mathematics vision project

Transforming Mathematics Education

SECUNDARIA MATEMATICAS DOS

Un Enfoque Integrado

MODULO 2

Estructura de Expresiones

MATHEMATICSVISIONPROJECT.ORG

The Mathematics Vision Project

Scott Hendrickson, Joleigh Honey, Barbara Kuehl, Travis Lemon, Janet Sutorius

© 2017 Mathematics Vision Project
All Rights Reserved

MÓDULO 2 - TABLA DE CONTENIDO

ESTRUCTURA DE EXPRESIONES

2.1 Transformers: "Y" Cambiantes – Actividad para Desarrollar Comprensión
Conectar transformaciones a funciones cuadráticas y parábolas (F.IF.7, F.BF.3)
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Estructura de Expresiones 2.1

2.2 Transformers: Más de lo que Parece – Actividad para Consolidar Comprensión
Trabajar con la forma de vértice de una función cuadrática, conectar los componentes a las transformaciones (F.IF.7, F.BF.3)
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Estructura de Expresiones 2.2

2.3 Construir el Cuadrado Perfecto – Actividad para Desarrollar Comprensión
Enfoques visuales y algebraicos para completar el cuadrado (F.IF.8)
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Estructura de Expresiones 2.3

2.4 Un Cuadrado muy Cuadrado – Actividad para Consolidar Comprensión
Enfoques visuales y algebraicos para completar el cuadrado (F.IF.8)
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Estructura de Expresiones 2.4

2.5 Estar Allí o Ser un Cuadrado – Actividad para Practicar Comprensión
Enfoques visuales y algebraicos para completar el cuadrado (F.IF.8)
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Estructura de Expresiones 2.5

2.6 Fijación de Factores – Actividad para Consolidar Comprensión
Conectar las formas factorizadas y expandidas de una función cuadrática (F.IF.8, F.BF.1, A.SSE.3)
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Estructura de Expresiones 2.6

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

2.7 El Factor X – Actividad para Consolidar Comprensión

Conectar las formas factorizadas y expandidas o estándares de una función cuadrática (F.IF.8, F.BF.1, A.SSE.3)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Estructura de Expresiones 2.7

2.8H El Factor Sorpresa – Actividad para Consolidar Comprensión

Hacer conexiones entre las formas factorizadas y expandidas de una función cuadrática cuando el valor *a* no es igual a uno. (F.IF.8, A.SSE.3)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Estructura de Expresiones 2.8H

2.9 Alinear Funciones Cuadráticas – Actividad ara Consolidar Comprensión

Enfoque en el vértice e intersección de las funciones cuadráticas (F.IF.8, F.BF.1, A.SSE.3)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Estructura de Expresiones 2.9

2.Tengo que Completarlo – Actividad para Practicar Comprensión

Alcanzar fluidez al volver a escribir y conectar diferentes formas de funciones cuadráticas (F.IF.8, F.BF.1, A.SSE.3)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Estructura de Expresiones 2.10

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

CC BY Lily Mulholland
https://flic.kr/p/5AdC7o

2.1 Transformers: "Y" Cambiantes

Actividad para Desarrollar Comprensión

Optima Prime está diseñando un edredón de robot para su nuevo nieto. Ella planea que el robot tenga una cara cuadrada. La cantidad de tela que necesita para la cara dependerá del área de la cara, por lo que Optima decide modelar el área de la cara del robot matemáticamente. Ella sabe que el área A de un cuadrado con longitud de lado de x unidades (que pueden ser pulgadas o centímetros) es modelado por la función, $A\ (x) = \ x^2$ unidades cuadradas.

1. ¿Cuál es el dominio de la función $A(x)$ en este contexto?

2. Haz coincidir cada declaración sobre el área con la ecuación de la función que la modela:

Ecuación de la Función que coincide con la Declaración (A, B, C, o D)	**Declaración**	**Ecuación de la Función**	
	La longitud de cada lado se incrementa por 5 unidades.	A	$A(x) = \ 5x^2$
	La longitud de cada lado se multiplica por 5 unidades.	B	$A = \ (x + 5)^2$
	El área de un cuadrado se incrementa por 5 unidades cuadradas.	C	$A = (5x)^2$
	El área de un cuadrado se multiplica por 5.	D	$A = \ x^2 + 5$

Optima empezó a pensar en la gráfica $y = x^2$ (en el dominio de todos los números reales) y se pregunta cómo los cambios a la ecuación de la función, como sumar 5 o multiplicar por 5 afectan la gráfica. Ella decidió hacer predicciones sobre los efectos y luego decidió verificarlos.

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

3. Predice cómo las gráficas de cada una de las siguientes ecuaciones serán iguales o diferentes a la gráfica de $y = x^2$.

	Similitudes con la gráfica de $y = x^2$	**Diferencias con la gráfica de $y = x^2$**
$y = 5x^2$		
$y = (x + 5)^2$		
$y = (5x)^2$		
$y = x^2 + 5$		

4. Optima decidió probar sus ideas utilizando la tecnología. Ella piensa que siempre es una buena idea comenzar sencillamente, por lo que decide empezar con $y = x^2 + 5$. Ella lo grafica junto con $y = x^2$ en la misma ventana usando su calculadora gráfica. Haz la prueba tú mismo y describe lo que encuentras.

5. Sabiendo que las cosas tienen mucho más sentido con más representaciones, Optima intenta algunos ejemplos más como $y = x^2 + 2$ y también $y = x^2 - 3$, mirando una tabla y una gráfica de cada uno. ¿A qué conclusión llegarías sobre el efecto de sumar o restar un número a $y = x^2$? Anota cuidadosamente las tablas y gráficas de estos ejemplos en tu cuaderno y explica por qué tu conclusión sería verdadera para cualquier valor de k, dada la ecuación, $y = x^2 + k$.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

6. Después de su increíble éxito con la suma en el último problema, Optima decidió mirar lo que sucede con la suma y resta dentro de los paréntesis, o como ella lo dice, "sumar a la x antes de que se multiplique al cuadrado". Usando tu calculadora gráfica, decide el efecto de h en las ecuaciones: $y = (x + h)^2$ y también $y = (x - h)^2$. (Elige algunos números específicos para h). Registra algunos ejemplos (tablas y gráficas) en tu cuaderno y explica por qué ocurre este efecto en la gráfica.

7. Optima pensó que el problema # 6 fue muy difícil, esperaba que la multiplicación fuera más sencilla. Ella decide empezar sencillamente y multiplicar por -1, por lo que comienza con $y = -x^2$. Predice cuál es el efecto en la gráfica y luego compruébalo. ¿Por qué tiene este efecto?

8. Optima se anima porque el problema # 7 fue fácil. Ella decide terminar su investigación por el día determinando el efecto de un *multiplicador*, a, en la ecuación: $y = ax^2$. Usando números positivos y negativos, fracciones y números enteros, crea al menos 4 tablas y gráficas coincidentes para determinar el efecto de un multiplicador.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

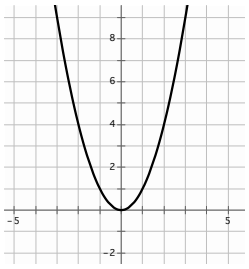
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

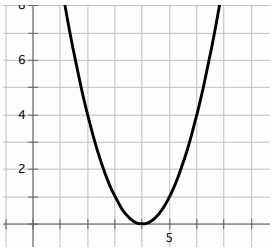
Nombre Periodo Fecha

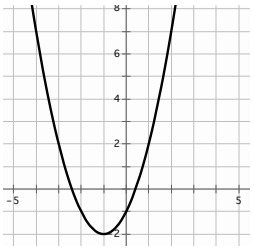
PREPARACIÓN

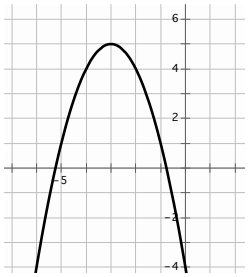
Tema: Búsqueda de características clave en la gráfica de una ecuación cuadrática

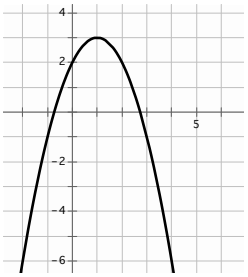
Haz un punto en el vértice y traza una línea punteada para el eje de simetría. Etiqueta las coordenadas del vértice e indica si es un máximo o un mínimo. Escribe la ecuación para el eje de simetría.

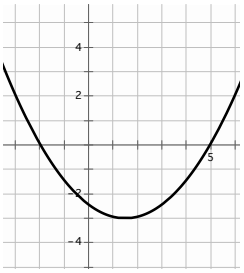
1. 

2. 

3. 

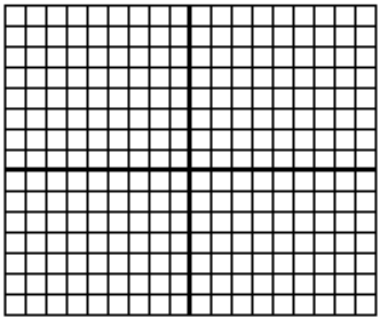
4. 

5. 

6. 

7. ¿Qué conexión existe entre las coordenadas del vértice y la ecuación del eje de simetría?

8. Recuerda el problema # 6. Trata de encontrar una manera de encontrar el valor exacto de las coordenadas del vértice. Prueba tu método con cada vértice del 1 - 5. Explica tu conjetura.



9. ¿Cuántas intersecciones de *x* puede tener una parábola?

10. Dibuja una parábola que no tenga intersecciones *x*, y luego explica qué tiene que pasar para que una parábola no tenga intersecciones *x*.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

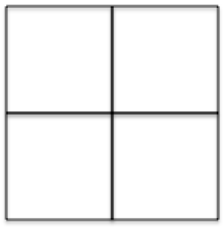
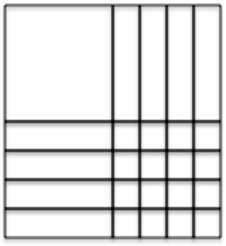
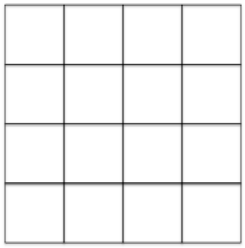
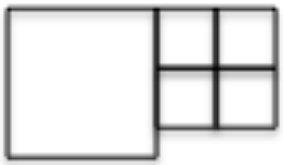
mathematics vision project

PRÁCTICA

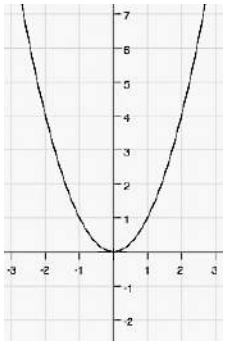
Tema: Transformaciones en funciones cuadráticas

Correspondencia: Elije el modelo de área que corresponda mejor para la ecuación.

____11. $x^2 + 4$ ____12. $(x + 4)^2$ ____13. $(4x)^2$ ____14. $4x^2$

a. 	b. 
c. 	d. 

La tabla de valores y la gráfica para f (x) = x^2 se te proporciona. Compara los valores de la tabla para g (x) con los de f (x). Identifica lo que permanece igual y lo que cambia. a) Utiliza esta información para escribir la forma de vértice de la ecuación de g (x). b) Representa gráficamente g (x). c) Describe cómo cambió la gráfica en comparación con la gráfica de f (x). Usa palabras como derecha, izquierda, arriba y abajo. d) Contesta la pregunta.

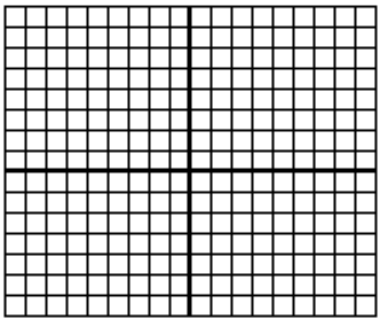


x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = x^2$	9	4	1	0	1	4	9

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

15 a) g(x) =

b)



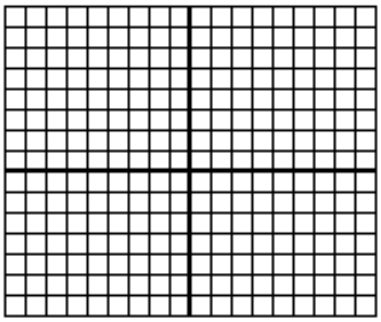
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
g(x)	2	-3	-6	-7	-6	-3	2

c) ¿De qué manera se movió la gráfica?

d) ¿Qué parte de la ecuación indica este movimiento?

16 a) *g(x)* =

b)



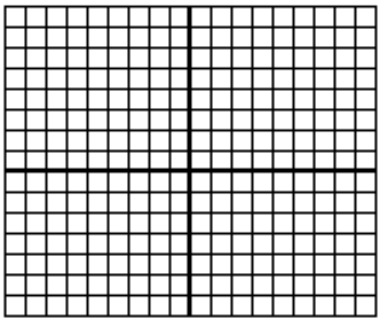
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
g(x)	11	6	3	2	3	6	11

c) ¿De qué manera se movió la gráfica?

d) ¿Qué parte de la ecuación indica este movimiento?

17 a) *g(x)* =

b)



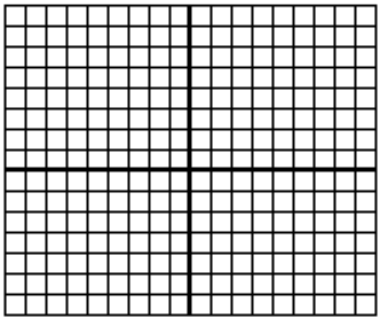
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
g(x)	9	4	1	0	1	4	9

c) ¿De qué manera se movió la gráfica?

d) ¿Qué parte de la ecuación indica este movimiento?

18 a) *g(x)* =

b)



x	0	1	2	3	4	5	6
g(x)	9	4	1	0	1	4	9

c) ¿De qué manera se movió la gráfica?

d) ¿Qué parte de la ecuación indica este movimiento?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

RENDIMIENTO

Tema: Encontrar raíces cuadradas

Simplifica las siguientes expresiones

19. $\sqrt{49a^2b^6}$

20. $\sqrt{(x+13)^2}$

21. $\sqrt{(x-16)^2}$

22. $\sqrt{(36x+25)^2}$

23. $\sqrt{(11x-7)^2}$

24. $\sqrt{9m^2(2p^3-q)^2}$

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

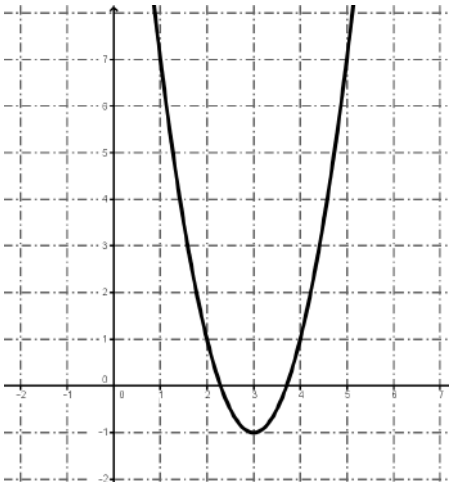
2.2 *Transformers*: Más de lo que Parece

Actividad para Consolidar Comprensión

CC BY Robin Zebrowski
https://flic.kr/p/EHyap

Escribe la ecuación para cada problema a continuación. Utiliza una segunda representación para comprobar tu ecuación.

1. El área de un cuadrado con longitud lateral *x*, donde la longitud lateral se reduce en 3, el área se multiplica por 2 y luego se añaden 4 unidades cuadradas al área.

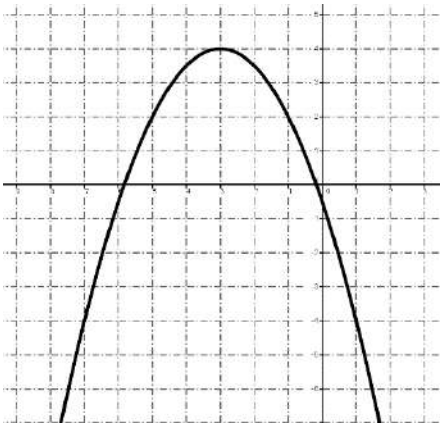
2. 

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

3.

x	***f(x)***
-4	7
-3	2
-2	-1
-1	-2
0	-1
1	2
2	7
3	14
4	23

4.



Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

Representa gráficamente cada ecuación sin utilizar tu calculadora gráfica. Asegúrate de tener el vértice exacto y al menos dos puntos correctos a cada lado de la línea de simetría.

5. $f(x) = -x^2 + 3$

6. $g(x) = (x + 2)^2 - 5$

7. $h(x) = 3(x - 1)^2 + 2$

8. Dada: $f(x) = a(x - h)^2 + k$

   a. ¿Qué punto es el vértice de la parábola?

   b. ¿Cuál es la ecuación de la línea de simetría?

   c. ¿Cómo puedes saber si la parábola se abre o baja?

   d. ¿Cómo identificas la dilatación?

9. ¿Importa en qué orden se realizan las transformaciones? Explica por qué sí o por qué no.

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

PREPARACIÓN

Tema: Forma estándar de ecuaciones cuadráticas

La forma estándar de una ecuación cuadrática se define como $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$.

Identifica *a, b,* y *c* en las siguientes ecuaciones.

Ejemplo: Dada la ecuación $4x^2 + 7x - 6$, a = 4, b = 7, y c = -6

1. $y = 5x^2 + 3x + 6$

   a = _____
   b = _____
   c = _____

2. $y = x^2 - 7x + 3$

   a = _____
   b = _____
   c = _____

3. $y = -2x^2 + 3x$

   a = _____
   b = _____
   c = _____

4. $y = 6x^2 - 5$

   a = _____
   b = _____
   c = _____

5. $y = -3x^2 + 4x$

   a = _____
   b = _____
   c = _____

6. $y = 8x^2 - 5x - 2$

   a = _____
   b = _____
   c = _____

Multiplica y escribe cada producto en la forma $y = ax^2 + bx + c$. Luego identifica a, b, y c.

7. $y = x(x - 4)$

   a = _____
   b = _____
   c = _____

8. $y = (x - 1)(2x - 1)$

   a = _____
   b = _____
   c = _____

9. $y = (3x - 2)(3x + 2)$

   a = _____
   b = _____
   c = _____

10. $y = (x + 6)(x + 6)$

    a = _____
    b = _____
    c = _____

11. $y = (x - 3)^2$

    a = _____
    b = _____
    c = _____

12. $y = -(x + 5)^2$

    a = _____
    b = _____
    c = _____

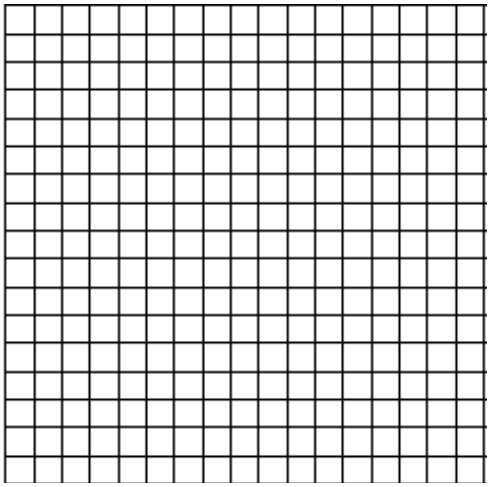
Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

PRÁCTICA

Tema: Representa gráficamente la parábola $\boldsymbol{y = x^2}$

13. Representa gráficamente la ecuación $y = x^2$. Incluye al menos 3 puntos precisos en cada lado del eje de simetría.



a. Indica el vértice de la parábola.

b. Completa la tabla de valores para $y = x^2$.

x	$f(x)$
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

Tema: Escribe la ecuación de una parábola transformada en forma de vértice.

Encuentra el valor de ω de manera que la gráfica tenga el número especificado de intersecciones de x.

14. $\mathbf{y = x^2 + \omega}$
2 (intersecciones de x)

15. $\mathbf{y = x^2 + \omega}$
1 (intersección de x)

16. $\mathbf{y = x^2 + \omega}$
no (intersecciones de x)

17. $y = -x^2 + \omega$
2 (intersecciones de x)

18. $y = -x^2 + \omega$
1 (intersección de x)

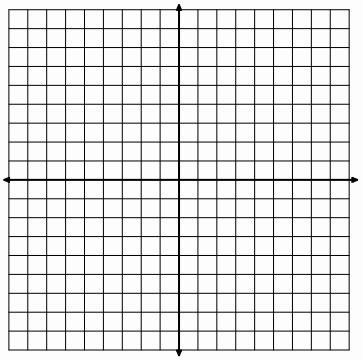
19. $y = -x^2 + \omega$
no (intersecciones de x)

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

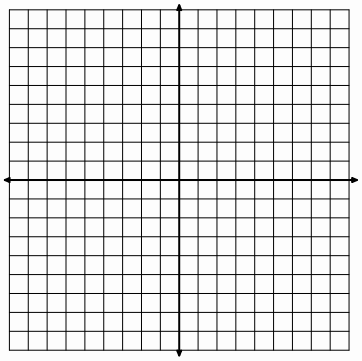
Representa gráficamente las siguientes ecuaciones. Indica el vértice.
(¡Se preciso con tus puntos clave y la forma!)

20. $y = (x - 1)^2$



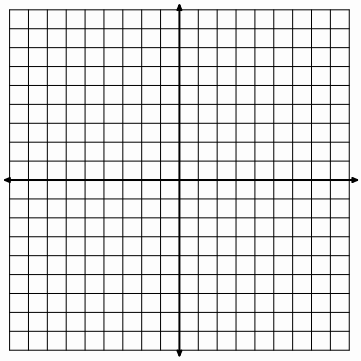
¿Vértice? _____

21. $y = (x - 1)^2 + 1$



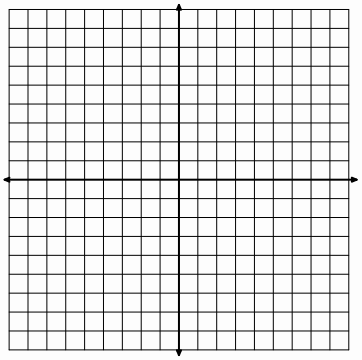
¿Vértice? _____

22. $y = 2(x - 1)^2 + 1$



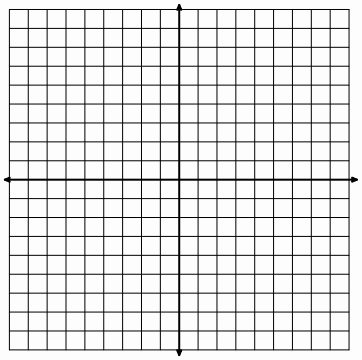
¿Vértice? _____

23. $y = (x + 3)^2$



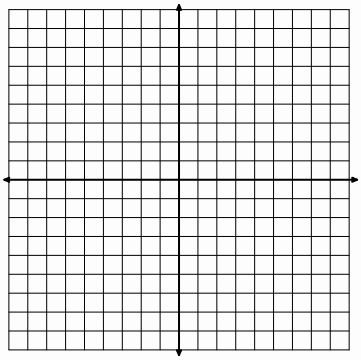
¿Vértice? _____

24. $y = -(x + 3)^2 - 4$



¿Vértice? _____

25. $y = -0.5(x + 1)^2 + 4$



¿Vértice? _____

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

RENDIMIENTO

Tema: Características de las parábolas

Utiliza la tabla para identificar el vértice y la ecuación para el eje de simetría (EdS); indica el número de intersecciones de x que tendrá la parábola, si es que tiene alguna(s). Indica si el vértice será un *mínimo* o un *máximo*.

26.

x	*y*
-4	10
-3	3
-2	-2
-1	-5
0	-6
1	-5
2	-2

a. Vértice: _____

b. EdS: _____

c. Intersección(es) de x_____

d. MIN o MAX

27.

x	*y*
-2	49
-1	28
0	13
1	4
2	1
3	4
4	13

a. Vértice: _____

b. EdS: _____

c. Intersección(es) de x: _____

d. MIN o MAX

28.

x	*y*
-7	-9
-6	3
-5	7
-4	3
-3	-9
-2	-
-1	29
	-
	57

a. Vértice: _____

b. EdS: _____

c. Intersección(es) de x: _____

d. MIN o MAX

29.

x	*y*
-8	-9
-7	-8
-6	-9
-5	-12
-4	-17
-3	-24
-2	-33

a. Vértice: _____

b. EdS: _____

c. Intersección(es) de x: _____

d. MIN o MAX

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

2.3 Construir el Cuadrado Perfecto

Actividad para Desarrollar Comprensión

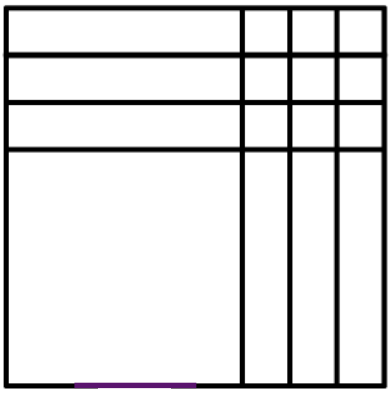
CC BY Sonja Threadgill Nelson
https://flic.kr/p/2rKxsV

Edredones Cuadráticos

Optima tiene una tienda de edredones donde vende muchos bloques de edredones de colores para las personas que quieren hacer sus propios edredones. Ella tiene diseños de edredón en medidas que sirven para cualquier tamaño de cama. Ella basa sus diseños en bloques de edredón que pueden variar de tamaño, por lo que llama a la longitud del lado del bloque básico x, y el área del bloque básico es la función $A(x) = x^2$. De esta manera, puede personalizar los diseños haciendo bloques más grandes o bloques más pequeños.

1. Si Optima agrega 3 pulgadas al lado del bloque, ¿cuál es el área del bloque?

Cuando Optima dibuja un patrón para el bloque en el problema # 1, se ve así:



Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

2. Utilizar tanto el diagrama como la ecuación, $A(x) = (x + 3)^2$ para explicar por qué el área del bloque del edredón, $A(x)$, es también igual a $x^2 + 6x + 9$.

Los representantes de servicio al cliente en la tienda de Optima trabajan con los pedidos de los clientes y hacen los pedidos en función del área de la tela necesaria para el pedido. Como se puede ver en el problema # 2 hay dos maneras en que los clientes pueden llamar y describir el área del bloque de edredón. Una forma describe la longitud de los lados del bloque y la otra forma describe el área de cada una de las cuatro secciones del bloque.

Para cada uno de los siguientes bloques de edredón, dibuja el diagrama del bloque y escribe dos ecuaciones equivalentes para el área del bloque.

3. Bloque con longitud lateral: $x + 2$.

4. Bloque con longitud lateral: $x + 1$.

5. ¿Qué patrones notas cuando relacionas los diagramas con las dos expresiones del área?

6. A Optima le gusta tener a su pequeña perra, Clementine, en la tienda. Un día la perra tenía un poco de hambre y comenzó a masticar las órdenes. Cuando Optima encontró las órdenes, una de ellas estaba tan masticada que sólo había expresiones parciales para el área restante. Ayuda a Optima completando cada una de las siguientes expresiones para el área para que describan un cuadrado perfecto. Luego, escribe las dos ecuaciones equivalentes para el área del bloque.

   a. $x^2 + 4x$

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

b. $x^2 + 6x$

c. $x^2 + 8x$

d. $x^2 + 12x$

7. Si $x^2 + bx + c$ es un bloque perfecto, ¿cuál es la relación entre b y c? ¿Cómo usas b para encontrar c, como en el problema 6?

¿Funcionará esta estrategia si b es negativa? ¿Por qué sí o por qué no?

¿Funcionará la estrategia si b es un número impar? ¿Qué pasa con c si b es impar?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

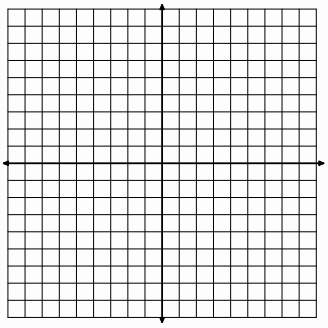
Nombre Periodo Fecha

PREPARACIÓN

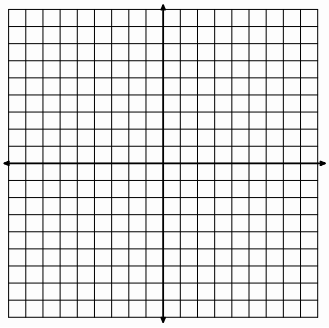
Tema: Representación gráfica de líneas utilizando las intersecciones

Encuentra la intersección de *x* y la intersección de *y*. Luego representa gráficamente la ecuación.

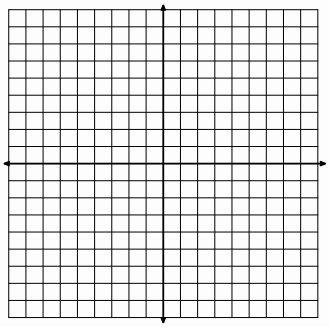
1. $3x + 2y = 12$
   a. intersección de x:
   b. intersección de y:



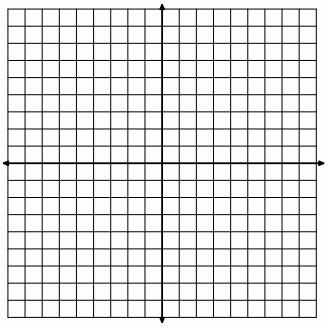
2. $8x - 12y = -24$
   a. intersección de x:
   b. Intersección de y:



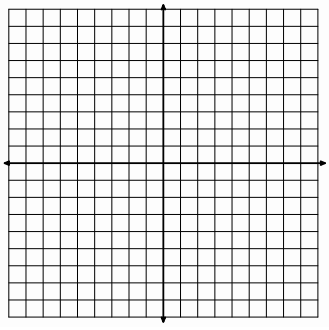
3. $3x - 7y = 21$
   a. intersección de x:
   b. Intersección de y:



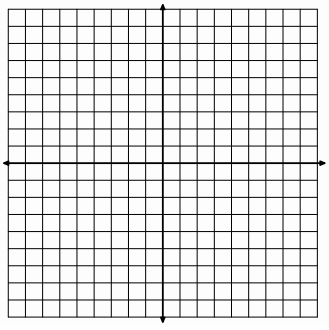
4. $5x - 10y = 20$
   a. intersección de x:
   b. intersección de y:



5. $2y = 6x - 18$
   a. intersección de x:
   b. intersección de y:



6. $y = -6x + 6$
   a. intersección de x:
   b. intersección de y:



Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

PRÁCTICA

Tema: Completa el cuadrado prestando atención a las partes

Multiplica. Muestra cada paso. Circula el par de términos similares antes de simplificar a un trinomio.

7. $(x + 5)(x + 5)$ 8. $(3x + 7)(3x + 7)$ 9. $(9x + 1)^2$ 10. $(4x + 11)^2$

11. Escribe una regla para encontrar el coeficiente "B" del término x (el término medio) al multiplicar y simplificar $(ax + q)^2$.

Problemas 12 – 17. **(a) Rellena el número que completa el cuadrado.**

(b) Luego escribe el trinomio como el producto de dos factores.

12. a) $x^2 + 8x + ____$ 13. a) $x^2 + 10x + ____$ 14. a) $x^2 + 16x + ____$

b) b) b)

15. a) $x^2 + 6x + ____$ 16. a) $x^2 + 22x + ____$ 17. a) $x^2 + 18x + ____$

b) b) b)

Problemas 18 – 26 **(a) Encuentra el valor de "B", que hará un trinomio cuadrado perfecto.**

(b) Luego escribe el trinomio como el producto de dos factores.

18. $x^2 + Bx + 16$ 19. $x^2 + Bx + 121$ 20. $x^2 + Bx + 625$

a) a) a)

b) b) b)

21. $x^2 + Bx + 225$ 22. $x^2 + Bx + 49$ 23. $x^2 + Bx + 169$

a) a) a)

b) b) b)

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

24. $x^2 + Bx + \frac{25}{4}$

a)

b)

25. $x^2 + Bx + \frac{9}{4}$

a)

b)

26. $x^2 + Bx + \frac{49}{4}$

a)

b)

RENDIMIENTO

Tema: Características de líneas horizontales y verticales

Encuentra las intersecciones de la gráfica de cada ecuación. Indica si es una intersección de *x* o de *y*.

27. y = -4.5

28. x = 9.5

29. x = -8.2

30. y = 112

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

2.4 Un Cuadrado muy Cuadrado

CC BY David Amsler https://flic.kr/p/d7Lap7

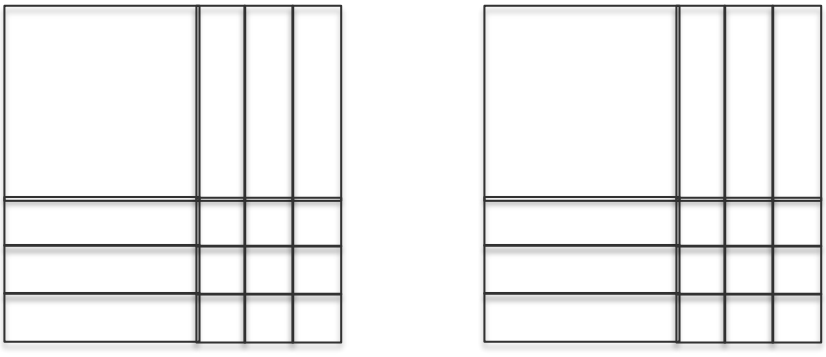
Actividad para Consolidar Comprensión

Más práctica con edredones cuadráticos

¿Recuerdas la tienda de edredones de Optima? Ella basa sus diseños en bloques de edredón que pueden variar de tamaño, por lo que llama a la longitud del lado para el bloque básico x, y el área del bloque básico es la función $A(x) = x^2$. De esta manera, puede personalizar los diseños haciendo bloques más grandes o bloques más pequeños.

1. A veces, un cliente ordena más de un bloque de edredón de un tamaño determinado. Por ejemplo, cuando un cliente ordena 4 bloques del tamaño básico, los representantes de servicio al cliente escriben la orden así: $A(x) = 4x^2$. Modela esta expresión del área con un diagrama.

2. Uno de los representantes de servicio al cliente encuentra un sobre que contiene los bloques que se muestran abajo. Escribe la orden que muestre dos ecuaciones equivalentes para el área de los bloques.



Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

3. ¿Qué ecuaciones podría escribir el área de servicio al cliente si recibieron una orden de 2 bloques que son cuadrados y tienen ambas dimensiones aumentado en 1 pulgada en comparación con el bloque básico? Escribe las ecuaciones del área en dos formas equivalentes. Verifica tu álgebra usando un diagrama.

4. ¿Y si servicio al cliente recibe una orden de 3 bloques que son cuadrados, con ambas dimensiones aumentado en 2 pulgadas en comparación con el bloque básico? Una vez más, muestra dos ecuaciones diferentes para el área y verifica tu trabajo con un modelo.

5. ¡Clementine hizo de las suyas otra vez! ¿Cuándo es que la perra va a aprender que no debe masticar las órdenes? (Ella también mastica los zapatos de Optima, pero eso es una historia para otro día). Aquí están algunas de las órdenes que ha masticado, que no tienen el último término. Ayuda a Optima completando cada una de las siguientes expresiones para el área para que describan un cuadrado perfecto. Luego, escribe las dos ecuaciones equivalentes para el área del cuadrado.

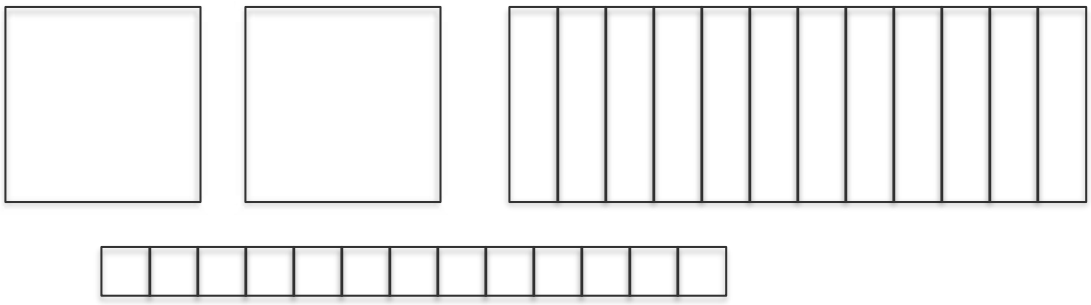
   $2x^2 + 8x$

   $3x^2 + 24x$

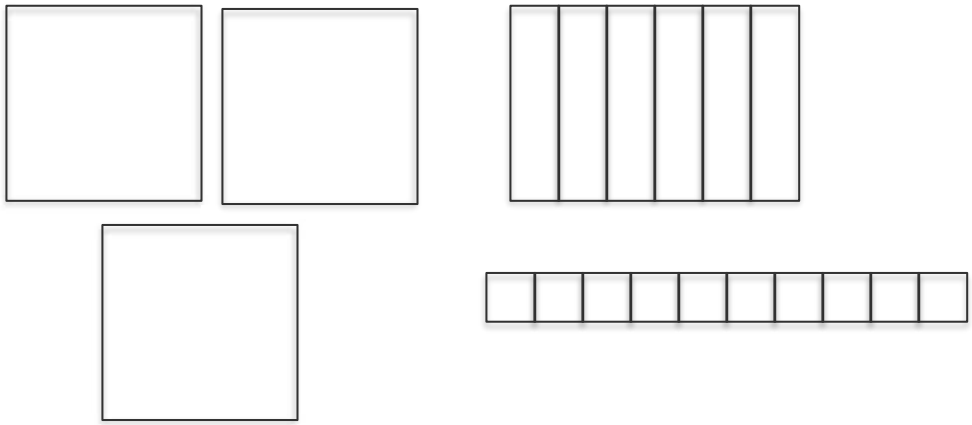
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

A veces, la tienda de edredones recibe una orden que resulta no ser un cuadrado perfecto. El servicio de atención al cliente siempre intenta completar las órdenes con cuadrados perfectos, o al menos, empiezan allí y luego se ajusta según sea necesario.

6. ¡Ahora aquí está un verdadero lío! El servicio de atención al cliente recibió una orden para el área $A(x) = 2x^2 + 12x + 13$. Ayúdalos a encontrar una expresión equivalente para el área, usando el diagrama.



7. Optima realmente necesita organizarse. Aquí hay otro diagrama confuso. Escribe dos ecuaciones equivalentes para el área de este diagrama:



Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

8. Optima se dio cuenta de que no todo el mundo necesita cuadrados perfectos y no todas las órdenes están llegando como expresiones que son cuadrados perfectos. Determina si cada expresión de abajo es un cuadrado perfecto. Explica por qué la expresión es o no es un cuadrado perfecto. Si no es un cuadrado perfecto, encuentra el cuadrado perfecto que parezca "más cercano" a la expresión dada, y que muestra cómo el cuadrado perfecto puede ser ajustado para ser la expresión dada.

A. $A(x) = x^2 + 6x + 13$

B. $A(x) = x^2 - 8x + 16$

C. $A(x) = x^2 - 10x - 3$

D. $A(x) = 2x^2 + 8x + 14$

E. $A(x) = 3x^2 - 30x + 75$

F. $A(x) = 2x^2 - 22x + 11$

9. Ahora vamos a generalizar. Dada una expresión en la forma $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$, describe un proceso paso a paso para completar el cuadrado.

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

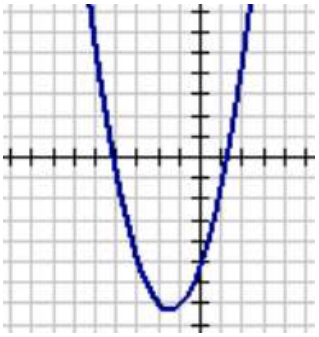
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

PREPARACIÓN

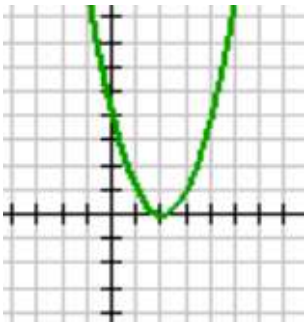
Tema: Encuentra las intersecciones de *y* en las parábolas

Expón cuál es la intersección de *y* para cada una de las gráficas. A continuación, relaciona la gráfica que coincida con su ecuación.

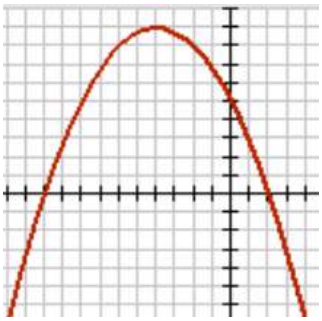
1.



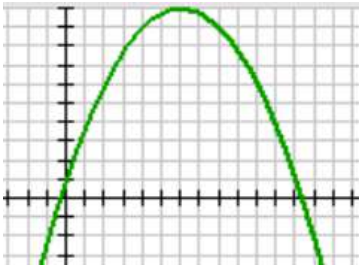
2.



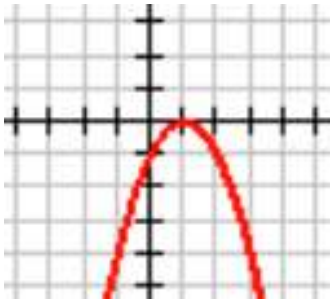
3.



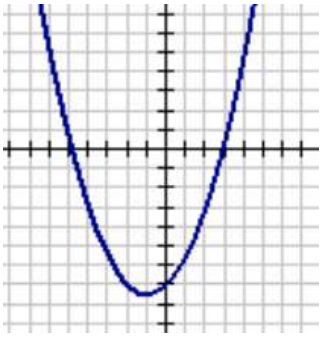
4.



5.



6.



a. $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

b. $f(x) = -.25x^2 - 2x + 5$

c. $f(x) = x^2 + 3x - 5$

d. $f(x) = .5x^2 + x - 7$

e. $f(x) = -.25x^2 + 3x + 1$

f. $f(x) = x^2 - 4x + 4$

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

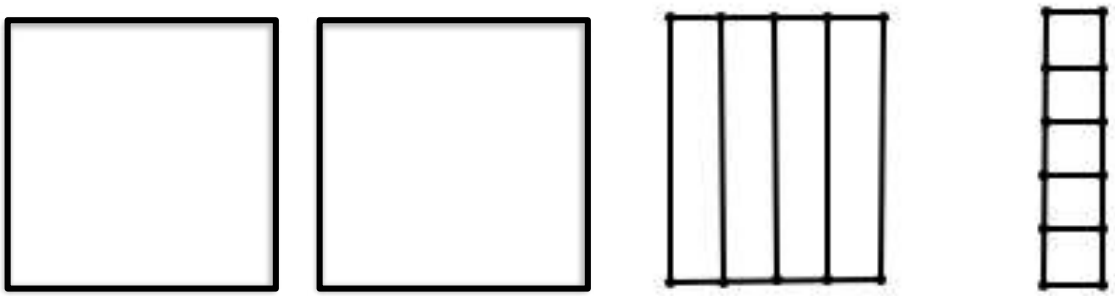
PRÁCTICA

Tema: Completa el cuadrado cuando a >1.

Rellena la constante que falta para que cada expresión represente 5 cuadrados perfectos. A continuación, indica las dimensiones de los cuadrados en cada problema.

7. $5x^2 + 30x +$ _____ 8. $5x^2 - 50x +$ _____ 9. $5x^2 + 10x +$ _____

10. Con el diagrama confuso dado al calce, escribe dos ecuaciones equivalentes para el área.



Determina si cada expresión a continuación es un cuadrado perfecto o no. Si no es un cuadrado perfecto, encuentra el cuadrado perfecto que parezca "más cercano" a la expresión dada y muestra cómo el cuadrado perfecto puede ser ajustado para ser la expresión dada.

11. $A(x) = x^2 + 10x + 14$ 12. $A(x) = 2x^2 + 16x + 6$ 13. $A(x) = 3x^2 + 18x - 12$

RENDIMIENTO

Tema: Evaluación de funciones

Encuentra el valor de función indicado cuando $f(x) = 4x^2 - 3x - 25$ y $g(x) = -2x^2 + x - 5$.

14. $f(1)$ 15. $f(5)$ 16. $g(10)$ 17. $g(-5)$ 18. $f(0) + g(0)$

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

CC BY David Amsler
https://flic.kr/p/d7Lap7

2.5 Estar Allí o Ser un Cuadrado

Actividad para Practicar Comprensión

Edredones y Gráficas Cuadráticas

La sobrina de Optima, Jenny, trabaja en la tienda, tomando órdenes y dibujando diagramas de edredones. Cuando no está demasiado ocupada, Jenny hace su tarea de matemáticas. Un día, la tarea consistía en la representación gráfica de las parábolas y se dio cuenta de que las ecuaciones se parecían mucho a una orden para un bloque de edredón. Por ejemplo, Jenny tiene que representar gráficamente la ecuación: $y = (x - 3)^2 + 4$.
Ella piensa, "Eso es gracioso. Esta sería una orden donde la longitud del cuadrado estándar se reduce en 3 y luego añadimos un pequeño pedazo de tela que tiene como área 4. Normalmente, no recibimos órdenes como esas, pero todavía tiene sentido. Será mejor que vuelva a pensar en las parábolas. Mmm..."

1. Describe completamente la parábola que Jenny tiene que graficar.

2. Jenny continúa haciendo su tarea, que se trata de graficar funciones cuadráticas. Para su consternación, encuentra que le han dado: $y = x^2 - 6x + 9$. "¡Oh, no!", piensa Jenny. "No puedo decir dónde está el vértice o identificar ninguna de las transformaciones de la parábola en esta forma. Ahora, ¿qué se supone que tengo que hacer?

   "Espera un minuto, ¿es esta el área de un cuadrado perfecto?" Usa tu trabajo de Construir el Cuadrado Perfecto para contestar la pregunta de Jenny y justificar tu respuesta.

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

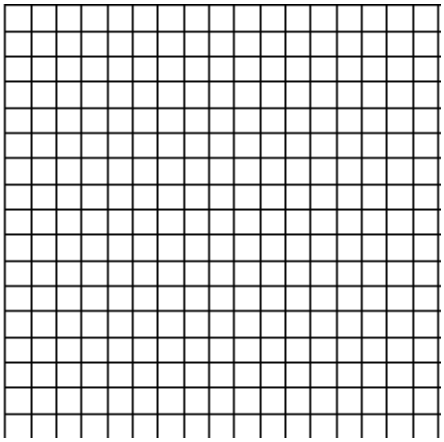
3. Jenny dice: "Creo que he descubierto cómo cambiar la forma de mi ecuación cuadrática para poder graficar la parábola. Lo comprobaré para ver si puedo hacer de mi ecuación un cuadrado perfecto". La ecuación de Jenny es: $y = x^2 - 6x + 9$.

   Ve si puedes cambiar la forma de la ecuación, encontrar el vértice y graficar la parábola.

   a. $y = x^2 - 6x + 9$ Nueva forma de la ecuación: _____

   b. Vértice de la parábola: _____

   c. Gráfica (con al menos 3 puntos precisos en cada lado de la línea de simetría):



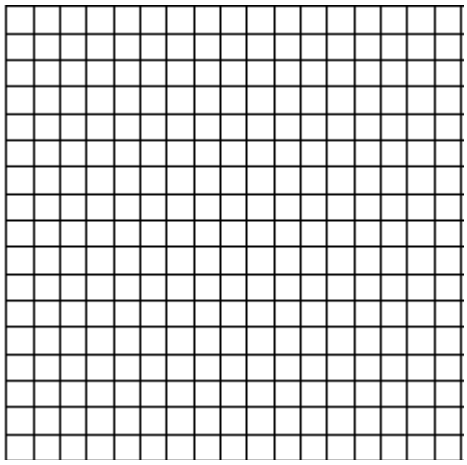
4. La siguiente ecuación cuadrática para graficar es $y = x^2 + 4x + 2$. ¿Esta expresión encaja en el patrón de un cuadrado perfecto? ¿Por qué sí o por qué no?

   a. Utiliza un modelo de área para averiguar cómo completar el cuadrado para que la ecuación se pueda escribir en forma de vértice, $y = a(x - h)^2 + k$.

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

b. ¿Es la ecuación que has escrito equivalente a la ecuación original? Si no, ¿qué ajustes hay que hacer? ¿Por qué?

c. Identifica el vértice y grafica la parábola con tres puntos precisos en ambos lados de la línea de simetría.



5. Jenny esperaba no necesitar averiguar cómo completar el cuadrado de una ecuación donde b fuera un número impar. Por supuesto, ese fue el siguiente problema. Ayuda a Jenny a encontrar el vértice de la parábola para esta función cuadrática:

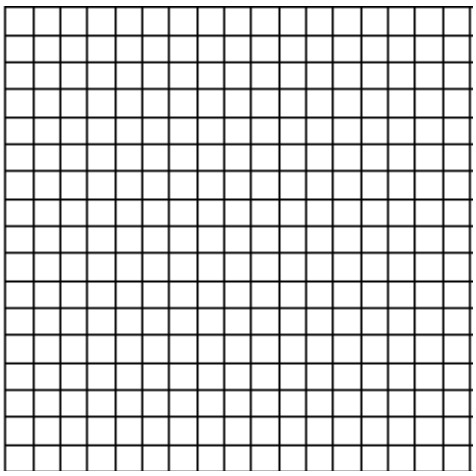
$$g(x) = x^2 + 7x + 10$$

6. No te preocupes si tuviste que pensar mucho para poder resolver el problema # 5. Jenny tiene que hacer un par más:

a. $g(x) = x^2 - 5x + 3$ b. $g(x) = x^2 - x - 5$

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

7. ¡La cosa se pone mejor! Ayuda a Jenny a encontrar el vértice y graficar la parábola para la función cuadrática: $h(x) = 2x^2 - 12x + 17$



8. Este es muy adorable, ¡tienes que hacerlo! Encuentra el vértice y describe la parábola que sea la gráfica de: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 3$

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

PREPARACIÓN

Tema: Reconocer ecuaciones cuadráticas

Identifica si cada ecuación representa o no una función cuadrática. Explica cómo sabes que es cuadrática.

1. $x^2 + 13x - 4 = 0$

¿Cuadrática o no?

Justificación:

2. $3x^2 + x = 3x^2 - 2$

¿Cuadrática o no?

Justificación:

3. $x(4x - 5) = 0$

¿Cuadrática o no?

Justificación:

4. $(2x - 7) + 6x = 10$

¿Cuadrática o no?

Justificación:

5. $2^x + 6 = 0$

¿Cuadrática o no?

Justificación:

6. $32 = 4x^2$

¿Cuadrática o no?

Justificación:

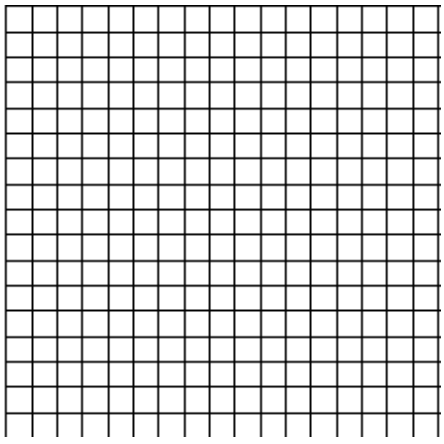
PRÁCTICA

Tema: Cambiar una ecuación cuadrática de forma estándar a forma de vértice.

Cambia la forma de cada ecuación a la forma de vértice: $y = a(x - h)^2 + k$. Indica el vértice y grafica la parábola. Muestra al menos 3 puntos precisos en cada lado de la línea de simetría.

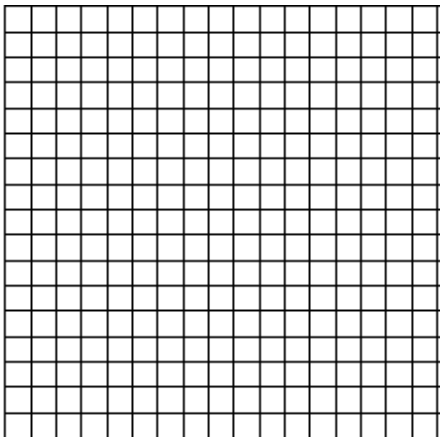
7. $y = x^2 - 4x + 1$

Vértice:



8. $y = x^2 + 2x + 5$

Vértice:

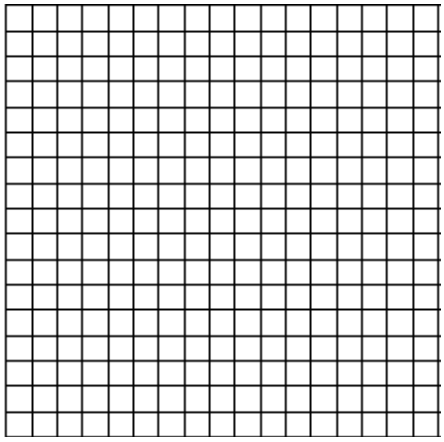


Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

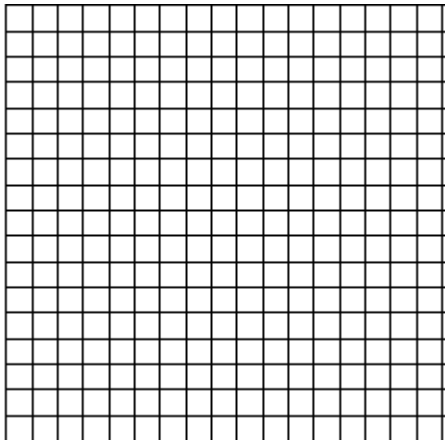
9. $y = x^2 + 3x + \frac{13}{4}$

Vértice:



10. $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 5$

Vértice:



11. Una de las parábolas en los problemas 9 - 10 debería parecer "más ancha" que las otras. Identifica la parábola. Explica por qué esta parábola se ve diferente a las otras.

Rellena el espacio en blanco completando el cuadrado. Deja el número que completa el cuadrado como una fracción impropia. Luego escribe el trinomio en forma factorizada.

12. $x^2 - 11x + ___$

13. $x^2 + 7x + ___$

14. $x^2 + 15x + ___$

15. $x^2 + \frac{2}{3}x + ___$

16. $x^2 - \frac{1}{5}x + ___$

17. $x^2 - \frac{3}{4}x + ___$

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

RENDIMIENTO

Tema: Escribir ecuaciones recursivas para funciones cuadráticas.

Identifica si la tabla representa una función lineal o cuadrática. Si la función es lineal, escribe las ecuaciones explícita y recursiva. Si la función es cuadrática, escribe solamente la ecuación recursiva.

18.

x	$f(x)$
1	0
2	3
3	6
4	9
5	12

Tipo de función:

Ecuación(es):

19.

x	$f(x)$
1	7
2	10
3	16
4	25
5	37

Tipo de función:

Ecuación(es):

20.

x	$f(x)$
1	8
2	10
3	12
4	14
5	16

Tipo de función:

Ecuación(es):

21.

x	$f(x)$
1	28
2	40
3	54
4	70
5	88

Tipo de función:

Ecuación(es):

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

CC BY Suzette
https://flic.kr/p/7DQAhI

2.6 Fijación de Factores

Actividad para Desarrollar Comprensión

Al principio, en la tienda Los Edredones de Optima sólo hacían bloques cuadrados para los clientes y Optima pasaba su tiempo haciendo cuadrados perfectos. Los representantes de servicio al cliente fueron capacitados para pedir la longitud del lado del bloque, x, que se estaba ordenando, y le informaban al cliente el área del bloque a ser acolchado con la fórmula $A(x) = x^2$.
Optima encontró que muchos clientes que entraban en la tienda estaban haciendo diseños que requerían una combinación de cuadrados y rectángulos. Así que la tienda, los Edredones de Optima, decidió producir varias líneas nuevas de bloques de edredón rectangular. Cada línea nueva se describe en términos de cómo el bloque rectangular ha sido modificado del bloque cuadrado original. Por ejemplo, una línea de bloques de edredón consiste en comenzar con un bloque cuadrado y extender una longitud 5 pulgadas y la otra longitud 2 pulgadas para formar un nuevo bloque rectangular. El departamento de diseño sabe que el área de este nuevo bloque puede ser representada por la expresión: $A(x) = (x + 5)(x + 2)$, pero no sienten que esta expresión da al cliente un sentido real de cuánto más grande es este nuevo bloque (por ejemplo, cuánta más área tiene) en comparación con los bloques cuadrados originales.

1. ¿Puedes encontrar una expresión diferente para representar el área de este nuevo bloque rectangular? Tendrás que convencer a tus clientes de que tu fórmula es correcta utilizando un diagrama.

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

Aquí hay algunas líneas nuevas adicionales de bloques que Los edredones de Optima ha introducido al mercado. Encuentra dos expresiones algebraicas diferentes para representar cada rectángulo e ilustra con un diagrama por qué tus representaciones son correctas.

2. El bloque cuadrado original fue extendido 3 pulgadas en un lado y 4 pulgadas en el otro.

3. El bloque cuadrado original fue extendido 4 pulgadas en un lado solamente.

4. El bloque cuadrado original fue extendido 5 pulgadas en cada lado.

5. El bloque cuadrado original fue extendido 2 pulgadas en un lado y 6 pulgadas en el otro.

Los clientes comienzan a pedir diseños de bloques hechos a la medida solicitando cuánta área adicional quieren más allá del área original de x^2. Una vez que se toma un pedido para un cierto tipo de bloque, servicio al cliente debe tener instrucciones específicas sobre cómo hacer el nuevo diseño para el equipo de fabricación. Las instrucciones deben explicar cómo extender los lados de un bloque cuadrado para crear la línea nueva de bloques rectangulares.

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

El departamento de servicio al cliente ha colocado los siguientes pedidos en tu escritorio. Para cada uno, describe cómo hacer los nuevos bloques extendiendo los lados de un bloque cuadrado con una longitud inicial de *x*. Tus instrucciones deben incluir diagramas, descripciones escritas y descripciones algebraicas del área de los rectángulos usando expresiones que representen las longitudes de los lados.

6. $x^2 + 5x + 3x + 15$

7. $x^2 + 4x + 6x + 24$

8. $x^2 + 9x + 2x + 18$

9. $x^2 + 5x + x + 5$

Algunas de las órdenes están escritas en un código algebraico aún más simplificado. Averigua qué significan estas entradas encontrando los lados de los rectángulos que tienen esta área. Utiliza los lados del rectángulo para escribir expresiones equivalentes para el área.

10. $x^2 + 11x + 10$

11. $x^2 + 7x + 10$

12. $x^2 + 9x + 8$

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

13. $x^2 + 6x + 8$

14. $x^2 + 8x + 12$

15. $x^2 + 7x + 12$

16. $x^2 + 13x + 12$

17. ¿Qué relaciones o patrones notas cuando encuentras los lados de los rectángulos para un área determinada de este tipo?

18. Un cliente llamó y pidió un rectángulo con área dada por: $x^2 + 7x + 9$. El representante de servicio al cliente dijo que la tienda no podía hacer ese rectángulo. ¿Estás de acuerdo o en desacuerdo? ¿Cómo puedes saber si se puede construir un rectángulo desde un área determinada?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

PREPARACIÓN

Tema: Crear binomios cuadráticos

Multiplica. (Usa la propiedad distributiva, escribe en forma estándar).

1. $x(4x - 7)$
2. $5x(3x + 8)$
3. $3x(3x - 2)$

4. Las respuestas a los problemas 1, 2 y 3 son ecuaciones cuadráticas que pueden representarse en la forma estándar $ax^2 + bx + c$. ¿Qué coeficiente, **a, b,** o **c** es igual a 0 para todos los ejercicios anteriores?

Factoriza lo siguiente. (Escribe las expresiones como el producto de dos factores lineales).

5. $x^2 + 4x$
6. $7x^2 - 21x$
7. $12x^2 + 60x$
8. $8x^2 + 20x$

Multiplica.

9. $(x + 9)(x - 9)$
10. $(x + 2)(x - 2)$
11. $(6x + 5)(6x - 5)$
12. $(7x + 1)(7x - 1)$

13. Las respuestas a los problemas 9, 10, 11 y 12 son ecuaciones cuadráticas que pueden representarse en la forma estándar $ax^2 + bx + c$. ¿Qué coeficiente, **a, b,** o **c** es igual a 0 para todos los ejercicios anteriores?

PRÁCTICA

Tema: Factorización de los trinomios

Factoriza las siguientes expresiones cuadráticas en dos binomios.

14. $x^2 + 14x + 45$
15. $x^2 + 18x + 45$
16. $x^2 + 46x + 45$

17. $x^2 + 11x + 24$
18. $x^2 + 10x + 24$
19. $x^2 + 14x + 24$

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

20. $x^2 + 12x + 36$ 21. $x^2 + 13x + 36$ 22. $x^2 + 20x + 36$

23. $x^2 - 15x - 100$ 24. $x^2 + 20x + 100$ 25. $x^2 + 29x + 100$

26. Examina cada "hilera" de expresiones factorizadas en los problemas 14 al 25. Explica cómo es posible que el coeficiente ***(b)*** del término medio puede ser números diferentes en cada problema cuando los coeficientes "externos" ***(a)*** y ***(c)*** son iguales. (Recuerda que la forma estándar de una ecuación cuadrática es $\boldsymbol{ax^2 + bx + c}$).

RENDIMIENTO

Tema: Sacar la raíz cuadrada de cuadrados perfectos

Sólo algunas de las expresiones dentro del signo radical son cuadrados perfectos. Identifica cuáles son cuadrados perfectos y saca su raíz cuadrada. Deja los que no son cuadrados perfectos bajo el signo radical. No intentes simplificarlos. (Sugerencia: Comprueba tus respuestas mediante la cuadratura de ellos. Debes ser capaz de obtener el resultado con el que comenzaste, si tu respuesta es correcta).

27. $\sqrt{(17xyz)^2}$ 28. $\sqrt{(3x - 7)^2}$ 29. $\sqrt{121a^2b^6}$

30. $\sqrt{x^2 + 8x + 16}$ 31. $\sqrt{x^2 + 14x + 49}$ 32. $\sqrt{x^2 + 14x - 49}$

33. $\sqrt{x^2 + 10x + 100}$ 34. $\sqrt{x^2 + 20x + 100}$ 35. $\sqrt{x^2 - 20x + 100}$

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

CC BY Sandy Schultz
https://flic.kr/p/8xVyob

2.7 El Factor X

Actividad para Consolidar Comprensión

Ahora que Los Edredones de Optima está aceptando pedidos de bloques rectangulares, su negocio está creciendo a pasos agigantados. Muchos clientes desean bloques rectangulares que sean más grandes que el bloque cuadrado estándar en un lado. Algunas veces quieren que un lado del bloque sea la longitud estándar, *x*, y el otro lado del bloque 2 pulgadas más grande.

1. Dibuja y etiqueta este bloque. Escribe dos expresiones diferentes para el área del bloque.

A veces, quieren bloques con un lado que es la longitud estándar, *x*, y un lado que es 2 pulgadas menos que el tamaño estándar.

2. Dibuja y etiqueta este bloque. Escribe dos expresiones diferentes para el área del bloque. Usa tu diagrama y verifica algebraicamente que las dos expresiones sean equivalentes.

Hay muchos otros bloques de tamaño solicitados, con las longitudes laterales todas basadas en la longitud estándar, *x*. Dibuja y etiqueta cada uno de los siguientes bloques. Usa tus diagramas para escribir dos expresiones equivalentes para el área. Verifica algebraicamente que las expresiones sean iguales.

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

3. Un lado es 1 pulgada menos que el tamaño estándar y el otro lado es 2 pulgadas más que el tamaño estándar.

4. Un lado es 2 pulgadas menos que el tamaño estándar y el otro lado es 3 pulgadas más que el tamaño estándar.

5. Un lado es 2 pulgadas más que el tamaño estándar y el otro lado es 3 pulgadas menos que el tamaño estándar.

6. Un lado es 3 pulgadas más que el tamaño estándar y el otro lado es 4 pulgadas menos que el tamaño estándar.

7. Un lado es 4 pulgadas más que el tamaño estándar y el otro lado es 3 pulgadas menos que el tamaño estándar.

8. Una expresión que tiene 3 términos en la forma: $ax^2 + bx + c$ se llama trinomio. Mira los trinomios que escribiste en las preguntas 3-7. ¿Cómo se puede saber si el término medio (bx) va a ser positivo o negativo?

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

9. Una cliente hizo un pedido inusual. Ella quería un bloque que se extendía 2 pulgadas por un lado y disminuía 2 pulgadas por el otro lado. Uno de los empleados cree que este rectángulo tendrá la misma área que el cuadrado original, ya que un lado se redujo en la misma cantidad que se aumentó en el otro lado. ¿Qué piensas? Usa un diagrama para encontrar dos expresiones para el área de este bloque.

10. Este pedido inusual hizo que el empleado tuviera curiosidad. ¿Hay un patrón o una forma de predecir las dos expresiones para el área cuando un lado se incrementa en un número y el lado adyacente se reduce por el mismo número? Haz la prueba modelando estos dos problemas. Mira la respuesta al problema # 8, y ve si puedes encontrar un patrón en el resultado.
    a. $(x + 1)(x - 1)$

    b. $(x + 3)(x - 3)$

11. ¿Qué patrón notaste? ¿Cuál es el resultado de $(x + a)\ (x - a)$?

12. Algunos clientes quieren que ambos lados del bloque se reduzcan. Dibuja el diagrama para los siguientes bloques y encuentra una expresión en forma de trinomio para el área de cada bloque. Usa álgebra para verificar el trinomio que encontraste en el diagrama.
    a. $(x - 2)(x - 3)$

    b. $(x - 1)(x - 4)$

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

13. Mira otra vez todas las expresiones equivalentes que has escrito hasta ahora y explica cómo decir si el tercer término en el trinomio $ax^2 + bx + c$ será positivo o negativo.

14. La tienda Los Edredones de Optima ha recibido una serie de pedidos que se dan como áreas rectangulares usando trinomios. Encuentra la expresión equivalente que muestre las longitudes de los dos lados de los rectángulos.

a. $x^2 + 9x + 18$

b. $x^2 + 3x - 18$

c. $x^2 - 3x - 18$

d. $x^2 - 9x + 18$

e. $x^2 - 5x + 4$

f. $x^2 - 3x - 4$

g. $x^2 + 2x - 15$

15. Escribe una explicación de cómo factorizar un trinomio en la forma: $x^2 + bx + c$.

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

PREPARACIÓN

Tema: Explorar la densidad de la línea numérica
Encuentra tres números que estén entre los dos números dados.

1. $5\frac{3}{4}$ y $6\frac{1}{3}$
2. $-2\frac{1}{4}$ y $-1\frac{1}{2}$
3. $\frac{1}{4}$ y $\frac{5}{8}$
4. $\sqrt{3}$ y $\sqrt{5}$
5. 4 y $\sqrt{23}$
6. $-9\frac{3}{4}$ y -8.5
7. $\sqrt{\frac{1}{4}}$ y $\sqrt{\frac{4}{9}}$
8. $\sqrt{13}$ y $\sqrt{14}$

PRÁCTICA

Tema: Factorización de ecuaciones cuadráticas
Se te proporciona el área de un rectángulo en forma de trinomio. Encuentra la expresión equivalente que muestre las longitudes de los dos lados del rectángulo.

9. $x^2 + 9x + 8$
10. $x^2 - 6x + 8$
11. $x^2 - 2x - 8$
12. $x^2 + 7x - 8$
13. $x^2 - 11x + 24$
14. $x^2 - 14x + 24$
15. $x^2 - 25x + 24$
16. $x^2 - 10x + 24$
17. $x^2 - 2x - 24$
18. $x^2 - 5x - 24$
19. $x^2 + 5x - 24$
20. $x^2 - 10x + 25$
21. $x^2 - 25$
22. $x^2 - 2x - 15$
23. $x^2 + 10x - 75$
24. $x^2 - 20x + 51$
25. $x^2 + 14x - 32$
26. $x^2 - 1$
27. $x^2 - 2x + 1$
28. $x^2 + 12x - 45$

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

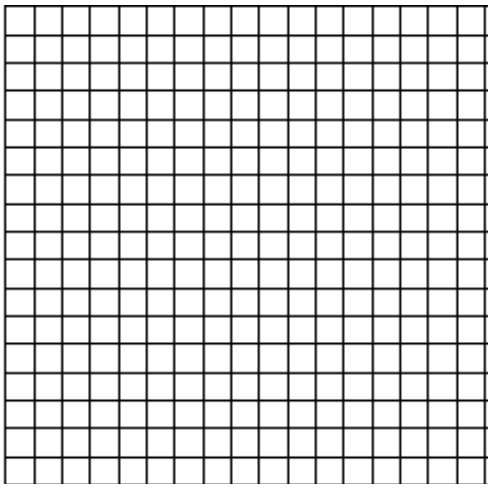
mathematics vision project

RENDIMIENTO

Tema: Representación gráfica de parábolas

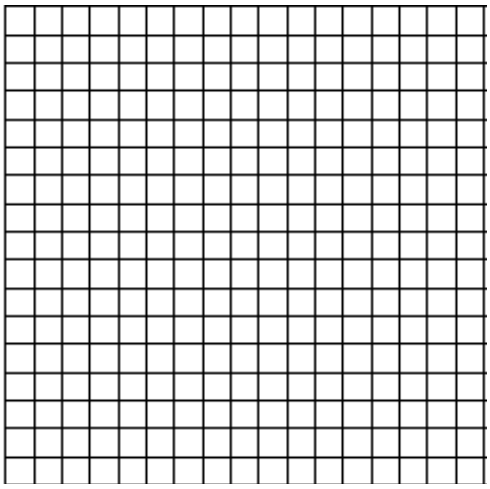
Grafica cada parábola. Incluye el vértice y al menos 3 puntos precisos en cada lado del eje de simetría. Luego describe la transformación con palabras.

29. $f(x) = x^2$



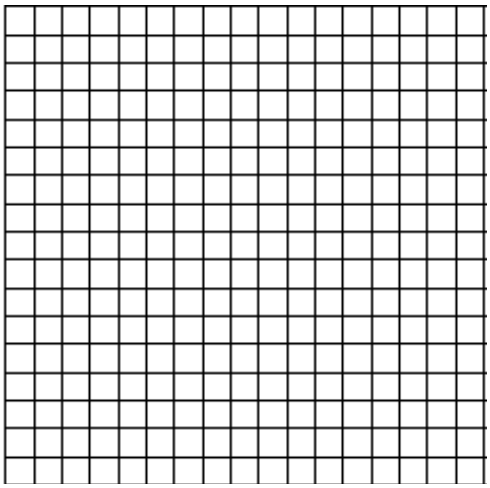
Descripción:

30. $g(x) = x^2 - 3$



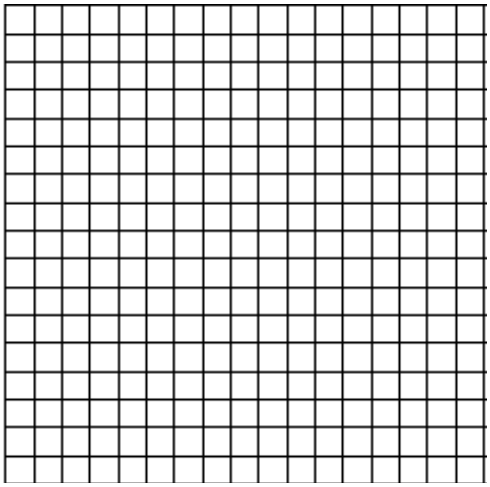
Descripción:

31. $h(x) = (x - 2)^2$



Descripción:

32. $b(x) = -(x + 1)^2 + 4$



Descripción:

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

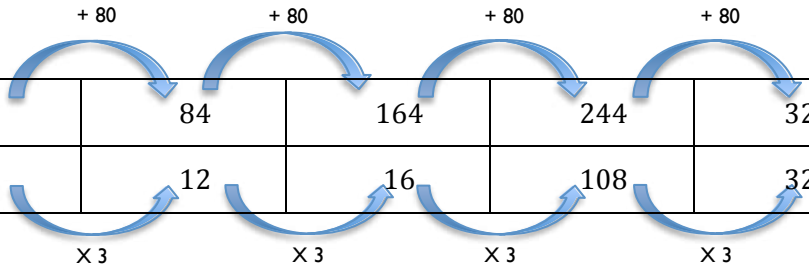
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

PREPARACIÓN

Tema: Comparación de secuencias aritméticas y geométricas

Se dan los términos primero y quinto de cada secuencia. Rellenar los números que faltan.

Ejemplo:



Aritmética	4	84	164	244	324
Geométrica	4	12	16	108	324

1.

Aritmética	3				1875
Geométrica	3				1875

2.

Aritmética	-1458				-18
Geométrica	-1458				-18

3.

Aritmética	1024				4
Geométrica	1024				4

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

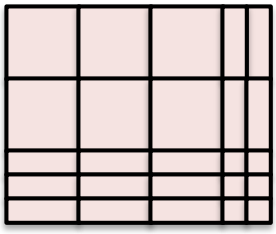
ESTRUCTURA DE EXPRESIONES – 2.8H

PRÁCTICA

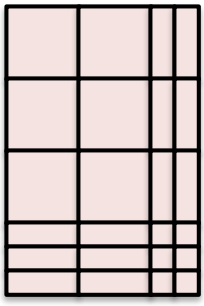
Tema: Escribir un modelo de área como una expresión cuadrática

Escribe dos expresiones equivalentes para el área de cada bloque. Sea *x* la longitud lateral de cada uno de los cuadrados grandes.

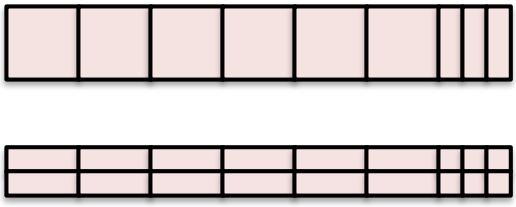
4.



5.



6.



7. Los problemas 4, 5 y 6 todos contienen el mismo número de cuadrados que miden x^2 y 1^2.

A. ¿Qué es diferente en ellos?

B. ¿Cómo afecta esta diferencia la expresión cuadrática que los representa?

C. Describe cómo la disposición de los cuadrados y los rectángulos afecta la forma factorizada.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

Tema: Factorizar expresiones cuadráticas cuando $\boldsymbol{a > 1}$

Factoriza las siguientes expresiones cuadráticas.

8. $4x^2 + 7x - 2$
9. $2x^2 - 7x - 15$
10. $6x^2 + 7x - 3$
11. $4x^2 - x - 3$
12. $4x^2 + 19x - 5$
13. $3x^2 - 10x + 8$
14. $6x^2 + x - 2$
15. $3x^2 - 14x - 24$
16. $2x^2 + 9x + 10$
17. $5x^2 + 31x + 6$
18. $5x^2 + 7x - 6$
19. $4x^2 + 8x - 5$
20. $3x^2 - 75$
21. $3x^2 + 7x + 2$
22. $4x^2 + 8x - 5$
23. $2x^2 + x - 6$

RENDIMIENTO

Tema: Encontrar la ecuación de la línea de simetría de una parábola

Se te dan las intersecciones de *x* de una parábola, escribe la ecuación del eje de simetría.

24. intersección de *x*: (-3, 0) y (3, 0)
25. intersección de *x*: (-4, 0) y (16, 0)
26. intersección de *x*: (-2, 0) y (5, 0)
27. intersección de *x*: (-14, 0) y (-3, 0)
28. intersección de *x*: (17, 0) y (33, 0)
29. intersección de *x*: $(-0.75, 0)$ y $(2.25, 0)$

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

CC BY Paul Inkles
https://flic.kr/p/dxn5FU

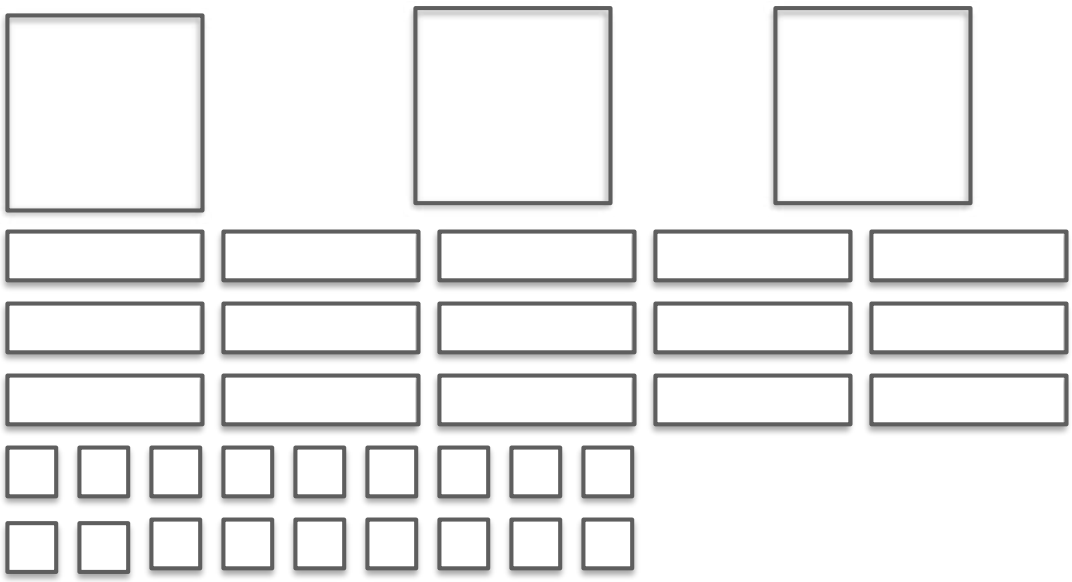
2.8H El Factor Sorpresa

Actividad para Consolidar Comprensión

La tienda, Los Edredones de Optima, a veces recibe pedidos de bloques que son múltiplos de un bloque determinado. Por ejemplo, Optima obtuvo un pedido de un bloque que era exactamente el doble de grande de un bloque rectangular que tiene un lado que es 1 pulgada más largo que el tamaño básico, *x*, y un lado que es 3 pulgadas más largo que el tamaño básico.

1. Dibuja y etiqueta este bloque. Escribe dos expresiones equivalentes para el área del bloque.

2. ¡Oh, no! Esta orden es confusa; las piezas se muestran al calce. Coloca las piezas juntas para hacer un bloque rectangular y escribe dos expresiones equivalentes para el área del bloque.



Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

3. ¿Qué notas cuando comparas las dos expresiones equivalentes en los problemas # 1 y # 2?

4. Optima tiene muchos pedidos nuevos. Usa diagramas para ayudarla a encontrar expresiones equivalentes para cada una de las siguientes expresiones:

   a. $5x^2 + 10x$

   b. $3x^2 + 21x + 36$

   c. $2x^2 + 2x - 4$

   d. $2x^2 - 10x + 12$

   e. $3x^2 - 27$

Como Optima es una gran administradora de negocios, ella ofrece a sus clientes muchas opciones. Una opción es hacer rectángulos que tengan longitudes laterales que sean más de una *x*. Por ejemplo, Optima hizo este bloque:

5. Escribe dos expresiones equivalentes para este bloque. Usa la propiedad distributiva para verificar que tu respuesta sea correcta.

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

6. Aquí tenemos algunos pedidos parciales. Tenemos una de las expresiones para el área del bloque y sabemos la longitud de uno de los lados. Usa un diagrama para encontrar la longitud del otro lado y escribe una segunda expresión para el área del bloque. Verifica que tus dos expresiones para el área del bloque sean equivalentes, usando álgebra.

   a. Área: $2x^2 + 7x + 3$ Lado: $(x + 3)$

   Expresión equivalente para el área:

   b. Área: $5x^2 + 8x + 3$ Lado: $(x + 1)$

   Expresión equivalente para el área:

   c. Área: $2x^2 + 7x + 3$ Lado: $(2x + 1)$

   Expresión equivalente para el área:

7. ¿Cuáles son algunos de los patrones que ves en las dos expresiones equivalentes para el área que podrían ayudarte a factorizar?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

8. ¡El negocio está prosperando! Cada vez hay más pedidos. Usa diagramas o patrones de números (o ambos) para escribir cada uno de los siguientes pedidos en forma factorizada:

   a. $3x^2 + 16x + 5$

   b. $2x^2 - 13x + 15$

   c. $3x^2 + x - 10$

   d. $2x^2 + 9x - 5$

9. En El Factor X, escribiste algunas reglas para decidir sobre los signos dentro de los factores. ¿Aún funcionan esas reglas al factorizar estos tipos de expresiones? Explica tu respuesta.

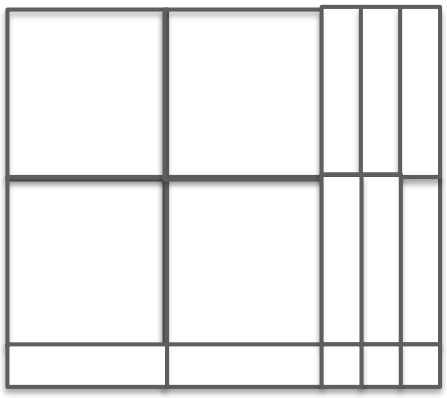
10. Explica cómo Optima puede saber si el bloque es un múltiplo de otro bloque o si un lado tiene un múltiplo de x en la longitud.

11. Hay un giro más en el tipo de bloques que hace Optima. ¡Estos son los más difíciles de todos

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

porque tienen más de una *x* en la longitud de ambos lados del rectángulo!

Aquí hay un ejemplo:



Escribe dos expresiones equivalentes para este bloque. Usa la propiedad distributiva para verificar que tu respuesta sea correcta.

12. Muy bien, probemos ahora con los difíciles. Vamos a tener que batallar un poco para obtener la expresión factorizada que coincida con la expresión dada. Asegúrate de revisar tus respuestas para asegurarte de que sean correctas. Factoriza cada uno de los siguientes:

    a. $6x^2 + 7x + 2$

    b. $10x^2 + 17x + 3$

    c. $4x^2 - 8x + 3$

    d. $4x^2 + 4x - 3$

    e. $9x^2 - 9x - 10$

12. Escribe una "receta" sobre cómo factorizar los trinomios en la forma, $ax^2 + bx + c$.

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

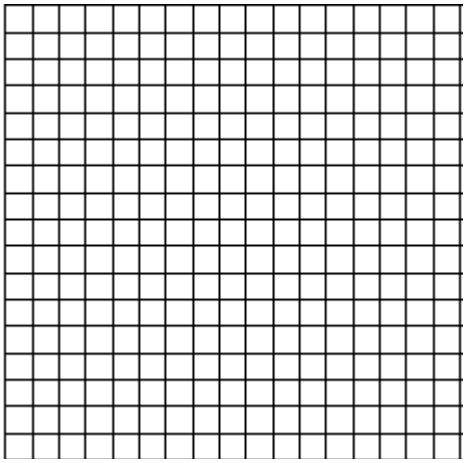
CC BY Rohit Jnagal
https://flic.kr/p/a8LBqt

2.9 Alinear Funciones Cuadráticas

Actividad para Practicar Comprensión

Representa gráficamente cada función y encuentra el vértice, la intersección de *y* y también la intersección de *x*. Asegúrate de escribir correctamente las intersecciones como puntos.

1. $y = (x - 1)(x + 3)$



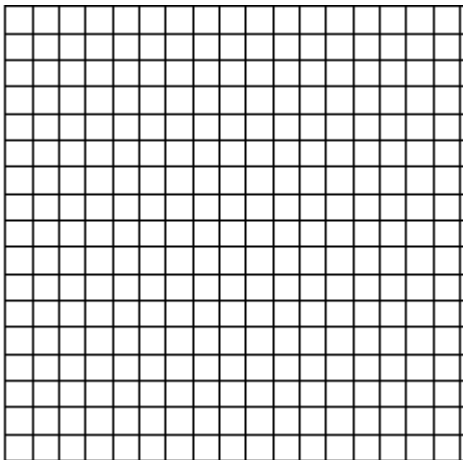
Eje de Simetría _____

Vértice _____

Intersecciones de x _____ _____

Intersecciones de y _____ _____

2. $f(x) = 2(x - 2)(x - 6)$



Eje de Simetría _____

Vértice _____

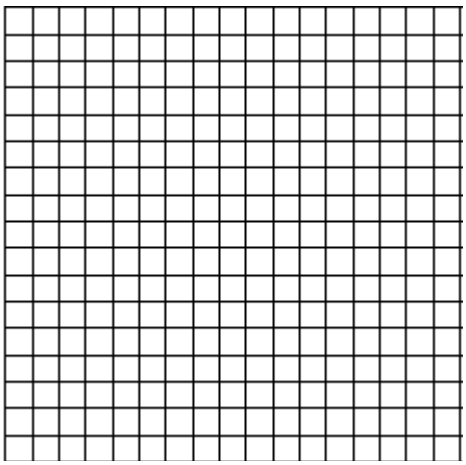
Intersecciones de x _____ _____

Intersecciones de y _____ _____

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

3. $g(x) = -x(x + 4)$



Eje de Simetría _____

Vértice _____

Intersecciones de x _____ _____

Intersecciones de y _____ _____

4. Basado en estos ejemplos, ¿cómo puedes usar una función cuadrática en forma factorial para:

   a. ¿Encontrar la línea de simetría de la parábola?

   b. ¿Encontrar el vértice de la parábola?

   c. ¿Encontrar las intersecciones de *x* de la parábola?

   d. ¿Encontrar la intersección de *y* de la parábola?

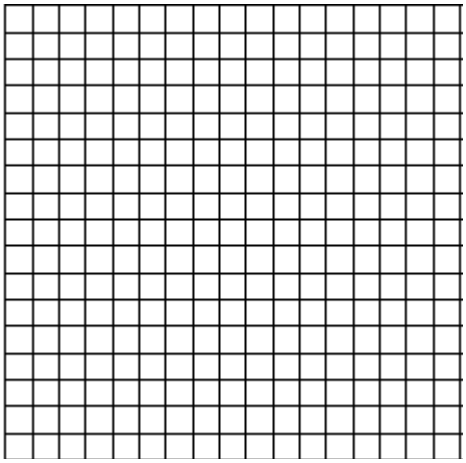
   e. ¿Encontrar el tramo vertical?

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

5. Elije cualquiera de las dos funciones **lineales** y escríbelas en la forma: $f(x) = m(x - c)$, m es la pendiente de la línea. Grafica las dos funciones.

Función lineal 1:

Función lineal 2:



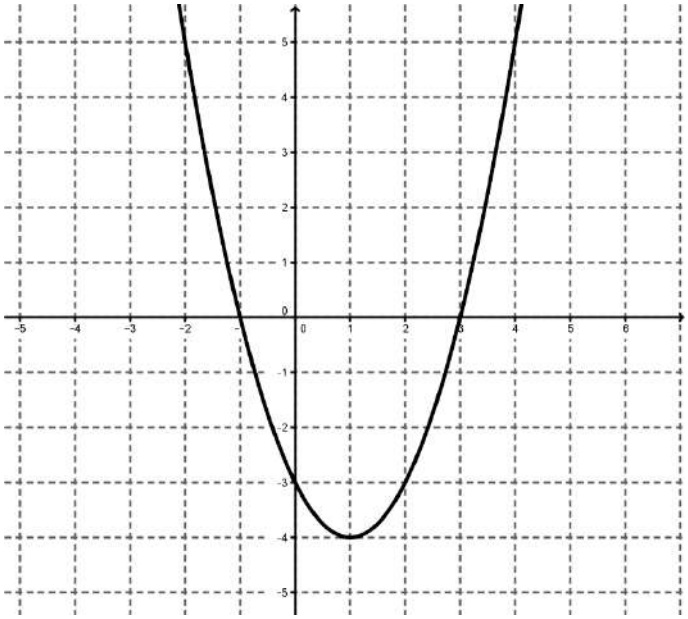
6. En la misma gráfica que el número 5, grafica la función *P (x)* que es el producto de las dos funciones lineales que has elegido. ¿Qué forma se crea?

7. Describe la relación entre las intersecciones de *x* de las funciones lineales y las intersecciones de *x* de la función *P (x).* ¿Por qué existe esta relación?

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

8. Describe la relación entre las intersecciones de *y* de las funciones lineales y las intersecciones de *y* de la función *P (x).* ¿Por qué existe esta relación?

9. Se te da la parábola a la derecha, esboza dos líneas que podrían representar sus factores lineales.



10. Escribe una ecuación para cada una de estas dos líneas.

11. ¿Cómo usaste las intersecciones de *x* e *y* de la parábola para seleccionar las dos líneas?

12. ¿Son estas las dos únicas líneas que podrían representar los factores lineales de la parábola? Si es así, explica por qué. Si no es así, describe las otras líneas posibles.

13. Usa tus dos líneas para escribir la ecuación de la parábola. ¿Es esta la única ecuación posible de la parábola?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

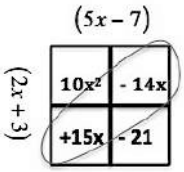
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

PREPARACIÓN

Tema: Multiplicar binomios usando una tabla bidireccional

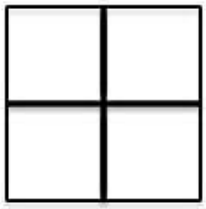
Multiplica los siguientes binomios utilizando la tabla bidireccional para ayudarte.

*Ejemplo: (*2x + 3) (5x – 7)

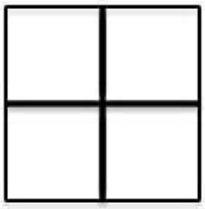


= $10x^2 + x - 21$

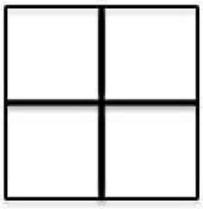
1. (3x – 4) (7x – 5)



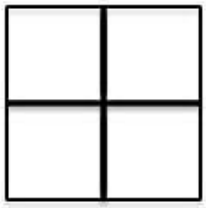
2. (9x + 2) (x + 6)



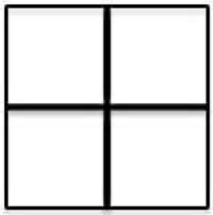
3. (4x – 3) (3x + 11)



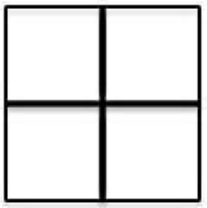
4. (7x + 3) (7x – 3)



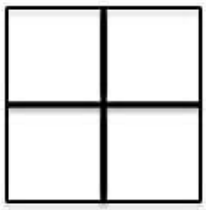
5. (3x – 10) (3x + 10)



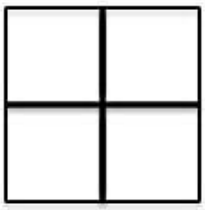
6. (11x + 5) (11x – 5)



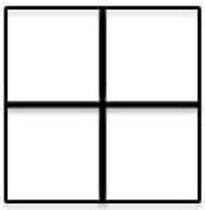
7. $(4x + 5)^2$



8. $(x + 9)^2$



9. $(10x - 7)^2$



Need help? Visit **www.rsgsupport.org**

© 2017 Mathematics Vision Project
All Rights Reserved for the Additions and Enhancements
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

10. Los cuadros de "término similar" en los problemas # 7, 8 y 9 revelan un patrón especial. Describe la relación entre el coeficiente medio ***(b)*** y los coeficientes ***(a)*** y ***(c)***.

PRÁCTICA

Tema: Forma factorizada de una función cuadrática

Dada la forma factorizada de una función cuadrática, identifica el vértice, las intersecciones y el tramo vertical de la parábola.

11. $y = 4(x-2)(x+6)$
    a. Vértice _____
    b. *Intersección(es) de x* _____
    c. *Intersección de y* _____
    d. Tramo _____

12. $y = -3(x+2)(x-6)$
    a. Vértice _____
    b. *Intersección(es) de x* _____
    c. *Intersección de y* _____
    d. Tramo _____

13. $y = (x+5)(x+7)$
    a. Vértice _____
    b. *Intersección(es) de x* _____
    c. *Intersección de y* _____
    d. Tramo _____

14. $y = \frac{1}{2}(x-7)(x-7)$
    a. Vértice _____
    b. *Intersección(es) de x* _____
    c. *Intersección de y* _____
    d. Tramo _____

15. $y = -\frac{1}{2}(x-8)(x+4)$
    a. Vértice _____
    b. *Intersección(es) de x* _____
    c. *Intersección de y* _____
    d. Tramo _____

16. $y = \frac{3}{5}(x-25)(x-9)$
    a. Vértice _____
    b. *Intersección(es) de x* _____
    c. *Intersección de y* _____
    d. Tramo _____

17. $y = \frac{3}{4}(x-3)(x+3)$
    a. Vértice _____
    b. *Intersección(es) de x* _____
    c. *Intersección de y* _____
    d. Tramo _____

18. $y = -(x-5)(x+5)$
    a. Vértice _____
    b. *Intersección(es) de x* _____
    c. *Intersección de y* _____
    d. Tramo _____

19. $y = \frac{2}{3}(x+10)(x+10)$
    a. Vértice _____
    b. *Intersección(es) de x* _____
    c. *Intersección de y* _____
    d. Tramo _____

© 2017 Mathematics Vision Project
All Rights Reserved for the Additions and Enhancements
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

RENDIMIENTO

Tema: Forma de vértice de una ecuación cuadrática

Dada la forma de vértice de una función cuadrática, identifica el vértice, las intersecciones y el tramo vertical de la parábola.

20. $y = (x + 2)^2 - 4$

a. Vértice _____

b. *Intersección(es) de x* _____

c. *Intersección de y* _____

d. Tramo _____

21. $y = -3(x + 6)^2 + 3$

a. Vértice _____

b. *Intersección(es) de x* _____

c. *Intersección de y* _____

d. Tramo _____

22. $y = 2(x - 1)^2 - 8$

a. Vértice _____

b. *Intersección(es) de x* _____

c. *Intersección de y* _____

d. Tramo _____

23. $y = 4(x + 2)^2 - 64$

a. Vértice _____

b. *Intersección(es) de x* _____

c. *Intersección de y* _____

d. Tramo _____

24. $y = -3(x - 2)^2 + 48$

a. Vértice _____

b. *Intersección(es) de x* _____

c. *Intersección de y* _____

d. Tramo _____

25. $y = (x + 6)^2 - 1$

a. Vértice _____

b. *Intersección(es) de x* _____

c. *Intersección de y* _____

d. Tramo _____

26. ¿Notaste que las parábolas en los problemas 11, 12 y 13 son las mismas que en los problemas 23, 24 y 25, respectivamente? Si no lo notaste, regresa y compara las respuestas en los problemas 11, 12 y 13 con los problemas 23, 24 y 25.

Prueba que:

a. $4(x - 2)(x + 6) = 4(x + 2)^2 - 64$

b. $-3(x + 2)(x - 6) = -3(x - 2)^2 + 48$

c. $(x + 5)(x + 7) = (x + 6)^2 - 1$

© 2017 Mathematics Vision Project
All Rights Reserved for the Additions and Enhancements
mathematicsvisionproject.org

2.10 Tengo que Completarlo

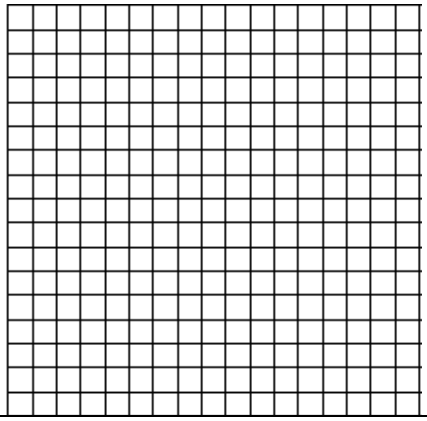
Actividad para Practicar Comprensión

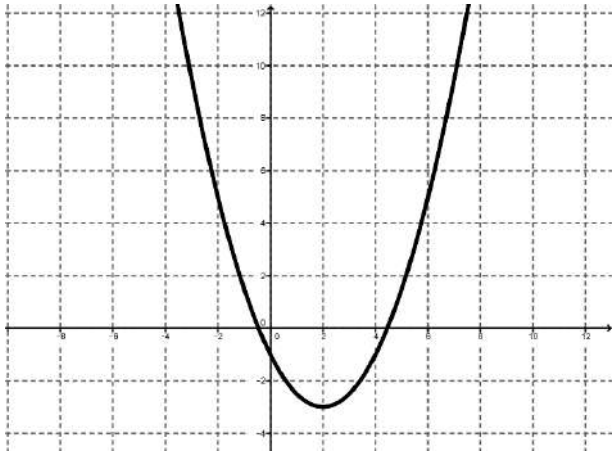
CC BY One Point Services
https://flic.kr/p/obhAfn

Para cada problema a continuación, se te proporciona información que te dice mucho. Usa lo que sabes sobre esa información para completar el resto.

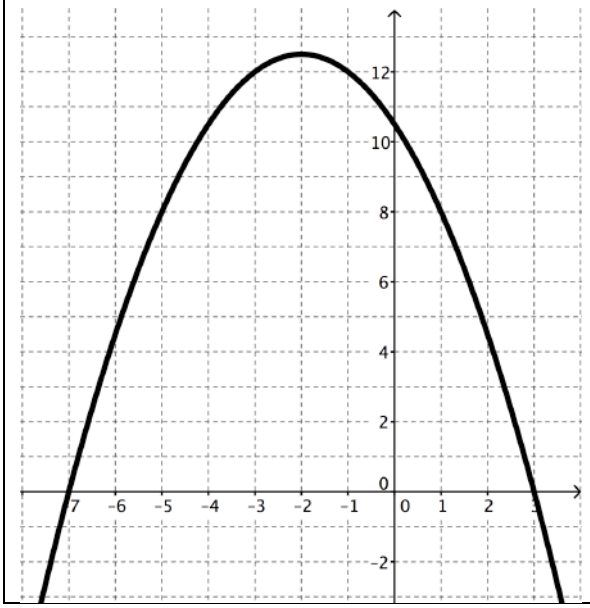
1.	Obtienes esto:	Completa esto:
	$y = x^2 - x - 12$	Forma factorizada de la ecuación:
		Grafica la ecuación:

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

2.	Obtienes esto:	Completa esto:
	$y = x^2 - 6x + 3$	Forma de vértice de la ecuación:
		Grafica la ecuación: 

3.	Obtienes esto:	Completa esto:
		Forma de vértice de la ecuación:
		Forma estándar de la ecuación:

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

4.	Obtienes esto:	Completa esto:
		Forma factorizada de la ecuación: Forma estándar de la ecuación:

5.	Obtienes esto:	Completa esto:
	$y = -x^2 - 6x + 16$	Cualquiera de las formas de la ecuación que no sea la forma estándar. Vértice de la parábola Intersecciones de x e intersección de y

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

6.	Obtienes esto:	Completa esto:
	$y = 2x^2 + 12x + 13$	Cualquiera de las formas de la ecuación que no sea la forma estándar.
		Vértice de la parábola
		Intersecciones de *x* e intersección de *y*

7.	Obtienes esto:	Completa esto:
	$y = -2x^2 + 14x + 60$	Cualquiera de las formas de la ecuación que no sea la forma estándar.
		Vértice de la parábola
		Intersecciones de *x* e intersección de *y*

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

PREPARACIÓN

Un golfista practica su giro pegándole a pelotas de golf desde el borde de un acantilado hasta un lago. La altura de la pelota (h) sobre el lago (medida en metros) en función del tiempo (medida en segundos y representada por la variable (t) del instante de impacto con el palo de golf es

$$h = 58.8 + 19.6t - 4.9t^2.$$

Las ecuaciones a continuación son equivalentes:

$h = -4.9t^2 + 19.6t + 58.8$	Forma estándar
$h = -4.9(t - 6)(t + 2)$	Forma factorizada
$h = -4.9(t - 2)^2 + 78.4$	Forma de vértice

1. ¿Qué expresión es la más útil para encontrar cuántos segundos le toma a la pelota pegarle al agua? ¿Por qué?

2. ¿Qué expresión es la más útil para encontrar la altura máxima de la pelota? Justifica tu respuesta.

3. Si quisieras saber la altura de la pelota exactamente en 3.5 segundos, ¿qué expresión ayudaría más a encontrar la respuesta? ¿Por qué?

4. Si quisieras saber la altura del acantilado sobre el lago, ¿qué expresión utilizarías? ¿Por qué?

PRÁCTICA

Tema: Encontrar múltiples representaciones de una ecuación cuadrática

Se da una forma de una función cuadrática. Completa las formas que faltan.

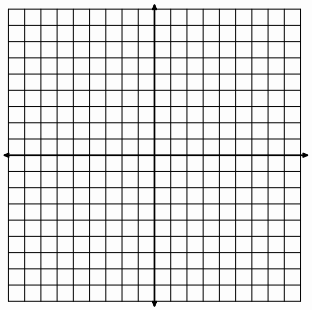
5 a. *Forma estándar*	b. *Forma de vértice*	c. *Forma factorizada* $y = (x + 5)(x - 3)$

d. *Tabla* (Incluye el vértice y al menos 2 puntos a cada lado del vértice).

x	y

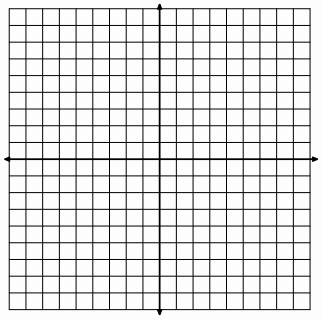
Muestra las primeras diferencias y las segundas diferencias.

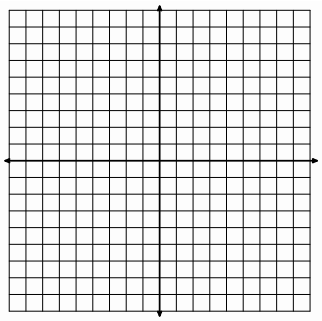
e. *Gráfica*

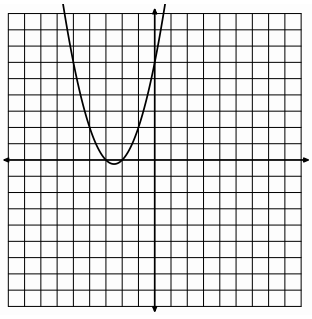


Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

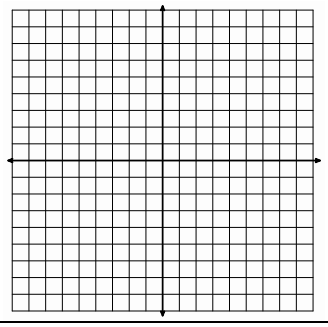
6 a. *Forma estándar*	b. *Forma de vértice* $y = -3(x-1)^2 + 3$	c. *Forma factorizada*
d. *Tabla* (Incluye el vértice y al menos 2 puntos a cada lado del vértice). x | y Muestra las primeras diferencias y las segundas diferencias.	e. *Gráfica* 	

7 a. *Forma estándar* $y = -x^2 + 10x - 25$	b. *Forma de vértice*	c. *Forma factorizada*
d. *Tabla* (Incluye el vértice y al menos 2 puntos a cada lado del vértice). x | y Muestra las primeras diferencias y las segundas diferencias.	e. *Gráfica* 	

8 a. *Forma estándar*	b. *Forma de vértice*	c. *Forma factorizada*
d. *Tabla* (Incluye el vértice y al menos 2 puntos a cada lado del vértice). x | y Muestra las primeras diferencias y las segundas	e. *Gráfica* 	

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

diferencias.	

9 a. *Forma estándar*	b. *Forma de vértice*	c. *Forma factorizada* Omitir esta por ahora
d. *Tabla* x | y 0 | 12 1 | 2 2 | -4 3 | -6 4 | -4 5 | 2 6 | 12 Muestra las primeras diferencias y las segundas diferencias.		e. *Gráfica* 

RENDIMIENTO

Tema: Factorizar ecuaciones cuadráticas

Verifica cada factorización multiplicando.

10. $x^2 + 12x - 64 = (x + 16)(x - 4)$

11. $x^2 - 64 = (x + 8)(x - 8)$

12. $x^2 + 20x + 64 = (x + 16)(x + 4)$

13. $x^2 - 16x + 64 = (x - 8)(x - 8)$

Factoriza las siguientes expresiones cuadráticas, si es posible. (Algunas no se podrán factorizar).

14. $x^2 - 5x + 6$

15. $x^2 - 7x + 6$

16. $x^2 - 5x - 36$

17. $m^2 + 16m + 63$

18. $s^2 - 3s - 1$

19. $x^2 + 7x + 2$

20. $x^2 + 14x + 49$

21. $x^2 - 9$

22. $c^2 + 11c + 3$

23. ¿Qué expresión cuadrática anterior podría representar el área de un cuadrado? Explica.

24. ¿Alguna de las expresiones anteriores NO serán las longitudes laterales de un rectángulo? Explica.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

This book is shared online by Free Kids Books at https://www.freekidsbooks.org in terms of the creative commons license provided by the publisher or author.

Want to find more books like this?

https://www.freekidsbooks.org

Simply great free books -

Preschool, early grades, picture books, learning to read,
early chapter books, middle grade, young adult,
Pratham, Book Dash, Mustardseed, Open Equal Free, and many more!

Always Free – Always will be!

Legal Note: This book is in CREATIVE COMMONS - Awesome!! That means you can share, reuse it, and in some cases republish it, but only in accordance with the terms of the applicable license (not all CCs are equal!), attribution must be provided, and any resulting work must be released in the same manner.
Please reach out and contact us if you want more information:
https://www.freekidsbooks.org/about *Image Attribution: Annika Brandow, from You! Yes You! CC-BY-SA. This page is added for identification.*