cuadrado? Haz una lista de las propiedades adicionales de los cuadrados que parecen ser verdaderas basado en la transformación(es) del cuadrado sobre sí mismo. Querrás considerar las propiedades de los lados, los ángulos y las diagonales. Después justifica por qué las propiedades serían verdaderas usando simetría transformacional.

En el cuadro siguiente, escribe los nombres de los cuadriláteros que se describen en términos de sus características y propiedades y después, registra las características o propiedades adicionales de ese tipo de cuadrilátero que hayas observado. Prepárate para compartir las razones de tus observaciones.



¿Qué notas en cuanto a la relación entre los cuadriláteros basado en sus características y en la estructura de las cajas de arriba?

¿Cómo están relacionadas las cajas del principio y las del final? ¿Qué sugieres?

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

Nombre

Periodo

Fecha

### PREPARACIÓN

Tema: Definir congruencia y similitud.

1. ¿Qué es lo que sabes sobre dos figuras si son congruentes?
2. ¿Qué es lo que necesitas saber sobre las dos figuras para convencerte de que son congruentes?
3. ¿Qué sabes de dos figuras si son similares?
4. ¿Qué es lo que necesitas saber sobre las dos figuras para convencerte de que son similares?

### PRÁCTICA

Tema: Clasificando cuadriláteros basado en sus propiedades.

Usando la información dada, determina la clasificación más exacta del cuadrilátero.

5. Tiene una simetría rotacional de  $180^\circ$ .
6. Tiene una simetría rotacional de  $90^\circ$ .
7. Tiene dos ejes de simetría que son diagonales.
8. Tiene dos ejes de simetría que no son diagonales.
9. Tiene diagonales congruentes.
10. Tiene diagonales que se dividen entre sí.
11. Tiene diagonales que son perpendiculares.
12. Tiene ángulos congruentes.

## RENDIMIENTO

Tema: Pendiente y distancia.

**Encuentra la *pendiente* entre cada par de puntos. Luego, usando el Teorema de Pitágoras, encuentra la *distancia* entre cada par de puntos. Las distancias deben proporcionarse en la forma más exacta.**

13.  $(-3, -2), (0, 0)$

a. Pendiente:

b. Distancia:

14.  $(7, -1), (11, 7)$

a. Pendiente:

b. Distancia:

15.  $(-10, 13), (-5, 1)$

a. Pendiente:

b. Distancia:

16.  $(-6, -3), (3, 1)$

a. Pendiente:

b. Distancia:

17.  $(5, 22), (17, 28)$

a. Pendiente:

b. Distancia:

18.  $(1, -7), (6, 5)$

a. Pendiente:

b. Distancia:

This book is shared online by Free Kids Books at <https://www.freekidsbooks.org> in terms of the creative commons license provided by the publisher or author.

Want to find more books like this?



<https://www.freekidsbooks.org>

Simply great free books -

Preschool, early grades, picture books, learning to read,  
early chapter books, middle grade, young adult,

Pratham, Book Dash, Mustardseed, Open Equal Free, and many more!

*Always Free – Always will be!*

**Legal Note:** This book is in CREATIVE COMMONS - Awesome!! That means you can share, reuse it, and in some cases republish it, but only in accordance with the terms of the applicable license (not all CCs are equal!), attribution must be provided, and any resulting work must be released in the same manner.

Please reach out and contact us if you want more information:

<https://www.freekidsbooks.org/about> Image Attribution: Annika Brandow, from You! Yes You! CC-BY-SA. This page is added for identification.