Transforming Mathematics Education

# SECUNDARIA MATEMATICAS UNO

*Un Enfoque Integrado*

MODULO 7

# Congruencia, Construcción Y Prueba

MATHEMATICSVISIONPROJECT.ORG

**The Mathematics Vision Project**

*Scott Hendrickson, Joleigh Honey, Barbara Kuehl, Travis Lemon, Janet Sutorius*

# MÓDULO 7 - TABLA DE CONTENIDO

## CONGRUENCIA, CONSTRUCCIÓN Y PRUEBA

# 7.1 En Construcción

## *Actividad para Desarrollar Comprensión*



En la antigüedad, una de las únicas herramientas que los constructores y topógrafos tenían para diseñar una parcela o los cimientos de un edificio, era un pedazo de cuerda.

Hay dos figuras geométricas que puedes crear con un pedazo de cuerda: Se puede tensar para crear un segmento de línea o se puede fijar un extremo, y mientras se extiende la cuerda a su longitud completa, trazar un círculo con el otro extremo. Las construcciones geométricas han imitado tradicionalmente estos dos procesos usando una regla sin marcas y para crear una línea y un compás para trazar un círculo (o algunas veces una porción de un círculo llamada arco). Usando únicamente estas dos herramientas, tu puedes construir todo tipo de figuras geométricas.

Supongamos que deseas construir un rombo usando sólo un compás y una regla. Puedes empezar trazando un segmento de línea para definir la longitud de un lado y dibujar otro rayo partiendo de uno de los extremos del segmento de línea para definir un ángulo, como en el dibujo que se muestra al calce.

Ahora empieza el trabajo difícil. No podemos nada más dibujar segmentos de línea porque tenemos que asegurarnos que los cuatro lados del rombo tienen la misma longitud. Debemos parar de dibujar y empezar a construir.

Construyendo un rombo

Con el conocimiento que tienes sobre círculos y segmentos de línea, ¿cómo podrías localizar el punto $C$ en el rayo del diagrama mostrado arriba, de manera que la distancia de $B$ a $C$ sea la misma que la distancia de $B$ a $A$?

1. Describe cómo localizaste el punto $C$ y como sabes que $\overline{BC} \cong \overline{BA}$, luego construye el punto *C en el diagrama mostrado arriba*.

Ya que tienes tres de los cuatro vértices del rombo, necesitamos localizar el punto $D$, el cuarto vértice.

2. Describe cómo localizaste el punto $D$ y cómo sabes que $\overline{CD} \cong \overline{DA} \cong \overline{AB}$, luego construye el punto $D$ en el diagrama mostrado arriba.

Construyendo un Cuadrado (Un rombo con ángulos rectos)

La única diferencia entre construir un rombo y un cuadrado, es que el cuadrado tiene ángulos rectos. Así que, necesitamos construir líneas perpendiculares usando solo un compás y una regla.

Empezaremos inventando una manera de construir una bisectriz perpendicular de un segmento de línea.

3. Dado $\overline{RS}$ al calce, dobla y pliega el papel de manera que el punto $R$ se refleje en el punto $S$. Basado en la definición de reflexión, ¿qué sabes sobre esta "línea del pliegue"?

Haz "construido" una bisectriz perpendicular de $\overline{RS}$ usando una estrategia de doblar papel. ¿Hay una manera de construir esta línea usando un compás y una regla?

4. Experimenta con el compás para ver si puedes desarrollar una estrategia para localizar los puntos en la "línea del pliegue". Cuando hayas localizado al menos dos puntos en la "línea del pliegue", usa la regla para terminar la construcción de la bisectriz perpendicular. Describe tu estrategia para localizar los puntos de la bisectriz perpendicular $\overline{RS}$.

Ahora que has creado una línea perpendicular a $\overline{RS}$ usaremos el ángulo recto para construir un cuadrado.

5. Etiqueta el punto medio de $\overline{RS}$ en el diagrama de arriba como punto $M$. Usando el segmento $\overline{RM}$ como un lado del cuadrado y el ángulo recto formado por el segmento $\overline{RM}$ y la línea perpendicular dibujada a través del punto $M$ como el principio de un cuadrado. Termina de construir este cuadrado en el diagrama de arriba. (Pista: Recuerda que un cuadrado también es un rombo y que ya has construido un rombo en la primera parte de esta tarea).

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

Nombre Periodo Fecha

## PREPARACIÓN

Tema: Herramientas para construir trabajo geométrico.

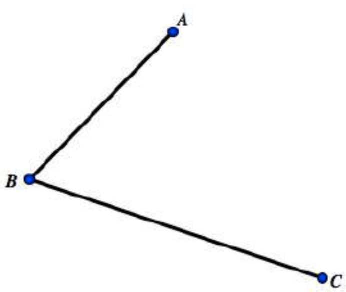
1. Usa tu compás para dibujar varios círculos concéntricos que tengan el punto A como centro y luego dibuja círculos concéntricos de la misma medida que tengan B como centro. ¿Qué observas en donde todos los círculos con el centro A intersectan todos los círculos correspondientes con el centro B?

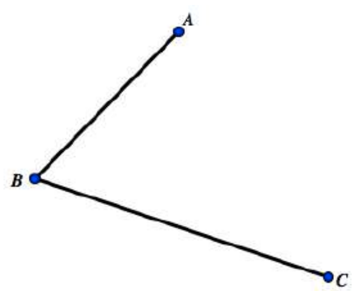

2. En el problema anterior has demostrado una manera de encontrar el punto medio de un segmento de línea. Explica otra forma de dividir un segmento de línea sin el uso de círculos.

## PRÁCTICA

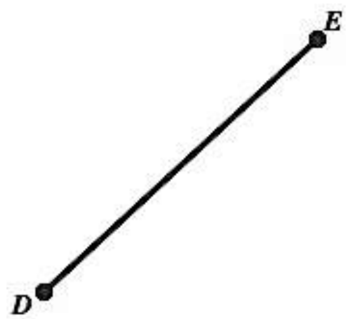
Tema: Construcciones con compás y regla.

3. Divide el ángulo al calce con un compás y una regla, así como doblando el papel.

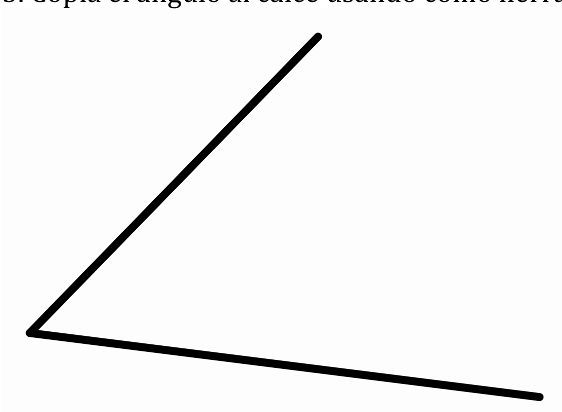


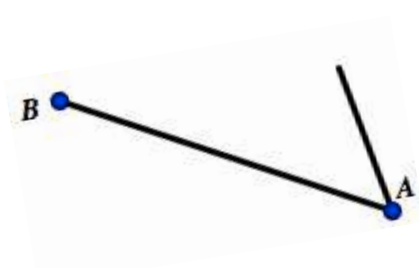
4. Copia el segmento al calce usando como herramientas de construcción un compás y una regla, etiqueta la imagen ***D'E'***.




5. Copia el ángulo al calce usando como herramientas de construcción un compás y una regla.

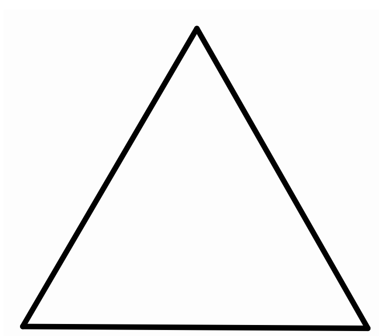


6. Construye un rombo en el segmento AB que se da al calce y que tiene un punto A como vértice. Asegúrate de verificar que tu figura final sea un rombo.



7. Construye un cuadrado en el segmente CD que se da al calce. Asegúrate de verificar que tu figura final sea un cuadrado.


8. En el triángulo equilátero al calce, encuentra el centro de rotación del triángulo usando un compás y una regla.



## RENDIMIENTO

Tema: Resolviendo sistema de ecuaciones.

Resuelve cada sistema de ecuaciones. Utiliza sustitución, eliminación y matrices gráficas.

9. $\begin{cases} x = 11 + y \\ 2x + y = 19 \end{cases}$

10. $\begin{cases} -4x + 9y = 9 \\ x - 3y = -6 \end{cases}$

11. $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ x - 4y = 2 \end{cases}$

12. $\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

13. $\begin{cases} y = -2x + 7 \\ -3x + y = -8 \end{cases}$

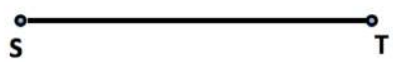
14. $\begin{cases} 4x - y = 7 \\ -6x + 2y = 8 \end{cases}$



# 7.2 Más Cosas en Construcción

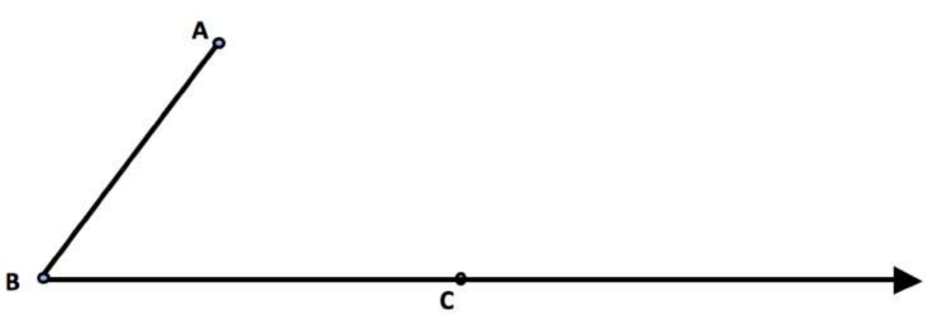
## *Actividad para Desarrollar Comprensión*

Como un rombo, un triángulo equilátero tiene tres lados congruentes. Muestra y describe cómo puedes localizar el tercer punto del vértice en un triángulo equilátero, dado $\overline{ST}$ al calce como un lado del triángulo equilátero.




Construyendo un paralelogramo

Para construir un paralelogramo necesitarás construir una línea paralela a la línea dada a través de un punto dado. Por ejemplo, supón que queremos construir una línea paralela al segmento $\overline{AB}$ a través del punto $C$ en el diagrama al calce. Hemos observado que las líneas paralelas tienen la misma pendiente, la línea a través de $C$ será paralela a $\overline{AB}$ solo si el ángulo formado por la línea $\overrightarrow{BC}$ es congruente a $\angle ABC$. ¿Puedes describir e ilustrar una estrategia que construirá un ángulo con una vértice al punto $C$ y un lado paralelo a $\overline{AB}$?



Construcción de un Hexágono inscrito en un Círculo

Como los polígonos regulares tienen simetría rotacional, pueden ser inscritos en un círculo. El círculo circunscrito tiene su centro al centro de rotación y pasa a través de todos los vértices del polígono regular.

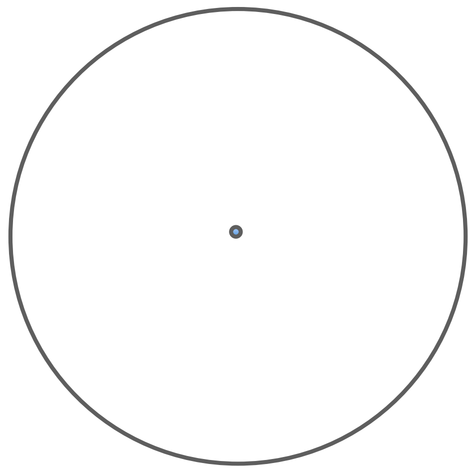
Podemos empezar construyendo un hexágono observando que un hexágono puede descomponerse en seis triángulos equiláteros congruentes, formados por tres de sus líneas de simetría.

1. Dibuja un diagrama de tal descomposición.

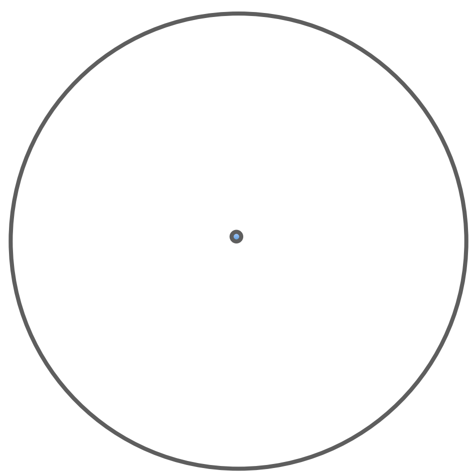
2. Basado en tu dibujo, ¿en dónde está el centro del círculo que circunscribiría el hexágono?

3. Los seis vértices del hexágono se encuentran en el círculo en el que está inscrito el hexágono regular. Los seis lados del hexágono son cuerdas del círculo. ¿Cómo se relacionan las longitudes de estas cuerdas con las longitudes de los radios desde el centro del círculo hasta los vértices del hexágono? Es decir, ¿cómo sabes que los seis triángulos formados al dibujar las tres líneas de simetría son triángulos equiláteros? (Pista: Considerando los ángulos de rotación, ¿puedes convencerte de que estos seis triángulos son equiangulares y, por tanto, equiláteros?)

4. Basado en este análisis del hexágono regular y su círculo circunscrito, ilustra y describe un proceso para construir un hexágono inscrito en el círculo dado a continuación.



5. Modifica tu trabajo con el hexágono para construir un triángulo equilátero inscrito en el círculo dado a continuación.



6. Describe cómo podrías construir un cuadrado inscrito en un círculo.

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

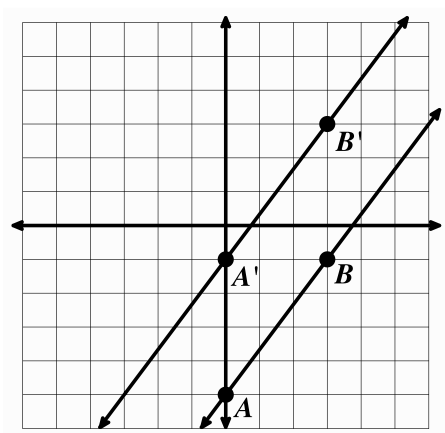
Nombre Periodo Fecha

## PREPARACIÓN

Tema: Transformaciones de líneas, conectando geometría y algebra.

**Por cada juego de líneas usa los puntos en la línea para determinar cuál línea es la imagen y cuál es la pre-imagen, escribe imagen junto a la línea de la imagen, y pre-imagen junto a la línea original. Después, define la transformación que fue usada para crear la imagen. Por último, encuentra la ecuación para cada línea.**

1.

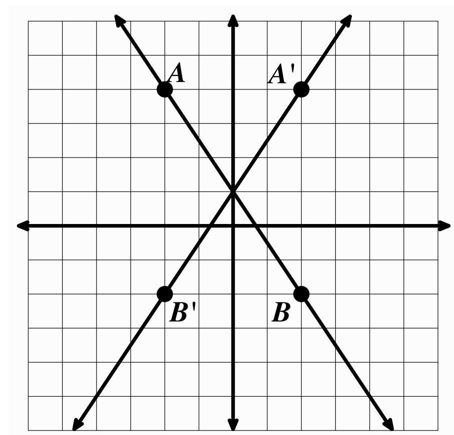



a. Descripción de la transformación:

b. Ecuación para la pre-imagen:

c. Ecuación para la imagen:

2.

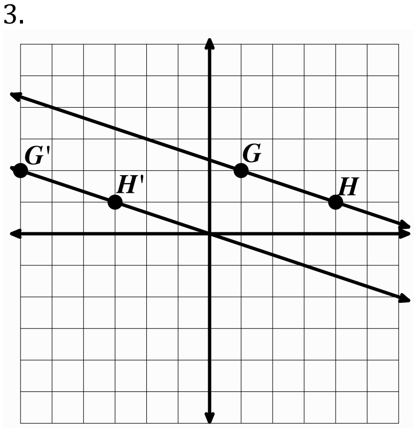



a. Descripción de la transformación:

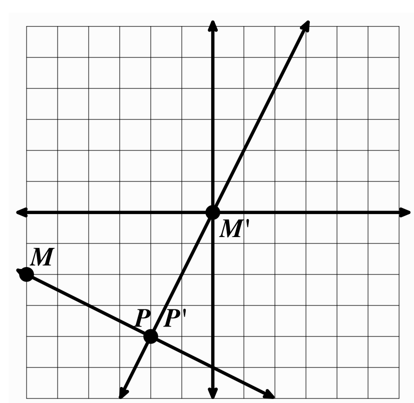
b. Ecuación para la pre-imagen:

c. Ecuación para la imagen:

3.




4.



a. Descripción de la transformación:

b. Ecuación para la pre-imagen:

c. Ecuación para la imagen:

a. Descripción de la transformación:

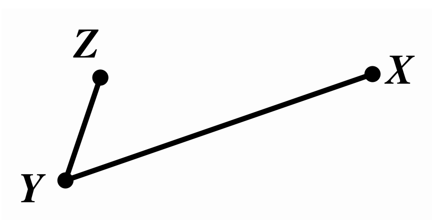
b. Ecuación para la pre-imagen:

c. Ecuación para la imagen:

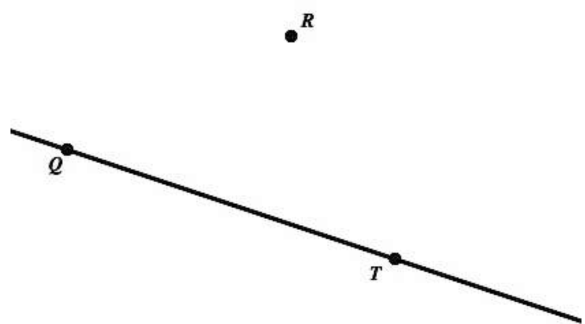
## PRÁCTICA

Tema: Construcciones geométricas con compás y regla.

5. Construye un paralelogramo dados los lados $\overline{XY}$ e $\overline{YZ}$ y $\angle XYZ$.




6. Construye una línea paralela a $\overline{QT}$ y a través del punto ***R.***




7. Dado el segmento $\overline{AB}$ muestra todos los puntos ***C*** tal como $\Delta$ ABC es un triángulo isósceles.

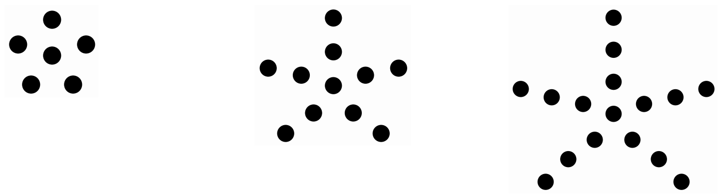

8. Dado el segmento $\overline{AB}$ muestra todos los puntos C tal como $\Delta$ ABC es un triángulo rectángulo.

## RENDIMIENTO

Tema: Crea una regla explícita y una recursiva para los patrones visuales.

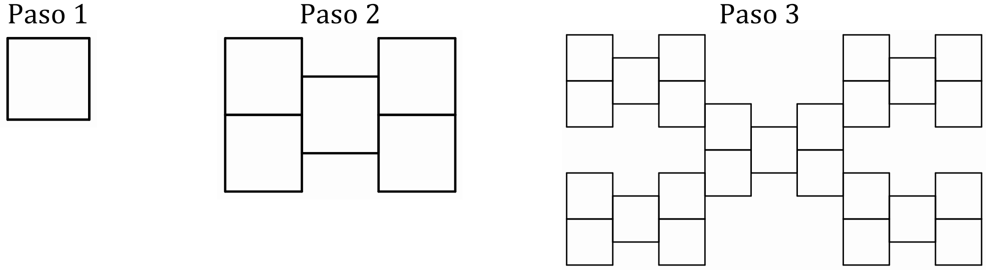
9. Encuentra una regla de función explícita y una regla recursiva para los puntos en el paso *n*.

Paso 1 Paso 2 Paso 3



10. Encuentra una regla de función explícita y una regla recursiva para los cuadrados en el paso *n.*

Paso 1 Paso 2 Paso 3



Encuentra una regla de función explícita y una regla recursiva para los valores en cada tabla.

11.

| Paso | Valor |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 11 |
| 3 | 21 |
| 4 | 31 |

12.

| n | $f(n)$ |
|---|---|
| 2 | 16 |
| 3 | 8 |
| 4 | 4 |
| 5 | 2 |

13.

| n | $f(n)$ |
|---|---|
| 1 | -5 |
| 2 | 25 |
| 3 | -125 |
| 4 | 625 |

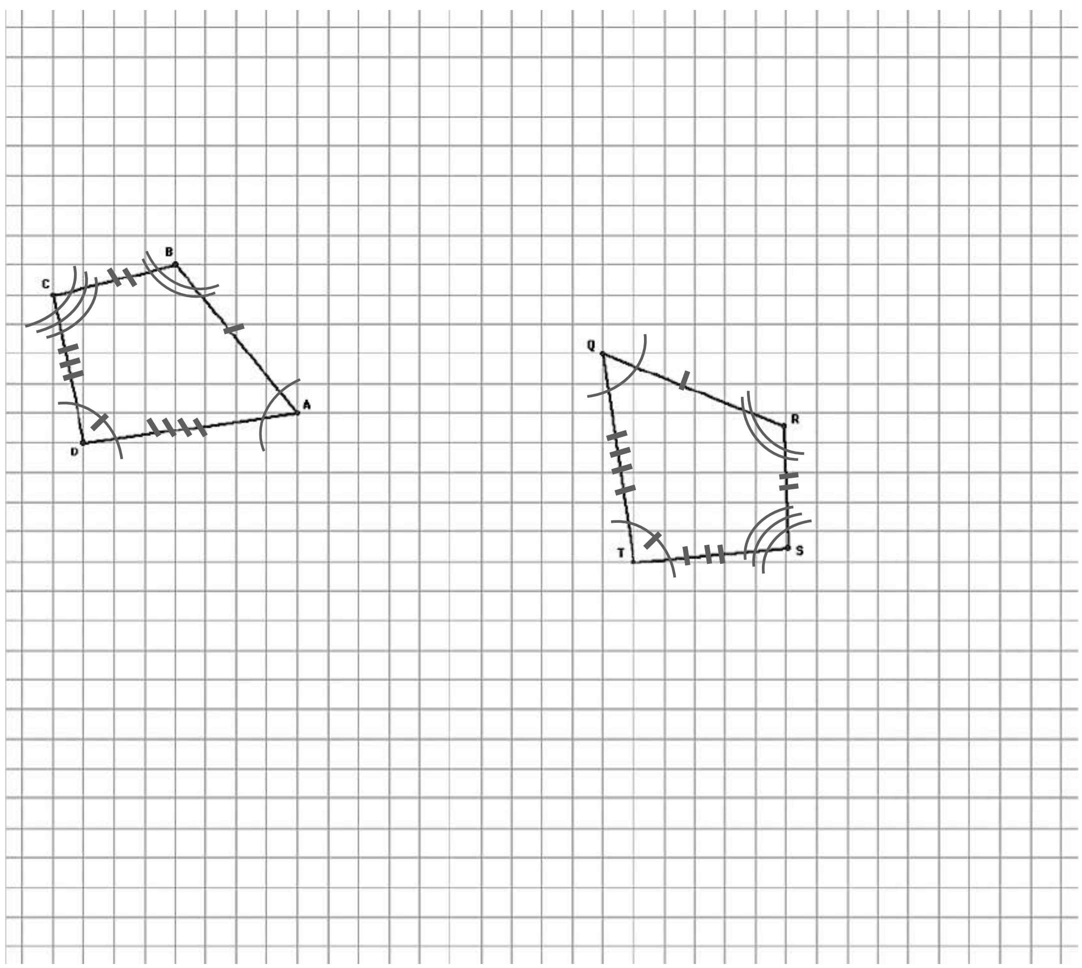


# 7.3 ¿Puedes llegar ahí desde aquí?

## Actividad para Desarrollar Comprensión

Los dos cuadriláteros mostrados al calce, cuadrilátero $ABCD$ y cuadrilátero $QRST$ son congruentes, con partes congruentes correspondientes marcadas en los diagramas.

Describe una secuencia de transformaciones de movimiento rígido que llevarán el cuadrilátero $ABCD$ al cuadrilátero $QRST$. Sé específico al describir la secuencia y los tipos de transformaciones que usarás para que alguien más pueda llevar a cabo la misma serie de transformaciones.



PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

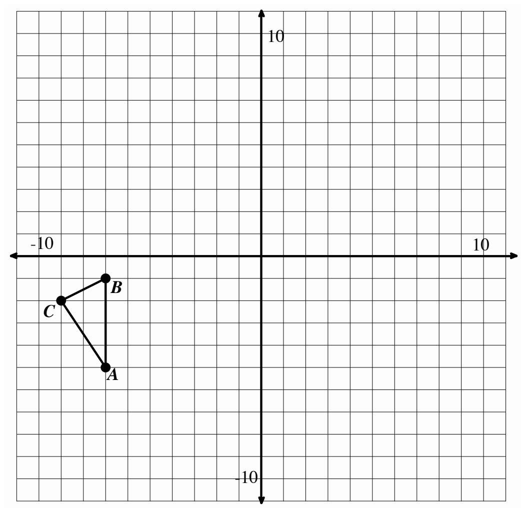
## PREPARACIÓN

Tema: Transformaciones múltiples

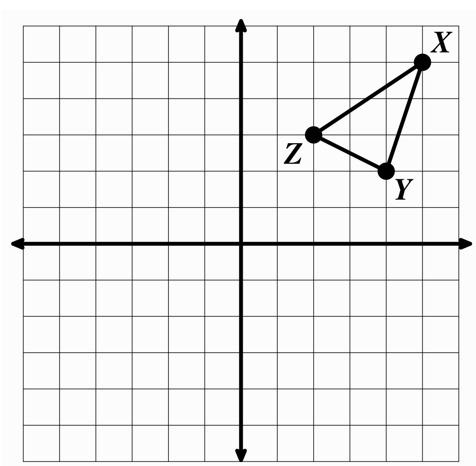
**Las figuras dadas deben ser usadas como pre-imágenes. Lleva a cabo las transformaciones que se indican para obtener una imagen. Etiqueta las partes correspondientes de la imagen de acuerdo con la pre-imagen.**

1. Refleja el triángulo $\boldsymbol{ABC}$ sobre la línea $y = x$ y etiqueta la imagen ***A'B'C'***.

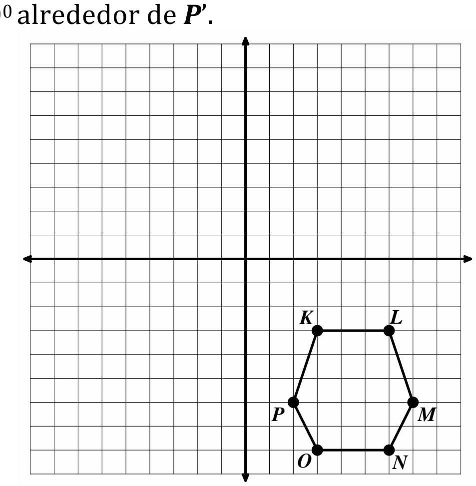
Gira el triángulo ***A'B'C'*** 180⁰ en contra de las manecillas del reloj alrededor del origen y etiqueta la imagen ***A"B"C"***.




2. Refleja sobre la línea $y = -x$.

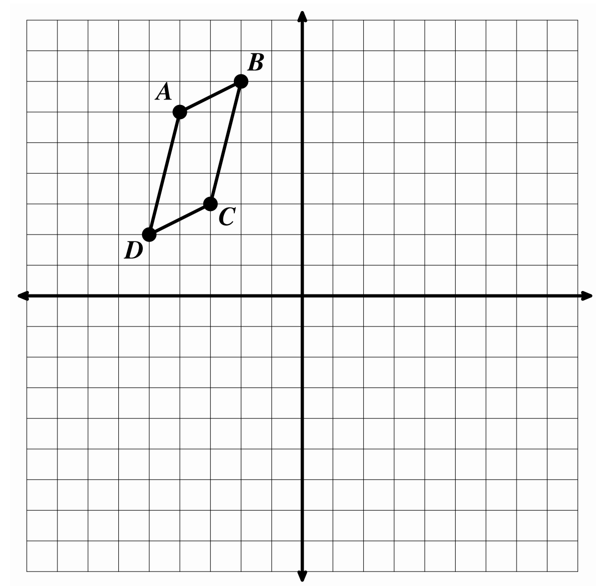



3. Refleja sobre el eje de $y$, y luego gira en dirección de las manecillas del reloj 90⁰ alrededor de ***P'***.



4. Refleja el cuadrilátero ABCD sobre la línea $y = 2 + x$ y etiqueta la imagen A'B'C'D'.

Gira el cuadrilátero A'B'C'D' en contra de las manecillas del reloj $90^0$ alrededor de (-2, -3) como el centro de rotación, etiqueta la imagen A''B''C''D''.

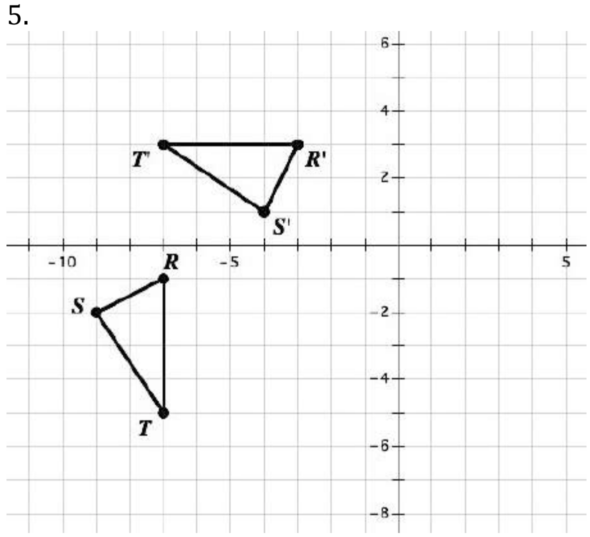



## PRÁCTICA

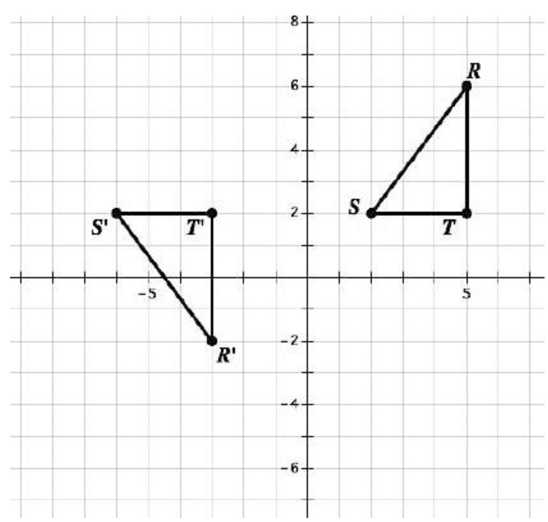
Tema: Encuentra la secuencia de las transformaciones.

Encuentra la secuencia de las transformaciones que llevarán un triángulo ***RST*** sobre el triángulo ***R'S'T'***. Describe con claridad la secuencia de transformaciones de cada cuadrícula al calce.

5.




6.

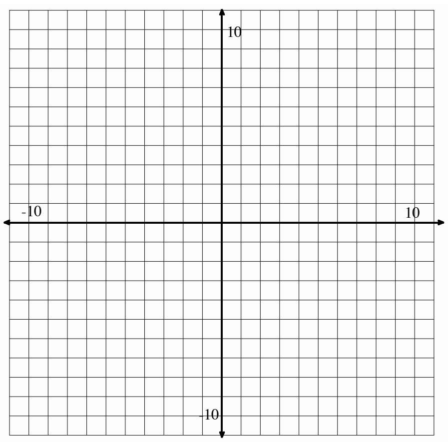


## RENDIMIENTO

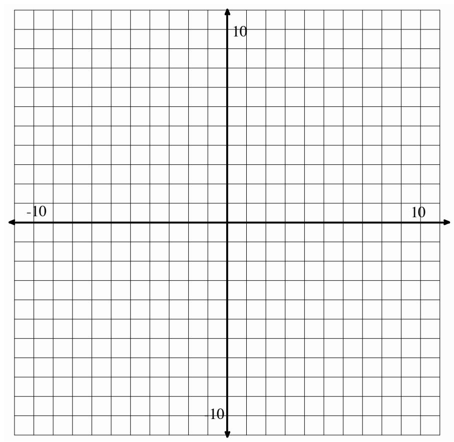
Tema: Representación gráfica de sistemas de funciones y hacer comparaciones.

Grafica cada par de funciones y haz una observación sobre cómo las funciones se comparan una a la otra.

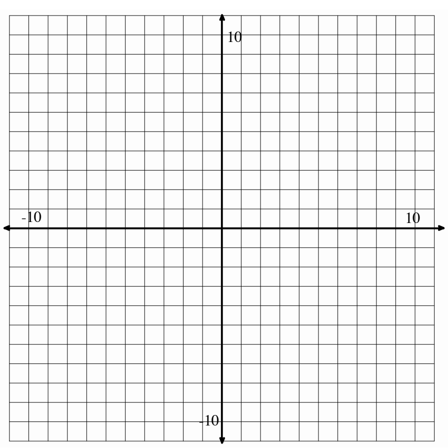
7. $y = \frac{1}{3}x - 1$
   $y = -3x - 1$



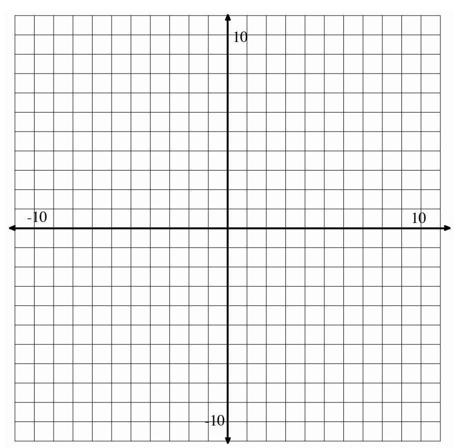

8. $y = -\frac{2}{3}x + 5$
   $y = \frac{3}{2}x + 5$




9. $y = \frac{1}{4}x + 2$
   $y = -\frac{1}{4} + 2$




10. $y = 2^x$
    $y = -2^x$



# 7. 4 Triángulos Congruentes

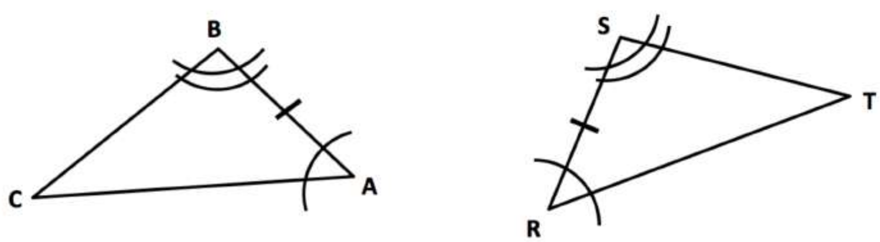
## *Actividad para Solidificar Comprensión*



Sabemos que dos triángulos son congruentes si todos los pares de lados correspondientes son congruentes y todos los pares de ángulos correspondientes son congruentes. Nos preguntamos si tener menos información sobre los triángulos nos garantizaría que todavía son congruentes.

Por ejemplo, podemos preguntarnos si saber que dos ángulos y el lado incluido de un triángulo son congruentes con los dos ángulos correspondientes y el lado incluido de otro triángulo –un conjunto de criterios a los que nos referiremos como ALA- es suficiente para saber que los dos triángulos son congruentes; y si pensamos que es suficiente información, cómo podemos justificar que esto sería así.

Aquí está un diagrama ilustrando el criterio ALA para los triángulos:




1. Basado en el diagrama ¿cuáles ángulos son congruentes? ¿qué lados son congruentes?

2. Para convencernos a nosotros mismos que estos dos triángulos son congruentes, ¿qué más necesitamos saber?

3. Usa papel para calcar para encontrar una secuencia de transformaciones que mostrarán si estos dos triángulos son congruentes o no.

4. Enlista tu secuencia de transformaciones aquí:

Tu secuencia de transformaciones es suficiente para mostrar que estos dos triángulos son congruentes, pero ¿cómo podemos garantizar que todos los pares de triángulos que comparten el criterio ALA son congruentes?

Quizá tu secuencia de transformaciones lucía así:

- **traslada** el punto $A$ hasta que coincida con el punto $R$
- **gira** $\overline{AB}$ sobre el punto $R$ hasta que coincida con $\overline{RS}$
- **refleja** $\Delta ABC$ a través de $\overleftrightarrow{RS}$

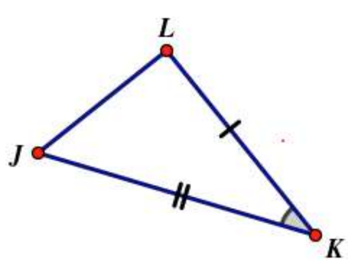
Podemos usar la palabra "coincide" cuando queramos decir que dos puntos de un segmento de línea ocupan la misma posición en el plano. Cuando hagamos argumentos usando transformaciones usaremos esta palabra mucho.

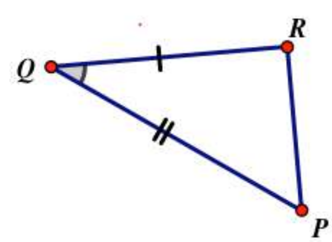
Ahora la pregunta es, ¿cómo sabemos que ese punto $C$ tiene que aterrizar en el punto $T$ después de la reflexión, haciendo coincidir todos los lados y ángulos?

5. *Responde esta pregunta lo mejor que puedas para justificar por qué los criterios ALA garantizan que dos triángulos son congruentes. Para responder a esta pregunta, puede ser útil pensar en cómo sabes que el punto C no puede aterrizar en ningún otro lugar en el plano, excepto en la parte superior de T.*

Utilizando papel de calcar, experimenta con estos pares de triángulos adicionales. Trata de determinar si puedes encontrar una secuencia de transformaciones que mostrarán si los triángulos son congruentes. Ten cuidado, puede haber algunos que no lo sean. Si los triángulos parecen ser congruentes en función de tu experimentación, escribe un argumento para explicar cómo sabes que este tipo de criterio siempre funcionará. Es decir, ¿qué garantiza que los lados o ángulos no marcados también deben coincidir?

6. Criterio dado: ________ ¿Los triángulos son congruentes? ________

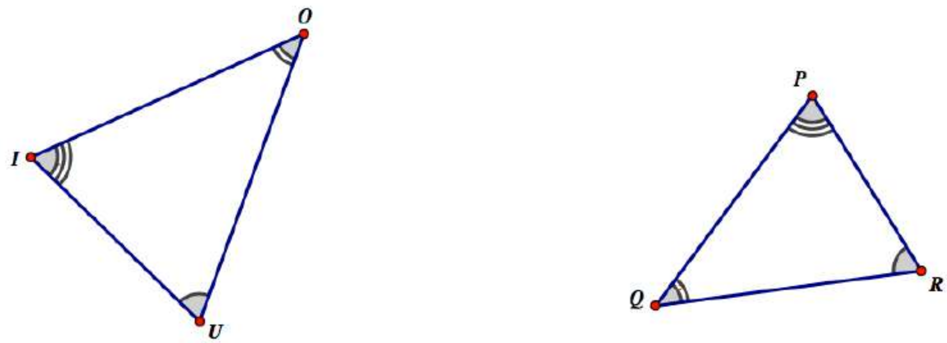



Enlista tus transformaciones en el orden en que se realizaron:

*Si los triángulos son congruentes, justifica por qué esto es siempre verdadero basado en este criterio:*

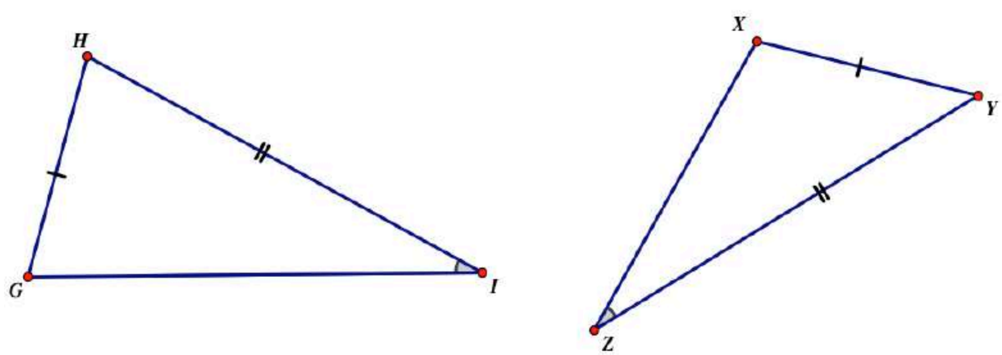
7. Información dada: ________ ¿Son los triángulos congruentes? ________




Enlista tus transformaciones en el orden en que se realizaron:

*Si los triángulos son congruentes, justifica por qué esto es siempre verdadero basado en este criterio:*

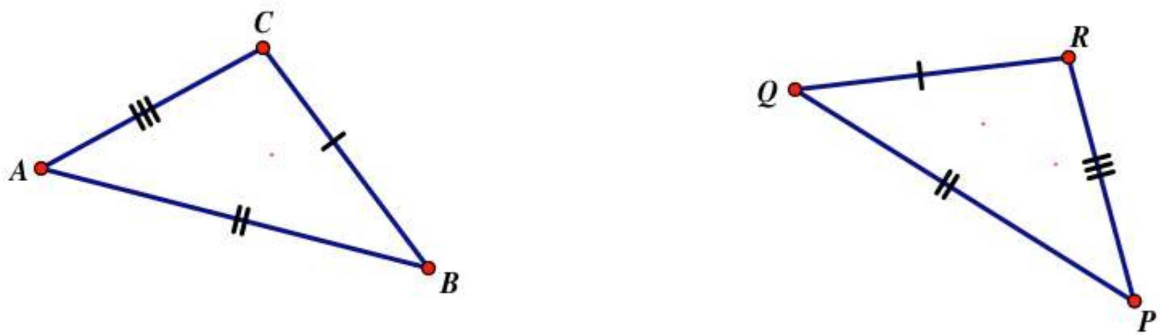
8. Información dada: ________ ¿Son los triángulos congruentes? ________




Enlista tus transformaciones en el orden en que se realizaron:

*Si los triángulos son congruentes, justifica por qué esto es siempre verdadero basado en este criterio:*

9. Información dada: _________ ¿Todos los triángulos son congruentes? ________




Enlista tus transformaciones en el orden en que se realizaron:

*Si los triángulos son congruentes, justifica por qué esto es siempre verdadero basado en este criterio:*

10. Basado en estos experimentos y tus justificaciones, ¿qué criterios o condiciones parecen garantizar que dos triángulos sean congruentes? Enlista tantos casos como puedas. Asegúrate de incluir ALA de los triángulos con los que trabajamos primero.

11. Tu amigo quiere agregar AAL a tu lista, aunque tú no ha experimentado con este caso en particular, ¿qué piensas? ¿debe agregarse o no AAL? ¿qué te convence de que tienes razón?

12. Tu amigo también quiere agregar HC (hipotenusa-cateto) a tu lista, aunque no has experimentado con triángulos rectos en absoluto y sabes que LLA no funciona en general de acuerdo al problema 8. ¿Qué piensas? ¿Debe agregarse HC para triángulos rectos o no? ¿Qué te convence de que tienes razón?

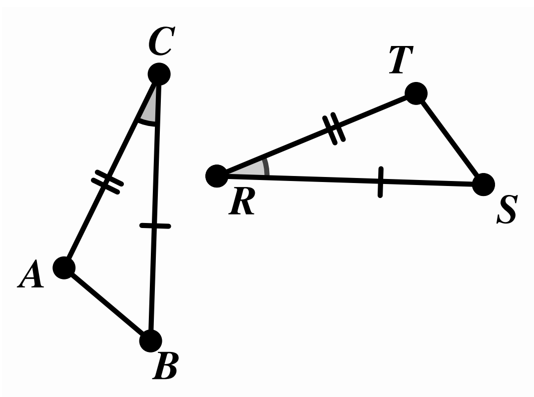
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

Nombre Periodo Fecha

## PREPARACIÓN

Tema: Partes correspondientes de figuras y transformaciones.

Dadas las figuras en cada bosquejo con los ángulos y lados congruentes marcados, en primer lugar, enumera las partes de las figuras que corresponden (Por ejemplo, en #1, $\angle C \cong \angle R$). Luego, determina si ocurrió una reflexión como parte de la secuencia de transformaciones que fue usada para crear la imagen.

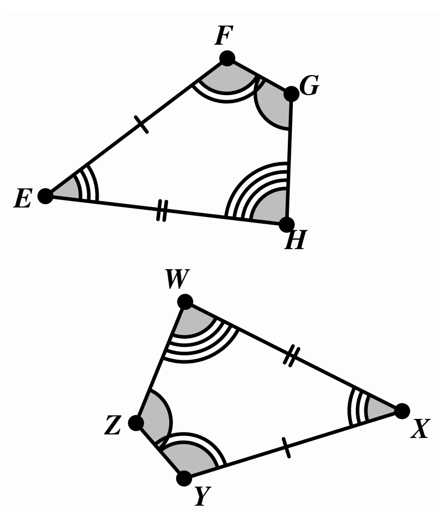



Congruencias

$\angle C \cong \angle R$

¿Reflejada? Si o No

---




Congruencias

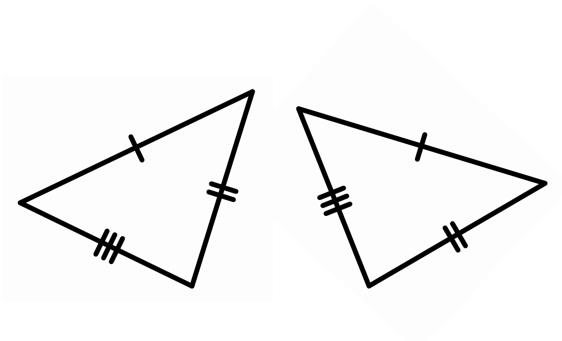
¿Reflejada? Si o No

## *PRÁCTICA*

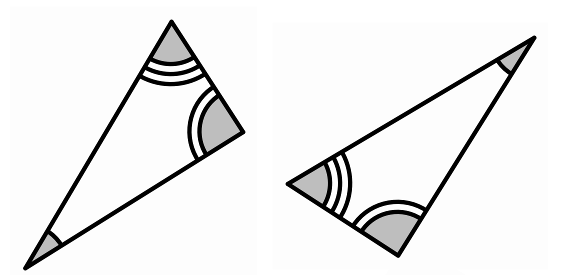
Tema: Congruencia de Triángulos

**Explica si los triángulos son congruentes, similares o ninguno, basado en las marcas que indican congruencia.**

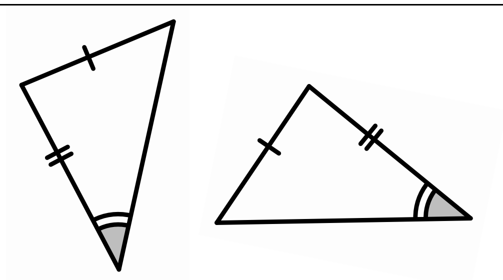
3.



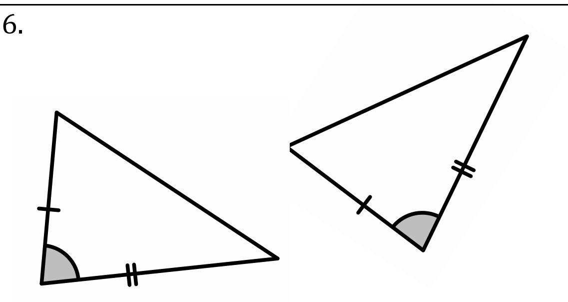
4.



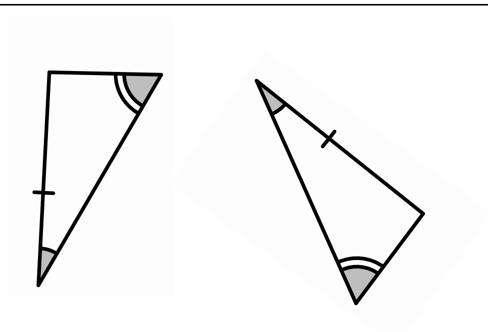
5.



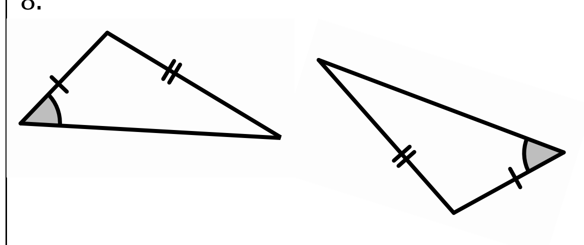
6.



7.



8.



**Usa la declaración de congruencia que se te da para dibujar y etiquetar dos triángulos que tienen las partes correspondientes apropiadas, congruentes entre sí.**

9. $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

10. $\Delta XYZ \cong \Delta KLM$

## RENDIMIENTO

Tema: Resolver ecuaciones y encontrar reglas recursivas para secuencias.

**Resuelve *t* en cada ecuación.**

11. $\frac{3t-4}{5} = 5$

12. $10 - t = 4t + 12 - 3t$

13. $P = 5t - d$

14. $xy - t = 13t + w$

**Usa la secuencia dada de un número para escribir una regla recursiva para cada valor *n-ésimo* de la secuencia.**

15. 5, 15, 45, …

16. $\frac{1}{2}$, 0, -$\frac{1}{2}$, -1, …

17. 3, -6, 12, -24, …

18. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, …

# 7.5 Congruent Triangles to the Rescue




## *Actividad para Practicar Comprensión*

**Parte 1**

Zac y Sione están explorando triángulos isósceles—triángulos en los que dos lados son congruentes:

*Zac*: Pienso que cada isósceles tiene una línea de simetría que pasa a través del punto del vértice del ángulo formado por los dos lados congruentes y el punto medio del tercer lado.

*Sione*: ¡Es una declaración muy seria decir eso de *cada* isósceles! Quizá no has pensado en los que no entran en esta categoría.

*Zac*: Pero he doblado muchos triángulos isósceles a la mitad y siempre parece funcionar.

*Sione*: Muchos triángulos isósceles no son isósceles, así que todavía no estoy segura.

1. ¿Qué piensas de la declaración de Zac? ¿Piensas que cada triángulo isósceles tiene una línea de simetría? Si es así, ¿qué te convención de que es verdad? Si no es así, ¿qué te preocupa en cuanto a su declaración?

2. ¿Qué más necesita saber Zac sobre el doblez para poder saber si es una línea de simetría? (Pista: piensa en la definición de línea de reflexión).

3. Sione piensa que "la línea del doblez" de Zac (la línea formada al doblar el triángulo isósceles a la mitad) crea dos triángulos congruentes dentro del triángulo isósceles. ¿Qué criterio - ALA, LAL o LLL- podría utilizar para apoyar esta declaración? Describa los lados y/o ángulos que pienses que son congruentes y explica cómo sabes que son congruentes.

4. Si los dos triángulos creados al doblar un triángulo isósceles por la mitad son congruentes, ¿qué implica eso sobre los "ángulos de base" de un triángulo isósceles (los dos ángulos que no están formados por los dos lados congruentes)?

5. Si los dos triángulos creados al doblar un triángulo isósceles por la mitad son congruentes, ¿qué implica eso sobre la "línea de doblez"? (Podrás hacer un par de declaraciones acerca de esta línea, una declaración viene de centrarse en la línea donde se encuentra con el tercer lado no congruente del triángulo; una segunda declaración viene de centrarse en donde la línea intersecta el vértice ángulo formado por los dos lados congruentes).

## Parte 2

Al igual que Zac, has hecho algunos experimentos con líneas de simetría, así como simetría rotacional. *En las tareas de simetrías de cuadriláteros y cuadriláteros-Más allá de la Definición*, hiciste algunas observaciones sobre los lados, ángulos y diagonales de varios tipos de cuadriláteros basados en tus experimentos y conocimiento sobre las transformaciones. Muchas de estas observaciones pueden justificarse aún más en base a la búsqueda de triángulos congruentes y sus partes correspondientes, tal como Zac y Sione hicieron en su trabajo con triángulos isósceles.

Escoge uno de los siguientes cuadriláteros para explorar:

- Un **rectángulo** es un cuadrilátero que contiene cuatro ángulos rectos.
- Un **rombo** un cuadrilátero en el que todos los lados son congruentes.
- Un **cuadrado** es un rectángulo y un rombo, es decir, contiene cuatro ángulos rectos y todas las partes son congruentes.

1. Dibuja un ejemplo de tu cuadrilátero seleccionado, con sus diagonales. Etiquetar los vértices del cuadrilátero $A$, $B$, $C$ y $D$, y etiquetar el punto de intersección de las dos diagonales como punto $N$.

2. Basado en (1) tu dibujo, (2) la definición dada de tu cuadrilátero, y (3) la información sobre lados y ángulos que puedes obtener basado en las líneas de reflexión y simetría de rotación, enlista tantos pares de triángulos congruentes como puedas encontrar.

3. Para cada par de triángulos congruentes que enlistes, indica el criterio que utilizaste -ALA, LAL o LLL- para determinar que los dos triángulos son congruentes y explica cómo sabes que los ángulos y/o lados requeridos por los criterios son congruentes (Ve el siguiente cuadro).

| **Triángulos Congruentes** | **Criterio Usado (ALA, LAL, LLL)** | **Como sé que los lados y/o ángulos requeridos por el criterio son congruentes** |
|---|---|---|
| Si yo digo $\Delta RST \cong \Delta XYZ$ | Basado en LLL | Luego tengo que explicar:<br>• cómo sé que $\overline{RS} \cong \overline{XY}$, y<br>• cómo sé que $\overline{ST} \cong \overline{YZ}$, y<br>• cómo sé que $\overline{TR} \cong \overline{ZX}$<br>de manera que puedo usar el criterio LLL para decir $\Delta RST \cong \Delta XYZ$ |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

4. Ahora que has identificado algunos triángulos congruentes en tu diagrama, ¿puedes usar los triángulos congruentes para justificar algo más sobre el cuadrilátero?

    - las diagonales se dividen entre sí
    - las diagonales son congruentes
    - las diagonales son perpendiculares entre sí
    - las diagonales dividen los ángulos del cuadrilátero

    Elige una de las declaraciones con viñetas que crees que es verdadera acerca de tu cuadrilátero y trata de escribir un argumento que convencería a Zac y Sione de que la declaración es verdadera.

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

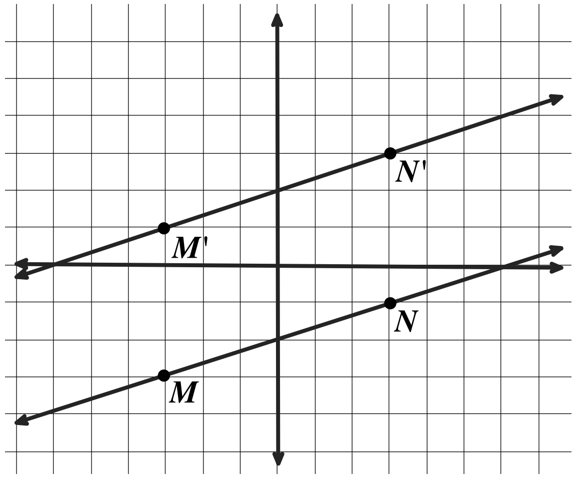
Nombre Periodo Fecha

## PREPARACIÓN

Tema: Transformaciones de líneas, conectando geometría y algebra.

**Por cada juego de líneas, usa los puntos en la línea para determinar cuál línea es la imagen y cuál es la pre-imagen; escribe imagen junto a la imagen y pre-imagen junto a la línea original. Después, define la transformación que usaste para crear la imagen. Por último, encuentra la ecuación para cada línea.**

1.

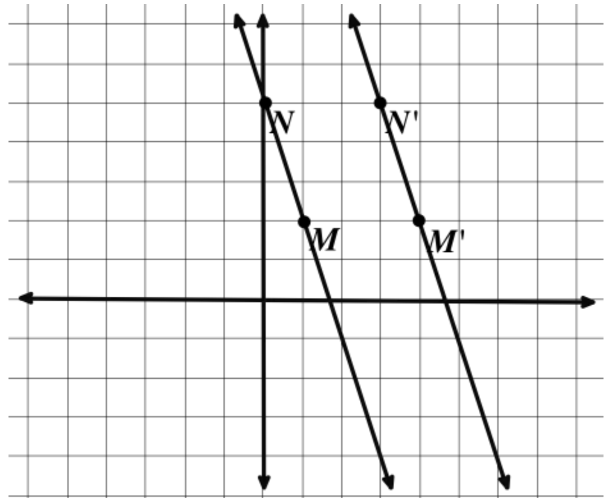



a. Descripción de la transformación:

b. Ecuación de la pre-imagen:

c. Ecuación de la imagen:

2.

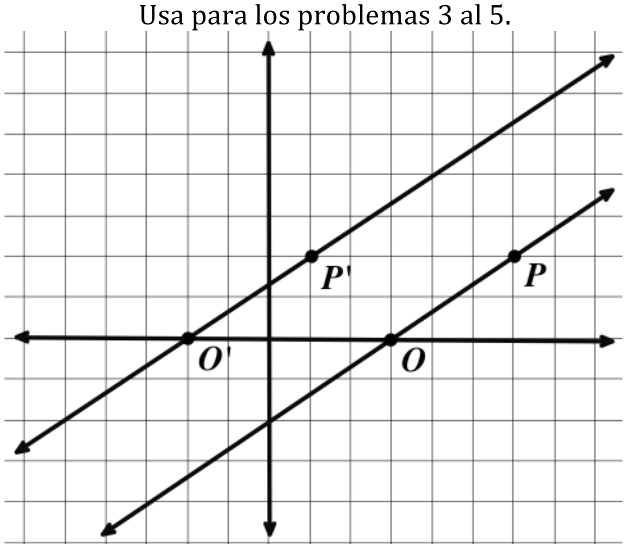



a. Descripción de la transformación:

b. Ecuación de la pre-imagen:

c. Ecuación de la imagen:

Usa para los problemas 3 al 5.




3. a. Descripción de la transformación:

b. Ecuación de la pre-imagen:

c. Ecuación de la imagen:

4. Escribe una ecuación de la línea con la misma pendiente que pasa por el origen.

5. Escribe una ecuación de la línea pependicular a estas a través del punto **O'**.

Después de trabajar con estas ecuaciones y ver las transformaciones en el eje de coordenadas, es un buen momento para considerar trabajo similar, con tablas.

6. Conecta los valores de las tablas al cace con la regla de la función adecuada.

**I**

| x | f(x) |
|---|---|
| -1 | 16 |
| 0 | 14 |
| 1 | 12 |
| 2 | 10 |

**II**

| x | f(x) |
|---|---|
| -1 | 14 |
| 0 | 12 |
| 1 | 10 |
| 2 | 8 |

**III**

| x | f(x) |
|---|---|
| -1 | 12 |
| 0 | 10 |
| 1 | 8 |
| 2 | 6 |

**IV**

| x | f(x) |
|---|---|
| -1 | 10 |
| 0 | 8 |
| 1 | 6 |
| 2 | 4 |

**V**

| x | f(x) |
|---|---|
| -1 | 8 |
| 0 | 6 |
| 1 | 4 |
| 2 | 2 |

A. $f(x) = -2(x-1)+8$

B. $f(x) = -2(x-1)+12$

C. $f(x) = -2(x-2)+8$

D. $f(x) = -2(x+1)+8$

E. $f(x) = -2(x+1)+10$

## PRÁCTICA

Tema: Usa el criterio de Congruencia de Triángulos para justificar las conjeturas.

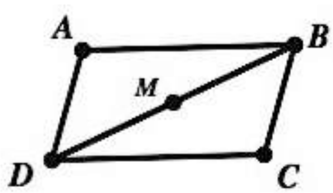
**En cada problema al calce, hay enlistadas algunas declaraciones verdaderas. Basado en estas declaraciones, ha sido hecha una conjetura (adivinar) de lo que puede ser verdadero. Usando las declaraciones dadas y las declaraciones de la conjetura, crea un argumento que justifique la conjetura.**

7. Declaraciones verdaderas:

El punto ***M*** es el punto intermedio de $\overline{DB}$

$\angle ABD \cong \angle BDC$

$\overline{AB} \cong \overline{DC}$

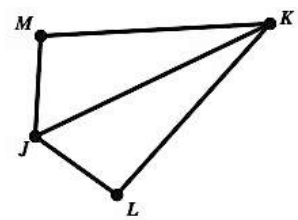



Conjeture: $\angle A \cong \angle C$

a. ¿La conjetura es verdadera?

b. Argumento para probar que estás en lo correcto.

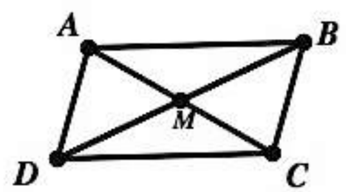
8. Declaraciones verdaderas:
$\angle KJL \cong \angle KJM$
$\overline{JL} \cong \overline{JM}$




Conjeture: $\overline{JK}$ divide $\angle MKL$
a. ¿La conjetura es verdadera?

b. Argumento para probar que estás en lo correcto:

9. Declaraciones verdaderas:
$\Delta\, ADM$ es una rotación de 180°
de $\Delta\, CMB$




Conjeture: $\Delta\, ABM \cong \Delta CDM$
a. ¿La conjetura es verdadera?

b. Argumento para probar que estás en lo correcto:

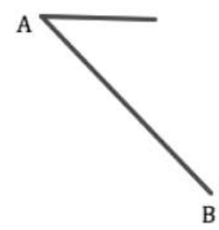
## RENDIMIENTO

Tema: Construcciones con compás y regla.

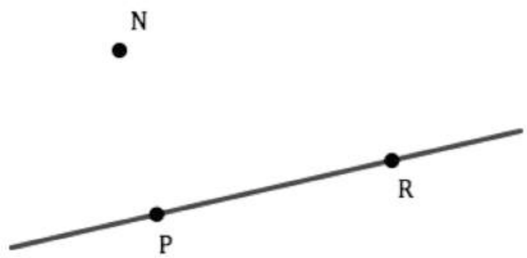
10. ¿Por qué usamos un compás geométrico cuando hacemos construcciones en geometría?

Haz las construcciones que se indican usando un compás y una regla.

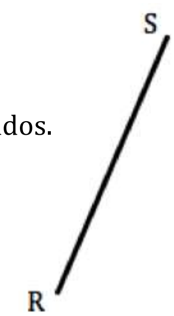
11. Construye un rombo, usa el segmento AB como un lado y el ángulo A como uno de los ángulos.



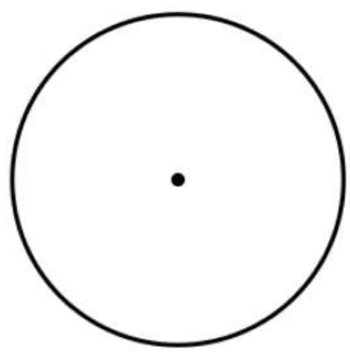

12. Construye una línea paralela a la línea PR
a través del punto N.



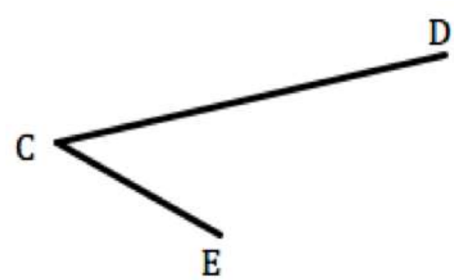

13. Construye un triángulo equilátero con el segmento RS como uno de los lados.




14. Construye un hexágono
regular inscrito en el círculo provisto.

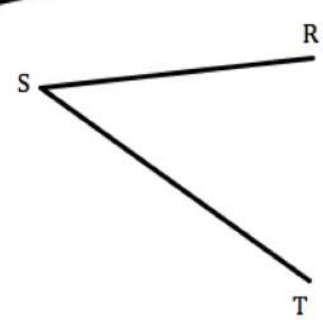


15. Construye un paralelogramo usando CD como
un lado y CE como el otro lado.




16. Divide el segmento de línea LM.


17. Divide el ángulo RST.



# 7.6 Justificar Construcciones

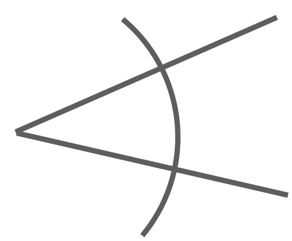
## *Actividad para Solidificar Comprensión*



Las construcciones con compás y regla se pueden justificar con herramientas tales como:

- las definiciones y propiedades de las transformaciones de movimiento rígido
- identificar las partes correspondientes de triángulos congruentes
- usar observaciones sobre lados, ángulos y diagonales de tipos especiales de cuadriláteros

Estudia los pasos del siguiente procedimiento para *construir la bisectriz de un ángulo* y completa la ilustración basándote en las descripciones de los pasos.

| **Pasos** | **Ilustración** |
| --- | --- |
| Utilizando un compás, dibuja un arco (porción de un círculo) que intersecte cada rayo del ángulo para ser dividido, con el centro del arco situado en el vértice del ángulo. |  |
| Sin cambiar la anchura del compás, dibuja dos arcos en el interior del ángulo, con el centro de los arcos situados en los dos puntos donde el arco intersecta primero los rayos del ángulo. | |
| Con la regla, dibuja un rayo desde el vértice del ángulo a través del punto donde se intersecan los dos arcos. | |

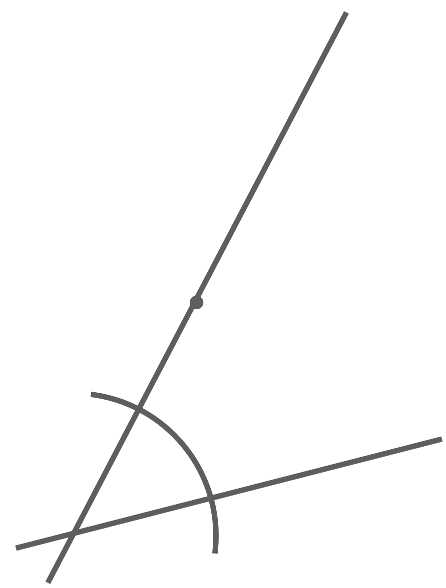
Explica en detalle por qué funciona esta construcción. Puede ser útil identificar algunos triángulos congruentes o un cuadrilátero familiar en la ilustración final. También puedes utilizar las definiciones o propiedades de las transformaciones de movimiento rígido en tu explicación. Prepárate para compartir tu explicación con tus compañeros.

Estudiar los pasos del siguiente procedimiento para la *construcción de una línea perpendicular a una línea dada, a través de un punto dado* y completar la ilustración basado en las descripciones de los pasos.

<table>
<tr><th>Pasos</th><th>Ilustración</th></tr>
<tr><td>Utilizando un compás, dibuja un arco (porción de un círculo) que intersecte la línea dada en dos puntos, con el centro del arco situado en el punto dado.</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>Sin cambiar la anchura del compás, localiza un segundo punto en el otro lado de la línea dada, trazando dos arcos en el mismo lado de la línea, con el centro de los arcos situados en los dos puntos donde el arco primero intersecta la línea.</td></tr>
<tr><td>Con la regla, trace una línea por el punto dado y el punto donde se intersecan los dos arcos.</td></tr>
</table>

Explica en detalle por qué funciona esta construcción. Puede ser útil identificar algunos triángulos congruentes o un cuadrilátero familiar en la ilustración final. También puedes utilizar las definiciones o propiedades de las transformaciones de movimiento rígido en tu explicación. Está preparado para compartir tu explicación con tus compañeros.

Estudiar los pasos del procedimiento siguiente para la construcción de *una línea paralela a una línea dada a través de un punto dado* y completa la ilustración basado en las descripciones de los pasos.

| **Pasos** | **Ilustración** |
|---|---|
| Utilizando una regla, dibuja una línea a través del punto dado para formar un ángulo arbitrario con la línea dada. |  |
| Utilizando un compás, dibuja un arco (porción de un círculo) que intersecte ambos rayos del ángulo formado, con el centro del arco situado en el punto donde la línea dibujada intersecta la línea dada. | |
| Sin cambiar la anchura del compás, dibuja un segundo arco en el mismo lado de la línea dibujada, centrado en el punto dado. El segundo arco debe ser tan largo o más largo que el primer arco y debe intersectar la línea dibujada. | |
| Fija la anchura del compás para que coincida con la distancia entre los dos puntos donde el primer arco cruza las dos líneas. Sin cambiar la anchura del compás, dibuja un tercer arco que intersecte el segundo arco, centrado en el punto donde el segundo arco intersecta la línea dibujada. | |
| Con la regla, trace una línea por el punto dado y el punto donde se intersecan los dos arcos. | |

Explica en detalle por qué funciona esta construcción. Puede ser útil identificar algunos triángulos congruentes o un cuadrilátero familiar en la ilustración final. También puedes utilizar las definiciones o propiedades de las transformaciones de movimiento rígido en tu explicación. Está preparado para compartir tu explicación con tus compañeros.

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO Nombre Periodo Fecha

## PREPARACIÓN

Tema: Simetría rotacional en polígonos regulares y con transformaciones.

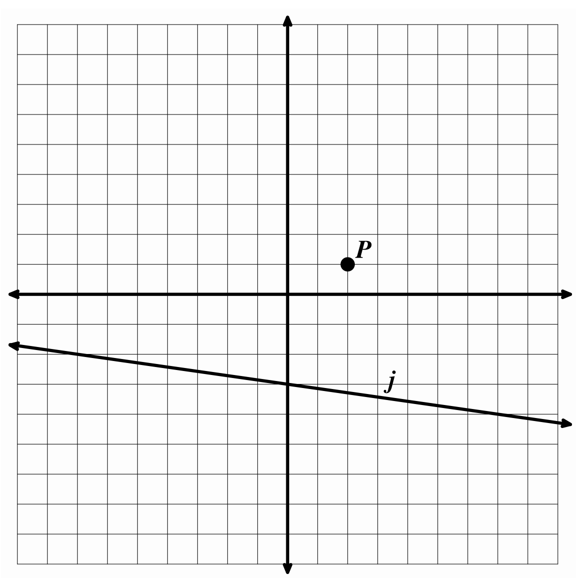
1. ¿Qué ángulos de simetría rotacional hay en un pentágono regular?

2. ¿Qué ángulos de simetría rotacional hay en un hexágono regular?

3. Si un polígono regular tiene un ángulo de simetría rotacional de 40°, ¿cuántos lados tiene el polígono?

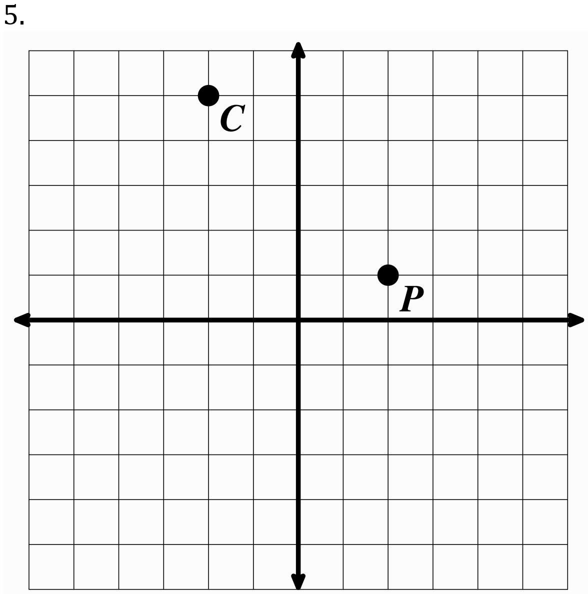
**En cada eje de coordenadas dado, realiza la transformación que se te indica.**

4.




Refleja el punto ***P*** sobre la línea ***j***.

5.




Gira el punto ***P*** $90^0$ en dirección de las manecillas del reloj sobre el punto ***C***.

## PRÁCTICA

Tema: Usa el criterio de Congruencia de Triángulos para justificar construcciones.

6. Construye un triángulo isósceles que incorpore $\overline{CD}$ como uno de los lados. Construye el círculo circunscrito alrededor del triángulo. (Nota: Un círculo circunscrito pasa a través de todos los vértices de un polígono).


7. Construye un hexágono regular que incorpore $\overline{CD}$ como uno de los lados. Construye el círculo circunscrito alrededor del hexágono.


8. Construye un cuadrado que incorpore $CD$ como uno de los lados. Construye un círculo circunscrito alrededor del cuadrado.

## RENDIMIENTO

Tema: Encontrar Distancia y Pendiente.

**Por cada par de puntos de coordenadas dado, encuentra la distancia entre ellos; y encuentra la pendiente de la línea que los atraviesa. Muestra todo tu trabajo.**

9. (-2, 8) , (3, -4)
   a. Pendiente: b. Distancia:

10. (-7, -3) , (1, 5))
   a. Pendiente: b. Distancia:

11. (3, 7) , (-5, 9)
   a. Pendiente: b. Distancia:

12. (1, -5) (-7, 1)
   a. Pendiente: b. Distancia:

13. ( -10, 31) (20, 11)
   a. Pendiente: b. Distancia:

14. (16, -45) (-34, 75)
   a. Pendiente: b. Distancia: