

Transforming Mathematics Education

SECUNDARIA
MATEMATICAS DOS

Un Enfoque Integrado

MODULO 4
Más Funciones,
Más Características

MATHEMATICSVISIONPROJECT.ORG

The Mathematics Vision Project

Scott Hendrickson, Joleigh Honey, Barbara Kuehl, Travis Lemon, Janet Sutorius

© 2017 Mathematics Vision Project
Original work © 2013 in partnership with the Utah State Office of Education

This work is licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0



MÓDULO 4 - TABLA DE CONTENIDO

MÁS FUNCIONES, MÁS CARACTERÍSTICAS

4.1 Algo de Esto, Algo de Eso – Actividad para Desarrollar Comprensión

Utiliza el conocimiento previo de las funciones para desarrollar la comprensión de las funciones híbridas (F.IF.7b)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Más Funciones, Más Características 4.1

4.2 Amantes de Bicicletas – Actividad para Consolidar Comprensión

Solidificación de gráficas y de escritura de funciones híbridas (F.IF.5, F.IF.7b)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Más Funciones, Más Características 4.2

4.3 Más Funciones con Características – Actividad para Consolidar Comprensión

Incorporar valor absoluto como funciones híbridas definidas (F.IF.7b)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Más Funciones, Más Características 4.3

4.4 Reflexiones de un Amante de Bicicletas – Actividad para Practicar Comprensión

Fluidez con dominio, rango, valor absoluto y funciones híbridas definidas (F.IF.5, F.IF.7B)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Más Funciones, Más Características 4.4

4.5 ¿Cuál es tu ritmo? – Actividad para Desarrollar Comprensión

Comparar los valores de entrada y salida para desarrollar la comprensión de las funciones inversas (F.BF.4)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Más Funciones, Más Características 4.5

4.6 Las Bicicletas de Bernie – Actividad para Consolidar Comprensión

Solidificación de funciones inversas utilizando múltiples representaciones (F.BF.4)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Más Funciones, Más Características 4.6

4.7 Más Características, Más Funciones – Actividad para Practicar Comprensión

Usar conocimiento previo para identificar características de una función, así como para crear funciones cuando se te dan características (F.IF.4)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Más Funciones, Más Características 4.7

4.1 Algo de Esto, Algo de Eso

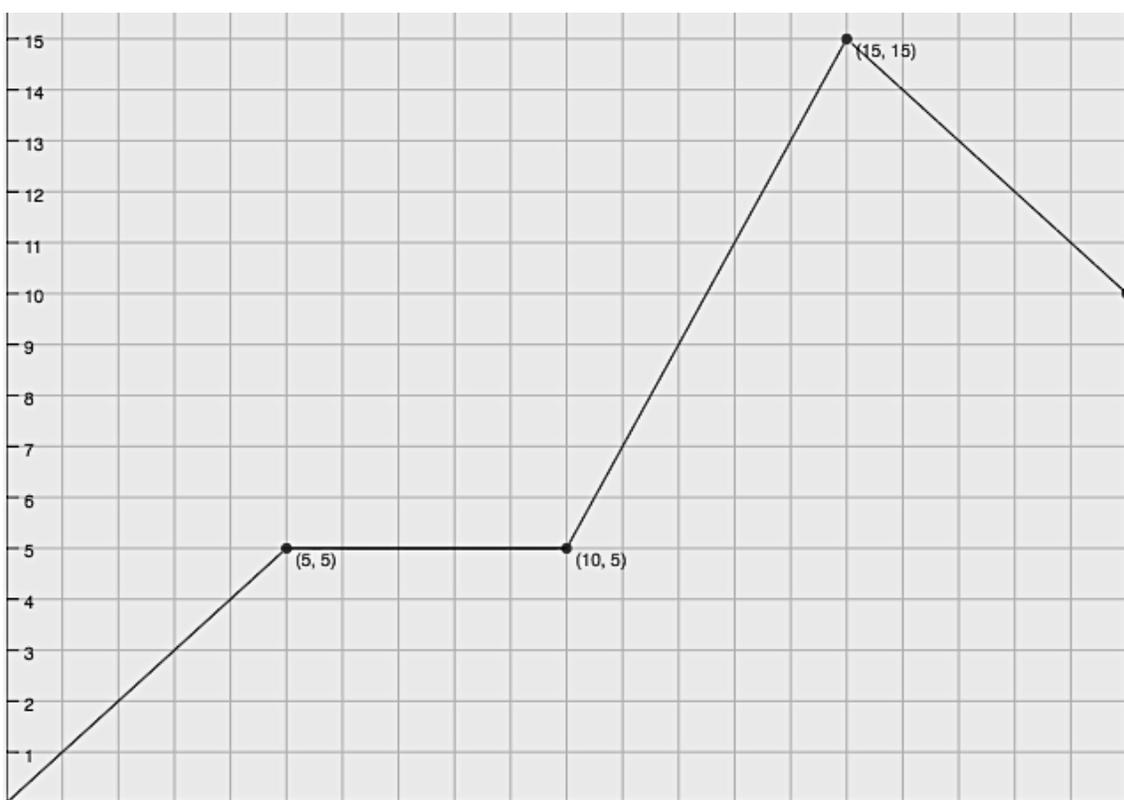
Actividad para Desarrollar Comprensión



CC BY 2017 by Hamza
<https://flic.kr/p/T1QX17>

Parte I: Conectar contexto y representaciones gráficas

1. Crea una historia que coincida con la gráfica a continuación. Etiqueta los ejes y se lo más específico posible al describir lo que está sucediendo para conectar tu historia con la gráfica.



2. Si tuvieras que escribir una función para que coincida con cada parte de tu historia (o sección de la gráfica), ¿cuántas escribirías? Explica.

3. Identifica y escribe la función y el dominio correspondiente para cada sección de la gráfica.

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \text{la función aquí} \quad , \quad \text{el dominio aquí} \\ , \\ , \\ , \\ , \end{array} \right\}$$

4. Establece conexiones entre la gráfica, las funciones y el contexto (la historia que creaste).

La función que creaste anteriormente se llama **función híbrida**. En matemáticas, una función híbrida definida es una función definida por más de una subfunción (o parte de una función), con cada sección solo existente en un cierto intervalo del dominio de las funciones.

Parte II: Conectar notación de funciones a una función híbrida definida

5. Encuentra $f(12)$. Usa la historia que creaste para explicar este significado.
6. ¿Qué subfunción usarías para encontrar algebraicamente el valor de $f(12)$?
7. Encuentra lo siguiente:
- $f(7) =$
 - $f(x) = 3$
 - $f(x) = 13$
 - $f(15) =$

PREPARACIÓN

Tema: Leer los valores de las funciones en una gráfica híbrida definida.

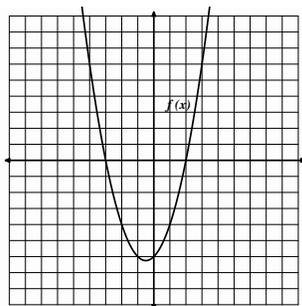
Usa la gráfica para encontrar los valores de la función indicados.

1 a. $f(-3) =$

b. $f(-2) =$

c. $f(0) =$

d. $f(2) =$

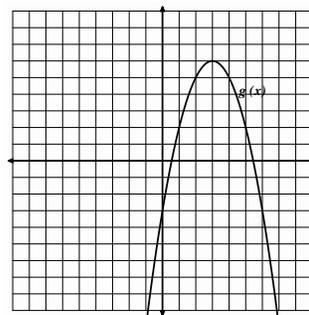


2 a. $g(0) =$

b. $g(2) =$

c. $g(3) =$

d. $g(5) =$

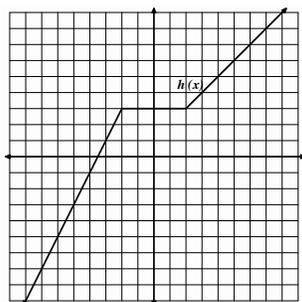


3 a. $h(-4) =$

b. $h(0) =$

c. $h(2) =$

d. $h(4) =$

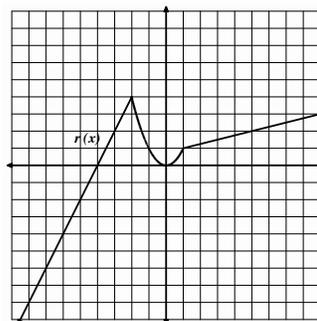


4 a. $r(-3) =$

b. $r(-1) =$

c. $r(0) =$

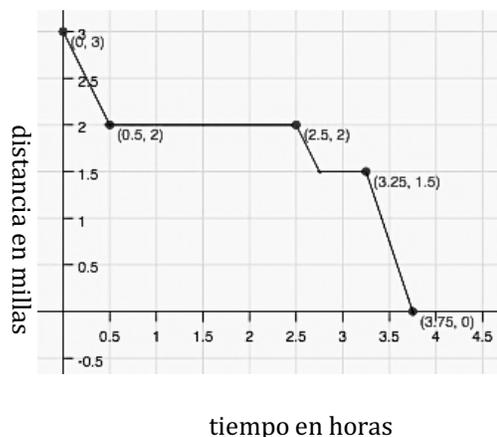
d. $r(5) =$



5. Isaac vive a 3 millas de distancia de su escuela. Las clases terminaron a las 3:00 p.m. e Isaac comenzó su caminata a casa con su amiga Tate que vive a 1 milla de la escuela, en dirección a la casa de Isaac. Isaac se quedó en la casa de Tate por un tiempo y luego comenzó a caminar hacia su casa. En el camino, se detuvo en la biblioteca. Luego se apresuró a casa. La gráfica a la derecha es una **función híbrida definida** que muestra la distancia desde la casa de Isaac y el tiempo que tardó en llegar a casa.

Need help? Visit www.rsgsupport.org

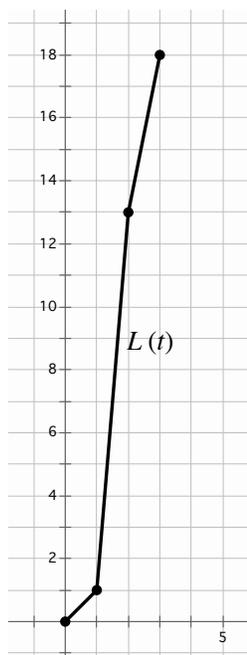
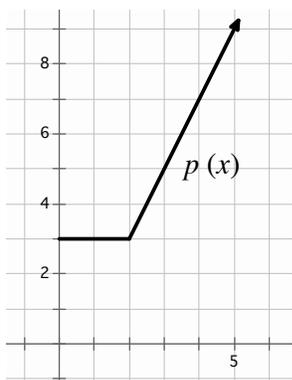
- ¿Cuánto tiempo pasó desde que Isaac salió de la escuela y su llegada a casa?
- ¿Cuánto tiempo se quedó Isaac en la casa de Tate?
- ¿Qué tan lejos está la biblioteca de la casa de Isaac?
- ¿En dónde estaba Isaac, 3 horas después de que salió de la escuela?
- Usa notación de función para escribir una expresión matemática que diga lo mismo que la pregunta d.
- ¿Cuándo estaba Isaac caminando más rápido? ¿Qué tan rápido iba él caminando?



PRÁCTICA

Tema: Escribir funciones híbridas definidas por partes.

- Un estacionamiento cobra \$ 3 por las primeras dos horas que un automóvil está estacionado en el estacionamiento. Después de eso, la tarifa es de \$ 2 por hora. Escribe una función híbrida $p(x)$ para el costo de estacionar un auto en el estacionamiento por x horas. (La gráfica de $p(x)$ se muestra).



- Lexie completó un triatlón de 18 millas. Nadó 1 milla en 1 hora, anduvo en bicicleta 12 millas en 1 hora, y luego corrió 5 millas en 1 hora. Se muestra la gráfica de la distancia de Lexie con respecto al tiempo. Escribe una función híbrida $L(t)$ para la gráfica.

Need help? Visit www.rsgsupport.org

RENDIMIENTO

Tema: Usar la fórmula punto-pendiente para escribir las ecuaciones de las líneas.

Escribe la ecuación de la línea (en la forma punto-pendiente) que contenga la pendiente y el punto dado.

8. $p: (1, 2); m = 3$

9. $p: (1, -2); m = -1$

10. $p: (5, -1); m = 2$

Escribe la ecuación de la línea (en la forma punto-pendiente) que contenga los puntos dados.

11. $K (0, 0); L (-4, 5)$

12. $X (-1, 7); Y (3, -1)$

13. $T (-1, -9); V (5, 18)$

Need help? Visit www.rsgsupport.org

Mathematics Vision Project

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

mathematicsvisionproject.org



4.2 Amantes de Bicicletas

Actividad para Consolidar Comprensión



CC BY 2017 Sam Shah
<https://flic.kr/p/Ud47rV>

A Michelle y Rashid les encantan los paseos largos en bicicleta.

Todos los sábados, tienen una ruta particular que recorren en bicicleta juntos que dura cuatro horas. A continuación se muestra una función híbrida que estima la distancia que recorren por cada hora de su recorrido en bicicleta.

$$f(x) = \begin{cases} 16x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 10(x - 1) + 16, & 1 < x \leq 2 \\ 14(x - 2) + 26, & 2 < x \leq 3 \\ 12(x - 3) + 40, & 3 < x \leq 4 \end{cases}$$

1. ¿Qué parte del recorrido en bicicleta van más rápido? ¿Más lento?
2. ¿Cuál es el dominio de esta función?
3. Encuentra $f(2)$. Explica qué significa esto en términos del contexto.
4. ¿Qué tan lejos han viajado en 3 horas? Escribe la respuesta usando la notación de función.
5. ¿Cuál es la distancia total que viajan en este paseo en bicicleta?
6. Dibuja una gráfica del paseo en bicicleta como una función de la distancia recorrida en el tiempo.

Rashid también tiene una ruta que le gusta recorrer por su cuenta y tiene la siguiente función híbrida continua para representar la distancia promedio que recorre en minutos:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(x) & 0 \leq x \leq 20 \\ \frac{1}{5}(x - 20) + 5 & 20 < x \leq 50 \\ \frac{2}{7}(x - 50) + 11 & 50 < x \leq 92 \\ \frac{1}{8}(x - a) + b & 92 < x \leq 100 \end{cases}$$

7. ¿Cuál es el dominio para esta función? ¿Qué nos dice el dominio?
8. ¿Cuál es la tasa promedio de cambio durante el intervalo $[20, 50]$?
9. ¿Sobre qué intervalo de tiempo es la tasa promedio de cambio mayor?
10. Encuentra el valor de cada uno, luego completa cada cuadro de oraciones:
 - a. $g(30) = \underline{\hspace{2cm}}$. Esto significa...
 - b. $g(64) = \underline{\hspace{2cm}}$. Esto significa ...
 - c. $g(10) = \underline{\hspace{2cm}}$. Al encontrar valores de salida para valores de entrada dados en una función híbrida, tu debes ...
11. Completa la última ecuación buscando valores para a y b.
12. Dibuja una gráfica del paseo en bicicleta como una función de la distancia recorrida en función del tiempo.

Utiliza la siguiente función definida híbrida continua para responder las siguientes preguntas.

x representa el tiempo en minutos y $h(x)$ representa la distancia recorrida en km.

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 & 0 \leq x \leq 10 \\ \frac{1}{2}(x - 10) + c & 10 < x \leq 20 \\ 2(x - 20) + 30 & 20 < x \leq 30 \end{cases}$$

13. Encuentra el valor de c .

14. Dibuja la gráfica (etiqueta los ejes).

15. ¿Cuál es el dominio de $h(x)$?

16. ¿Cuál es el rango de $h(x)$?

17. ¿Qué intervalo de cinco minutos tiene la tasa promedio de cambio mayor?

a. $[0, 5]$

b. $[5, 10]$

c. $[10, 15]$

d. $[25, 30]$

¿Cuál es la tasa promedio de cambio en este intervalo?

18. Encuentra $h(8)$.

19. Encuentra $h(15)$.

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO	Nombre	Periodo	Fecha
------------------------------------	--------	---------	-------

PREPARACIÓN

Tema: Resolver ecuaciones de valor absoluto.

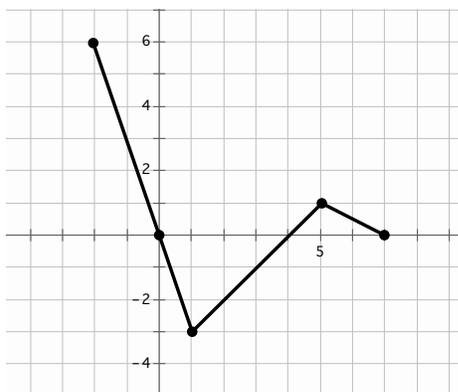
Resuelve x. (Tendrás dos respuestas).

- | | | |
|------------------------|----------------------------|------------------------|
| 1. $ x = 7$ | 2. $ x - 6 = 3$ | 3. $ w + 4 = 11$ |
| 4. $-9 m = -63$ | 5. $ 3d = 15$ | 6. $ 3x - 5 = 11$ |
| 7. $- m + 3 = -13$ | 8. $ -4m = 64$ | 9. $2 x + 1 - 7 = -3$ |
| 10. $5 c + 3 - 1 = 9$ | 11. $-2 2p - 3 - 1 = -11$ | |
12. Explica por qué la ecuación $|m| = -3$ no tiene solución.

PRÁCTICA

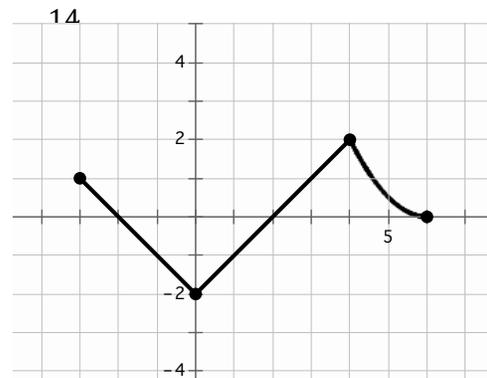
Tema: Lectura del dominio y el rango de una gráfica

Indica el dominio y rango de las funciones híbridas en la gráfica. Usa notación de intervalo.



a. Dominio:

b. Rango:



a. Dominio:

b. Rango:

Para cada una de las gráficas a continuación, escribe el intervalo que define cada parte de la gráfica. Luego escribe el dominio de toda la función híbrida.

Ejemplo: (Mira la gráfica en el problema # 14. Moviéndose de izquierda a derecha. Las funciones híbridas usan la notación de conjunto).

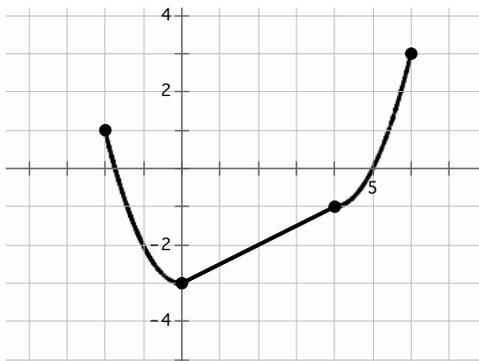
Intervalo 1 $-3 \leq x < 0$

Intervalo 2 $0 \leq x < 4$

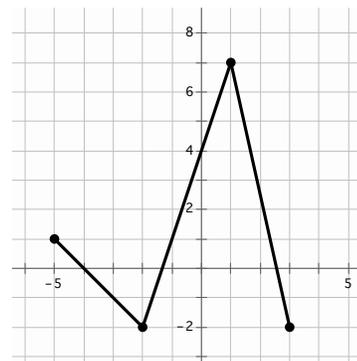
Intervalo 3 $4 \leq x \leq 6$

Dominio: $[-3,6]$ (Podemos usar la notación de intervalo en el dominio, si es continuo).

¡Presta atención a tus símbolos de desigualdad! No quieres que las piezas de tu gráfica se superpongan. ¿Sabes por qué?



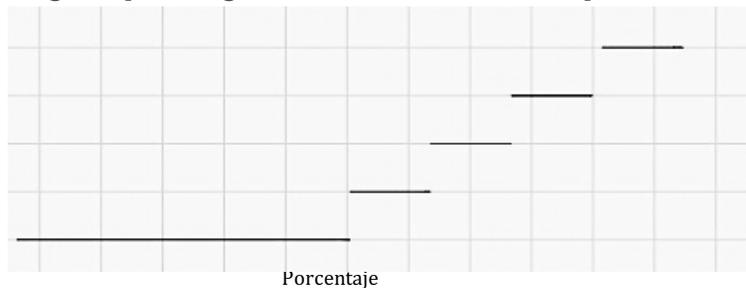
15. a. Intervalo 1 _____
 b. Intervalo 2 _____
 c. Intervalo 3 _____
 d. Dominio: _____



16. a. Intervalo 1 _____
 b. Intervalo 2 _____
 c. Intervalo 3 _____
 d. Dominio: _____

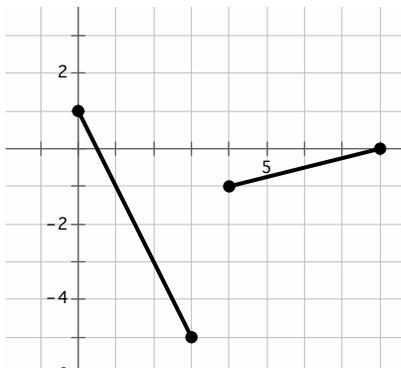
17. Hasta ahora solo has visto funciones híbridas continuas definidas, pero las funciones híbridas también puede ser no continuas. De hecho, has tenido alguna experiencia de la vida real con un tipo de función híbrida no continua. La siguiente gráfica representa cómo algunos maestros calculan las calificaciones. Termina de completar la ecuación híbrida. Luego etiqueta la gráfica con los valores correspondientes.

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} A, \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad x \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ B, \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad x \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ C, \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad x \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ D, \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad x \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ F, \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad x \quad \underline{\hspace{1cm}} \end{array} \right\} \text{ Calificación con letra}$$

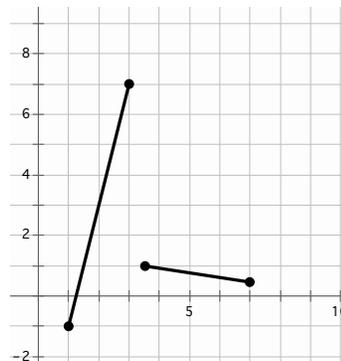


Escribe las ecuaciones híbridas para las gráficas dadas.

18.



19.



RENDIMIENTO

Tema: Transformaciones en ecuaciones cuadráticas

Comenzando con la función $f(x) = x^2$, escribe la ecuación de la nueva función $g(x)$ la cual es una transformación de $f(x)$ como se describe. Después haz una gráfica.

20. Mueve $f(x)$ a la izquierda 3 unidades, estrecha verticalmente por 2, refleja $f(x)$ verticalmente y mueve hacia abajo 5 unidades.

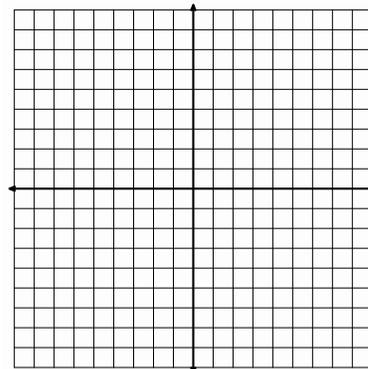
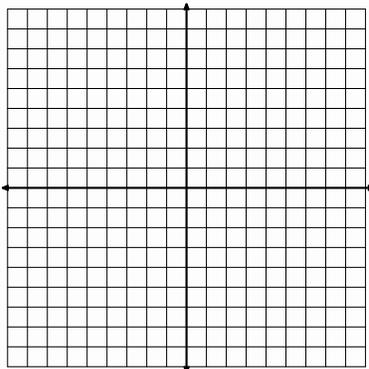
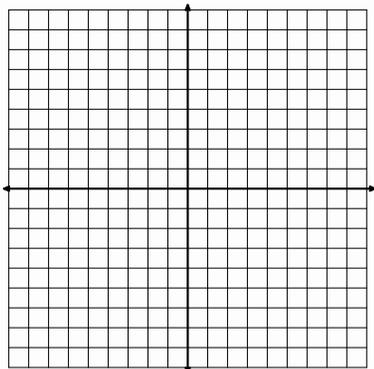
21. Mueve $f(x)$ a la derecha 1, estrecha verticalmente por 3 y mueve hacia arriba 4 unidades.

22. Mueve $f(x)$ hacia arriba 3 unidades, hacia la izquierda 6, refleja verticalmente y estrecha por $\frac{1}{2}$.

$g(x) =$ _____

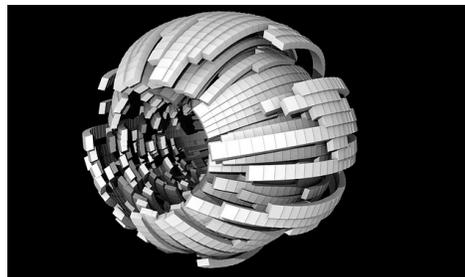
$g(x) =$ _____

$g(x) =$ _____



4.3 Más Características, Más Funciones

Actividad para Consolidar Comprensión

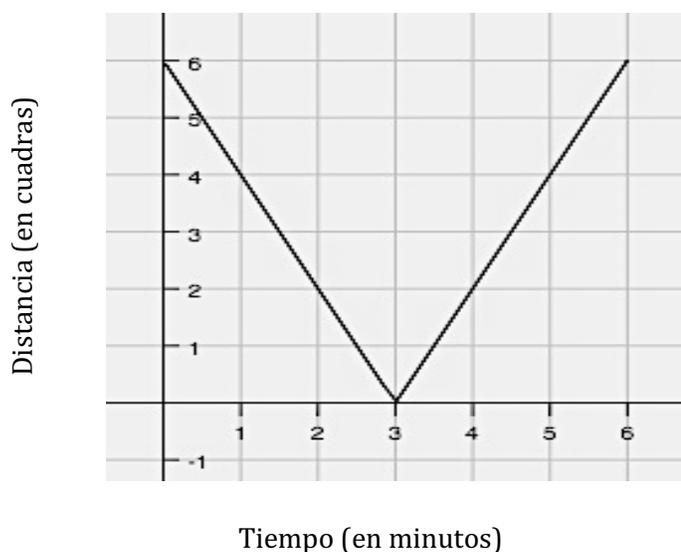


CC BY HynoArt

<https://pixabay.com/photo-1777917/>

Parte I

A Michelle le gusta manejar su bicicleta desde y hacia su lago favorito los miércoles. Ella creó la siguiente gráfica para representar la distancia a la que está del lago mientras anda en bicicleta.

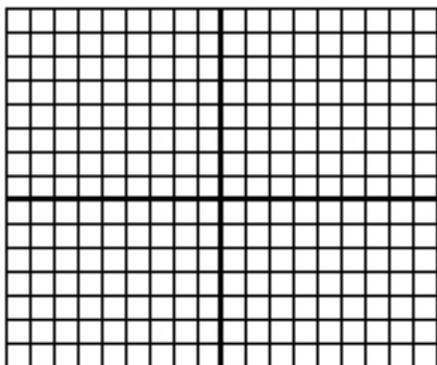


1. Interpreta la gráfica escribiendo tres observaciones sobre el paseo en bicicleta de Michelle.
2. Escribe una función híbrida para esta situación, con cada función lineal en forma de punto-pendiente usando el punto $(3,0)$. ¿Qué notaste?
3. Esta función híbrida en particular, se llama función de valor absoluto lineal. ¿Cuáles son los rasgos que estás notando sobre las funciones lineales de valores absolutos?

Parte II

En esta parte de la tarea, consolidarás tu comprensión de las funciones híbridas y utilizarás tu conocimiento de las transformaciones para dar sentido a las funciones de valor absoluto. Sigue las instrucciones y responde las preguntas a continuación.

4. Grafica la función lineal $f(x) = x$.



5. En el mismo conjunto de ejes, grafica $g(x) = |f(x)|$.
6. Explica qué sucede gráficamente de $f(x)$ a $g(x)$.
7. Escribe la función híbrida para $g(x)$. Explica tu proceso para crear esta función híbrida y cómo se conecta con tu respuesta en la pregunta 3.
8. Completa la tabla de valores de $[-4, 4]$ para $f(x)$ y $g(x)$. Explica cómo esto se conecta con tu respuesta en las preguntas 3 y 4.

x	$f(x)$	$g(x)$
-4		
-3		
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		
4		

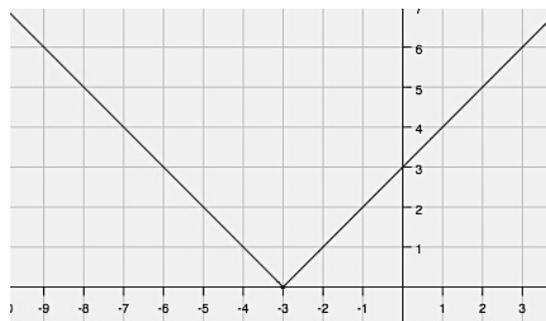
Parte III

9. La siguiente gráfica es otro ejemplo de una función de valor absoluto. La ecuación de esta función se puede escribir de dos maneras: Tymon parece que la gráfica está fuera del margen

como una función de valor absoluto: $f(x) = |x + 3|$

como una función híbrida:

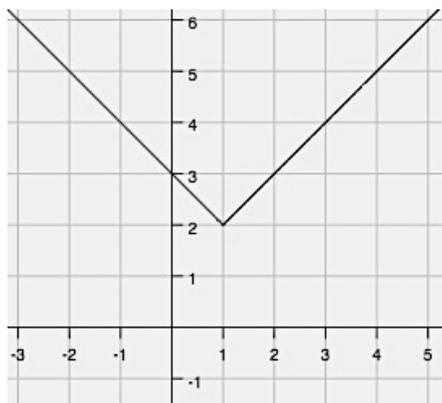
$$f(x) = \begin{cases} -(x + 3), & x < -3 \\ (x + 3), & x \geq -3 \end{cases}$$



¿Cómo se relacionan estas dos ecuaciones entre sí?

A continuación, se muestran gráficas y ecuaciones de funciones de valores absolutos más lineales. Escribe la función híbrida para cada una. Ve si puedes crear una estrategia para escribir estas ecuaciones.

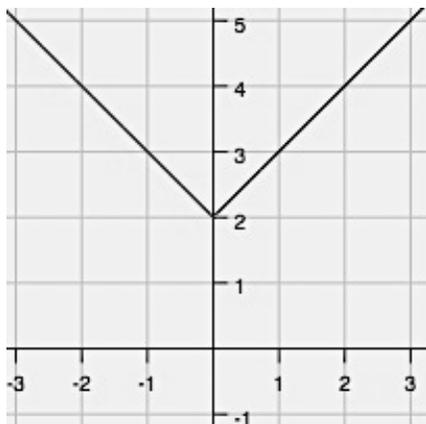
10.



Valor absoluto: $f(x) = |x - 1| + 2$

Función híbrida: $f(x) =$

11.



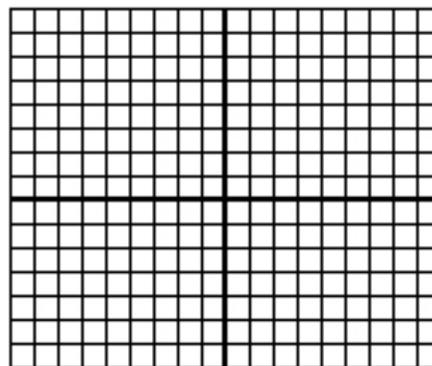
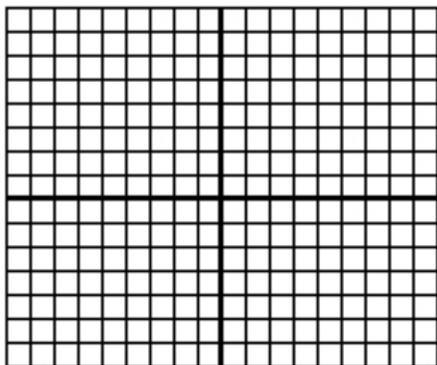
Valor absoluto: $f(x) = |x| + 2$

Función híbrida: $f(x) =$

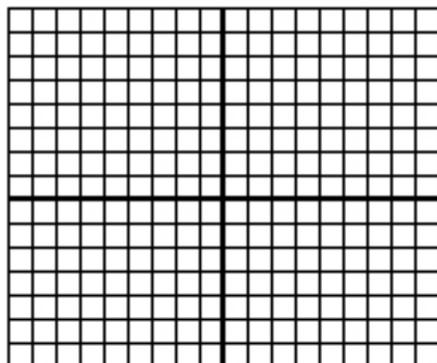
Grafica las siguientes funciones híbridas de valor absoluto lineal.

$$12. f(x) = |x - 4| = \begin{cases} -(x - 4), & x < 4 \\ (x - 4), & x \geq 4 \end{cases}$$

$$13. f(x) = |x| + 1 = \begin{cases} -(x) + 1, & x < 0 \\ (x) + 1, & x \geq 0 \end{cases}$$



14.



Función híbrida: $f(x) = \begin{cases} -3(x + 2) + 1, & x < -2 \\ 3(x + 2) + 1, & x \geq -2 \end{cases}$

Valor absoluto: $f(x) =$

15. Explica tu método para hacer lo siguiente:

- Escribir funciones híbridas de valores absolutos lineales de una gráfica.
- Escribir funciones híbridas de valores absolutos lineales a partir de una función de valor absoluto.
- Graficar funciones de valor absoluto (a partir de una híbrida o de una ecuación de valor absoluto).

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO	Nombre	Periodo	Fecha
------------------------------------	--------	---------	-------

PREPARACIÓN

Tema: Encontrar la intersección de x para una función cuadrática

Encuentra las intersecciones de x de las siguientes funciones cuadráticas.

1. $y = x^2 + 3x - 10$

2. $y = x^2 + 8x + 7$

3. $y = 6x^2 + 7x - 20$

4. $y = (x - 2)^2 - 9$

5. $y = -(x + 3)^2 + 9$

6. $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 - 2$

PRÁCTICA

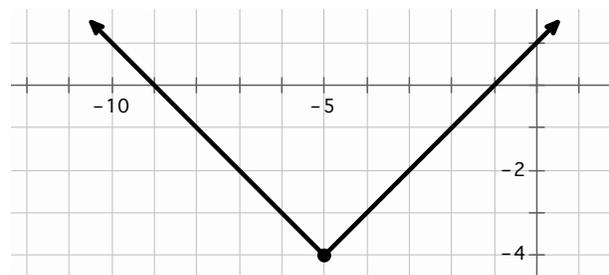
Tema: Ecuaciones de valor absoluto

Usa la información dada para escribir la forma indicada de la función.

7. Ecuación híbrida

x	$f(x)$
-1	9
0	6
1	3
2	0
3	3
4	6

8. Ecuación de valor absoluto

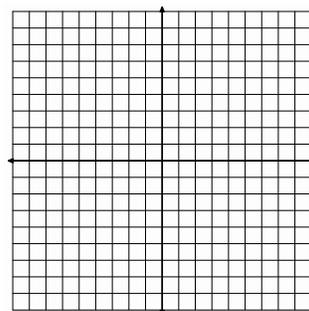


9. Haz una tabla de valores. Asegúrate de incluir el vértice en la tabla.

$h(x) = 5|x - 6| - 8$

x	$h(x)$

10. Grafica $f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{3}(x - 6) + 4, & x < 6 \\ \frac{2}{3}(x - 6) + 4, & x \geq 6 \end{cases}$



Need help? Visit www.rsgsupport.org

RENDIMIENTO

Tema: Interpretación del valor absoluto

Evalúa cada expresión para el valor dado de la variable.

11. $-s$; $s = 4$

12. $-t$; $t = -7$

13. $-x$; $x = 0$

14. $-w$; $w = -11$

15. $|v|$; $v = -25$

16. $-(a)$; $a = -25$

17. $-(-n)$; $n = -2$

18. $| -(-p) |$; $p = -6$

19. $| -(-q) |$; $q = 8$

20. $-| -(-r) |$; $r = -9$

Need help? Visit www.rsgsupport.org

4.4 Reflexiones de un Amante de Bicicletas

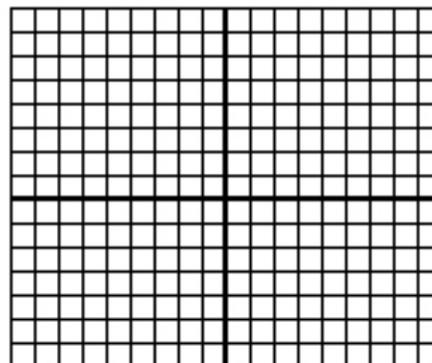


CC BY Netherlands Tourism
<https://goo.gl/images/2Za8Zc>

Actividad para Practicar Comprensión

1. Grafica la función $f(x) = x^2 - 4$
2. Grafica $g(x) = |f(x)|$ en el mismo conjunto de ejes de $f(x)$.

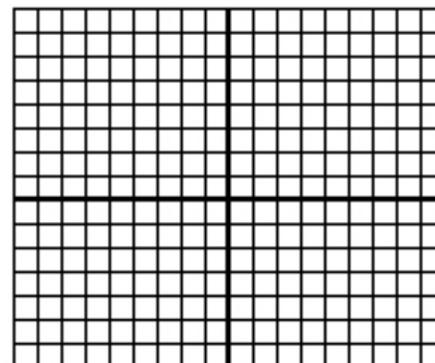
Explica qué sucede gráficamente.



3. Escribe la función híbrida para $g(x)$.

4. Grafica la función $f(x) = (x + 1)^2 - 9$
5. Grafica $g(x) = |f(x)|$.

Explica qué sucede gráficamente.

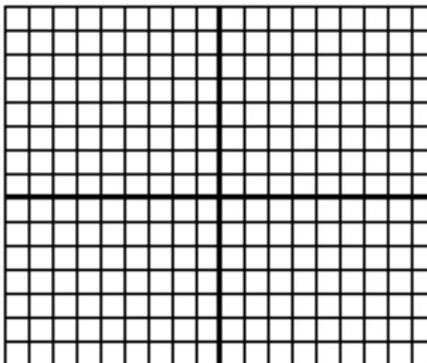


6. Escribe la función híbrida para $g(x)$.
7. ¿En qué debes pensar al escribir cualquier función híbrida de valor absoluto?

Grafica las siguientes funciones de valor absoluto y escribe las funciones híbridas correspondientes para cada una.

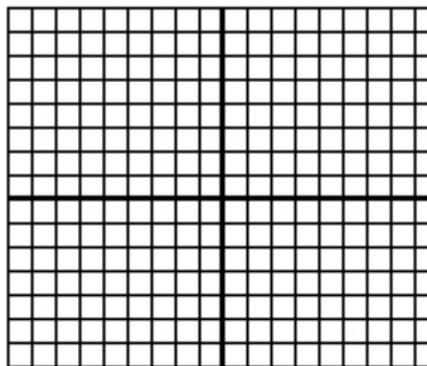
8. $g(x) = |x^2 - 4| + 1$

Híbrida:



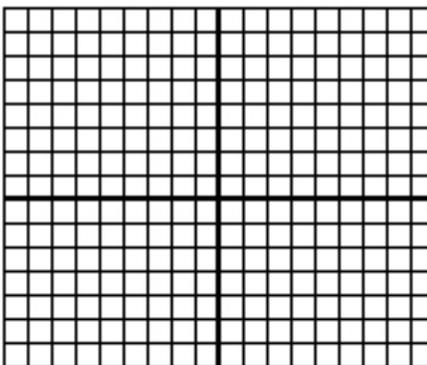
9. $g(x) = |(x + 2)^2 - 4| + 3$

Híbrida:



10. $g(x) = |2^x - 4|$

Híbrida:

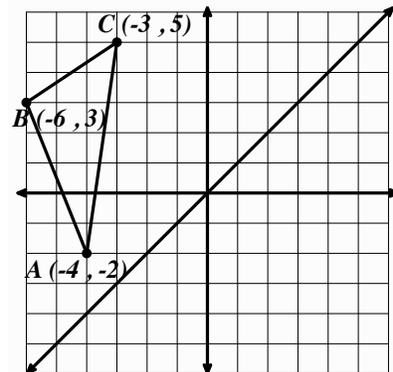


PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO	Nombre	Periodo	Fecha
------------------------------------	--------	---------	-------

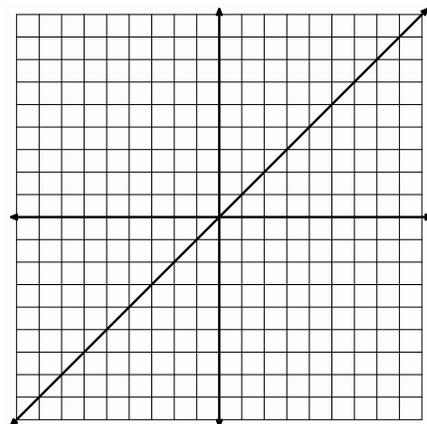
PREPARACIÓN

Tema: Reflejar imágenes

1. Refleja $\triangle ABC$ a través de la línea $y = x$. Etiqueta la nueva imagen como $\triangle A'B'C'$. Etiqueta las coordenadas de los puntos $A'B'C'$. Conecta los segmentos AA' , BB' , y CC' . Describe cómo se relacionan estos segmentos entre sí y con la línea $y = x$.



2. En la gráfica proporcionada a la derecha, dibuja una figura de 5 lados en el 4to cuadrante. Etiqueta los vértices de la pre-imagen. Incluye las coordenadas de los vértices. Refleja la pre-imagen a través de la línea $y = x$. Etiqueta la imagen, incluyendo las coordenadas de los vértices.



3. Se proporciona una tabla de valores para una figura de cuatro lados en las dos primeras columnas. Refleja la imagen a través la línea $y = x$, y escribe las coordenadas de la imagen reflejada en el espacio provisto.

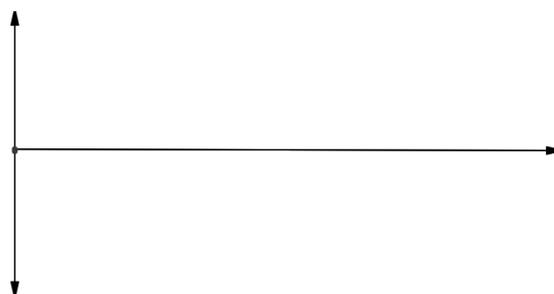
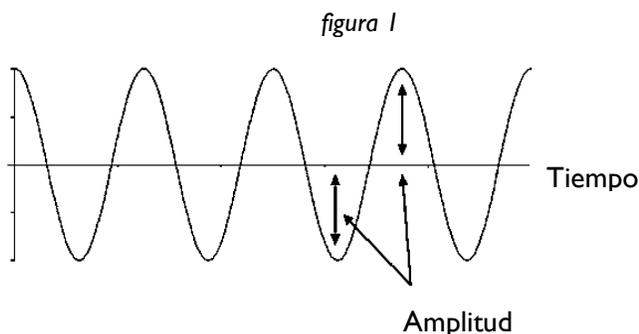
<i>A</i>	(-6,2)	<i>A'</i>	
<i>B</i>	(-4,5)	<i>B'</i>	
<i>C</i>	(-2,3)	<i>C'</i>	
<i>D</i>	(-3,-1)	<i>D'</i>	

Need help? Visit www.rsgsupport.org

PRÁCTICA

Tema: Valor absoluto y funciones no lineales

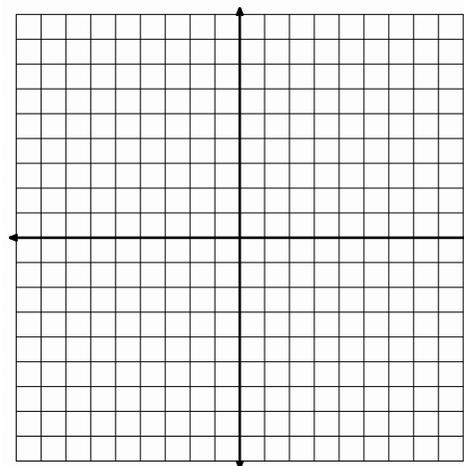
4. La *figure 1* es la gráfica de una onda de sonido. La altura (o profundidad) de la gráfica indica la magnitud y dirección que $f(x)$ alcanza desde la norma o valor no perturbado. En este caso, ese sería el eje de x . Cuando solo nos preocupa la distancia desde el eje de x , nos referimos a esta distancia como **la amplitud**. Como la distancia sola es siempre positiva, la amplitud se puede describir como el valor absoluto de $f(x)$. Usa la gráfica de una onda de sonido para dibujar una gráfica del valor absoluto de la amplitud, o $y = |f(x)|$.



5. La *figure 2* es una tabla de valores para $g(x) =$
 ¿Qué valores en la tabla
 necesitas cambiar si la función
 fue redefinida como $h(x) = |g(x)|$?

figure 2

x	$g(x)$
-8	16
-7	7
-6	0
-4	-5
-3	-8
-2	-9
-1	-8
0	0
1	7
2	16



6. Grafica $h(x) = |g(x)|$.

7. Escribe la ecuación híbrida para $h(x) = |g(x)|$, como se define en la pregunta 6, que el dominio sea todos los números reales en el intervalo $[-8, 2]$.

Need help? Visit www.rsgsupport.org

RENDIMIENTO

Tema: Simplificar expresiones radicales

Simplifica. Escribe las respuestas en la forma radical más simple. Algunas respuestas pueden consistir de números sin signo radical.

8. $(-7 - 2\sqrt{5}) + (6 + 8\sqrt{5})$

9. $(-10 - \sqrt{13}) - (-11 + 5\sqrt{13})$

10. $(4 - \sqrt{50}) + (7 + 3\sqrt{18}) - (12 - 2\sqrt{72})$

11. $\sqrt{98} + \sqrt{8}$

12. $(-2 - 7\sqrt{5}) + (2\sqrt{125}) - 3\sqrt{625}$

13. $(3r^2 - 8\sqrt{3b^2}) - (2r^2 - 3\sqrt{27b^2})$

14. Asume que $x \geq 0$.

Escribe una forma equivalente usando exponentes:

$$\sqrt{x} + \sqrt{x^3} + \sqrt{x^5} + \sqrt{x^7} + \sqrt{x^9} + \sqrt{x^{11}} + \sqrt{x^{13}} + \sqrt{x^{15}}.$$

Need help? Visit www.rsgsupport.org

4.5 ¿Cuál Es tu Ritmo?

Actividad para Desarrollar Comprensión



CCBY 2017 Mark Fischer
<https://flic.kr/p/UegEPa>

A Chandler e Isaac les gusta andar en bicicleta para hacer ejercicio. Estaban platicando si tenían un ritmo similar para poder planear un recorrido en bicicleta juntos. Chandler dijo que maneja bicicleta aproximadamente a 12 millas por hora (o 12 millas en 60 minutos). Isaac parecía confundido y dijo que no sabe cuántas millas recorre en bicicleta en una hora, porque calcula su ritmo (o velocidad) de manera diferente.

1. Usa representaciones múltiples (tabla, gráfica, ecuación, diagrama) para modelar la información de Chandler. Asegúrate de etiquetar cada representación.
2. Explica las conexiones entre las representaciones creadas.
3. ¿Cuántas millas recorrerá Chandler a los 30 minutos?

Isaac dice que calcula su ritmo de manera diferente. Explica que anda en bicicleta una milla cada cinco minutos, lo que significa que por cada cinco minutos que recorre en bicicleta, recorre una milla.

4. Usa representaciones múltiples (tabla, gráfica, ecuación, diagrama) para modelar la información de Isaac. Asegúrate de etiquetar cada representación.

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

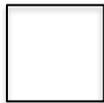
Nombre _____ Periodo _____ Fecha _____

PREPARACIÓN

Tema: Raíces cuadradas

El área de un cuadrado se proporcióna. Encuentra la longitud del lado.

1. 16 in^2



2. $(x - 11)^2 \text{ ft}^2$



3. $(25a^2 + 60a + 36) \text{ cm}^2$



4. Si la longitud del lado de un cuadrado es $(x - 24) \text{ cm}$, ¿qué sabemos sobre el valor de x ?

Completa la tabla de valores para $f(x) = \sqrt{x}$.

Escribe las respuestas en la forma radical más simple.

5.

x	$f(x)$
1	
4	
9	
16	
25	
36	
49	
64	
81	
100	

6.

x	$f(x)$
25	
50	
75	
100	
125	
150	
175	
200	
225	
250	

7.

x	$f(x)$
$x^2 - 2x + 1$	
$x^2 - 4x + 4$	
$x^2 - 6x + 9$	
$x^2 - 8x + 16$	
$x^2 - 10x + 25$	
$x^2 - 12x + 36$	
$x^2 - 14x + 49$	
$x^2 - 16x + 64$	
$x^2 - 18x + 81$	
$x^2 - 20x + 100$	

Need help? Visit www.rsgsupport.org

PRÁCTICA

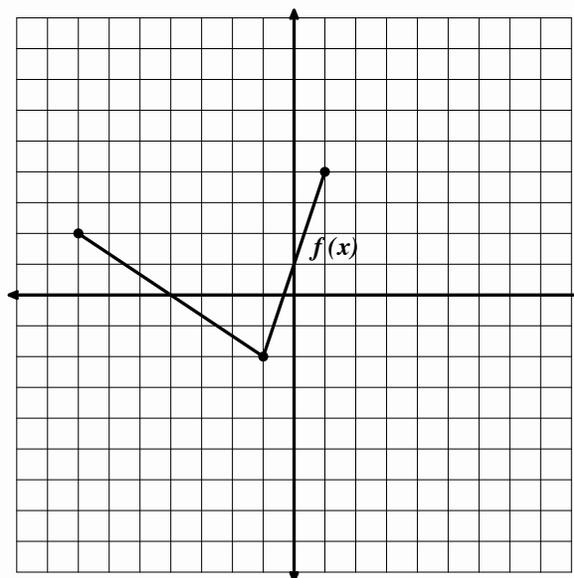
Tema: Funciones inversas

8. Dado: $f(x) = \{(-13, 5) (-9, -9) (-5, -2) (-1, -5) (0, -4) (4, 6) (9, 10) (14, 32)\}$

Encuentra $f^{-1}(x) = \{(,) (,) (,) (,) (,) (,) (,) (,)\}$

9. La función $f(x)$ se muestra en la gráfica. Grafica $f^{-1}(x)$ en el mismo conjunto de ejes.

10. ¿Es la gráfica de $f^{-1}(x)$ también una función?
 Justifica tu respuesta.



11. Voy a hacer un largo viaje a Barcelona, España. Solo voy a llevar una maleta y está llena. Planeo llegar completamente exhausto a mi hotel a media noche. Lo único que querré sacar de mi maleta es un par de pijamas. Entonces, cuando empaqué mi maleta en casa, ¿quería colocar mis pijamas primero, en algún lugar en el medio, o al final? Explica.

Need help? Visit www.rsgsupport.org

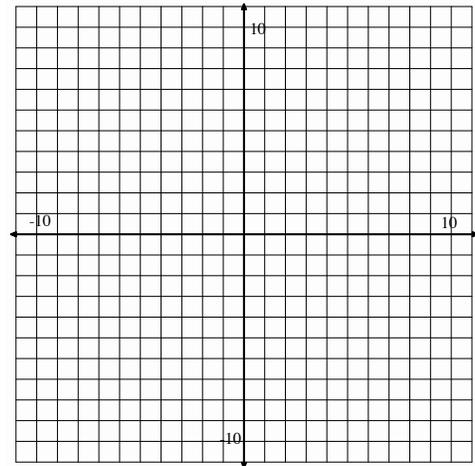
12. Escribe la función inversa para la tabla de valores.

Entrada x	-10	-6	-2	2	6
Salida $g(x)$	-2	-1	0	1	2

Entrada x					
Salida $g^{-1}(x)$					

13. Usa los puntos en el problema 12. Grafica $g(x)$ en negro y $g^{-1}(x)$ en un color diferente en la cuadrícula de coordenadas a la derecha. Grafica la línea de reflexión para los puntos correspondientes.

14. ¿Es $g^{-1}(x)$ también una función? Justifica tu respuesta.



RENDIMIENTO

Tema: Multiplicar raíces cuadradas

Multiplica. Escribe tus respuestas en la forma radical más simple.

15. $\sqrt{3}(4 + 5\sqrt{3})$

16. $6\sqrt{11}(2 - \sqrt{11})$

17. $(1 - 7\sqrt{2})(1 - \sqrt{2})$

18. $(3 + 2\sqrt{13})(3 - 2\sqrt{13})$

19. $(4 + 3\sqrt{5})(4 - 3\sqrt{5})$

20. $(1 - 3\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})$

Need help? Visit www.rsgsupport.org

4.6 Las Bicicletas de Bernie

Actividad para Consolidar Comprensión



CC BY | Bike Fresno
<https://flic.kr/p/oBYegH>

Bernie es dueño de *Bernie's Bike Shop* y anuncia su negocio colocando su logotipo por toda la ciudad en carteles publicitarios de diferentes tamaños. Después de crear algunos carteles publicitarios, notó una relación entre la cantidad de tinta que necesita para su logotipo y el tamaño del cartel publicitario.

- La siguiente tabla representa algunos de los carteles publicitarios que Bernie ha creado y la relación entre la cantidad de tinta necesaria y el tamaño del cartel publicitario. Completa la información a continuación para ayudar a Bernie a ver esta relación (no olvides etiquetar tu gráfica).

Longitud del cartel publicitario (en pies)	Tinta que se necesita (en onzas)
3	9
4	16
2	4
15	225
x	

Función:

Dominio:

Rango:

Gráfica:

- Usando la pregunta 1, completa la información a continuación para el *inverso* de esta función (no olvides etiquetar tu gráfica).

Función:

Dominio:

Rango:

Gráfica:

3. Explica con palabras lo que representa la función inversa.

A Bernie le gusta el aspecto de sus carteles publicitarios cuando la altura vertical es de 5 pulgadas más que el doble de la longitud horizontal.

4. Completa la tabla y escribe una función para la altura vertical de los carteles publicitarios con una longitud horizontal dada. Usa la regla verbal de Bernie para ayudarte a decidir qué números van en la tabla.

Longitud del cartel publicitario (en pies)	Altura vertical (en pies)
3	
4	
2	
15	
x	

Regla verbal: *La altura vertical es de 5 pulgadas más que el doble de la longitud horizontal.*

Función: $f(x) =$

Dominio:

Rango:

5. Crea una tabla para la función inversa, $f^{-1}(x)$. Escribe una regla verbal que ayude a Bernie a entender lo que hace tu función inversa. Etiqueta la tabla para indicar claramente qué representa la variable de entrada x para tu función inversa.

Regla verbal:

Función: $f^{-1}(x) =$

Dominio:

Rango:

6. La regla de Bernie contenía dos operaciones, multiplicando por 2 y sumando 5, realizadas en ese orden. Enumera las operaciones en el orden correcto que aparece en su regla inversa:

7. En general, describe cómo puedes encontrar la regla inversa para una función al enumerar el orden de las operaciones en la función original.

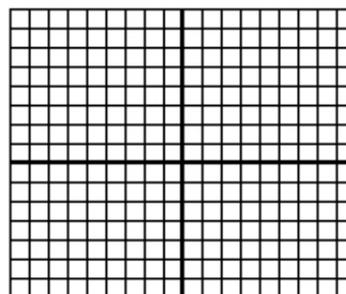
Parte II

Determina la regla inversa para cada función, luego dibuja las gráficas y determina el dominio y el rango para la función original y su inverso.

8. $f(x) = x^2 - 1$; $f^{-1}(x) =$

Dominio: Dominio:

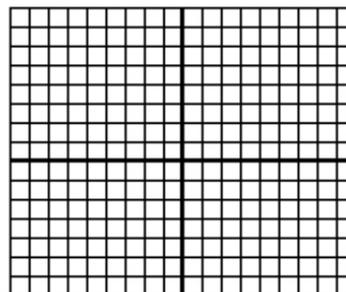
Rango: Rango:



9. $g(x) = 3x + 2$; $g^{-1}(x) =$

Dominio: Dominio:

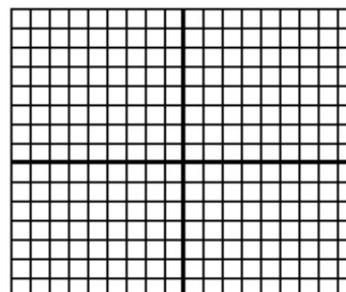
Rango: Rango:



10. $f(x) = (x + 3)^2$; $f^{-1}(x) =$

Dominio: Dominio:

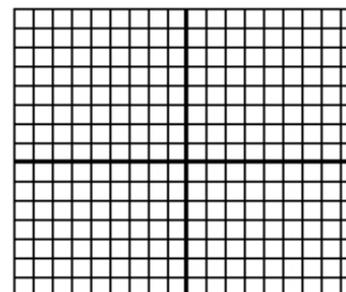
Rango: Rango:



11. $f(x) = x^3$; $f^{-1}(x) =$

Dominio: Dominio:

Rango: Rango:

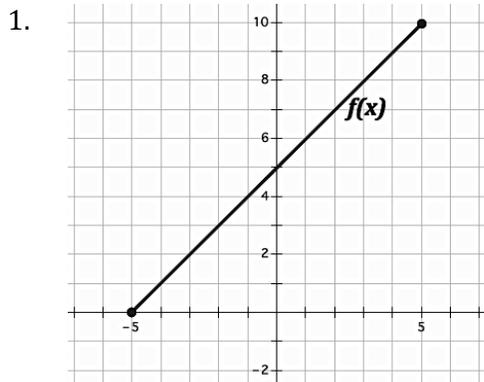


PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO	Nombre	Periodo	Fecha
------------------------------------	--------	---------	-------

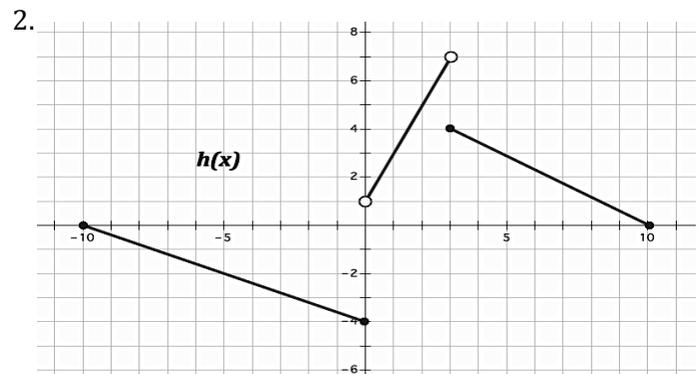
PREPARACIÓN

Tema: Identificación de características de funciones

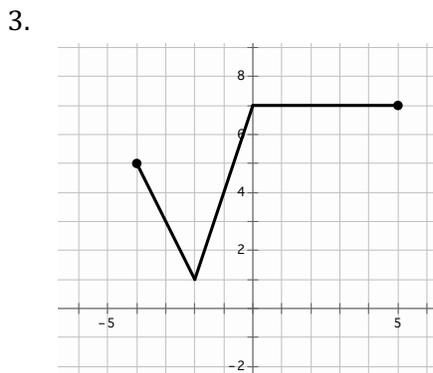
Dada cada representación de una función, determina el dominio y el rango. Luego, indica si la función es discreta, continua, o discontinua y aumenta, disminuye, o es constante.



Descripción de la función:

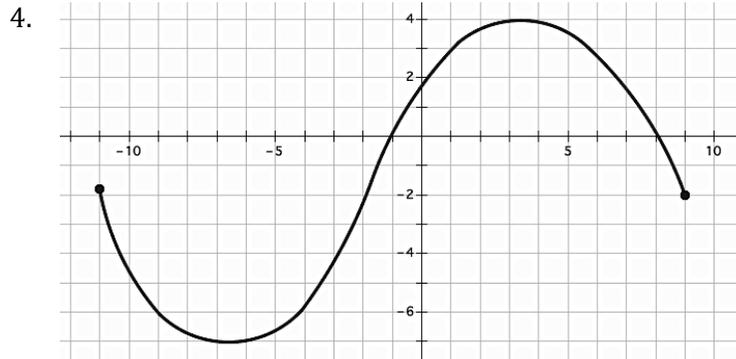


Descripción de la función:

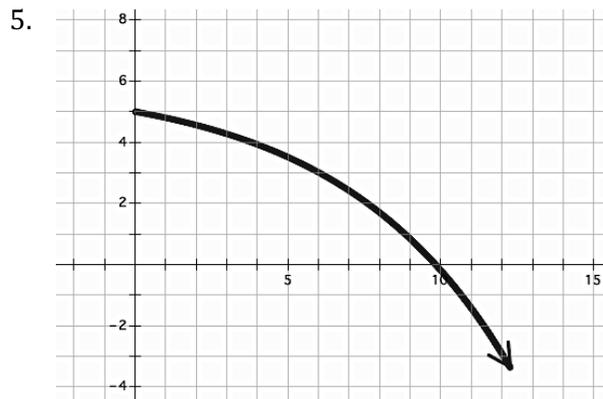


Descripción de la función:

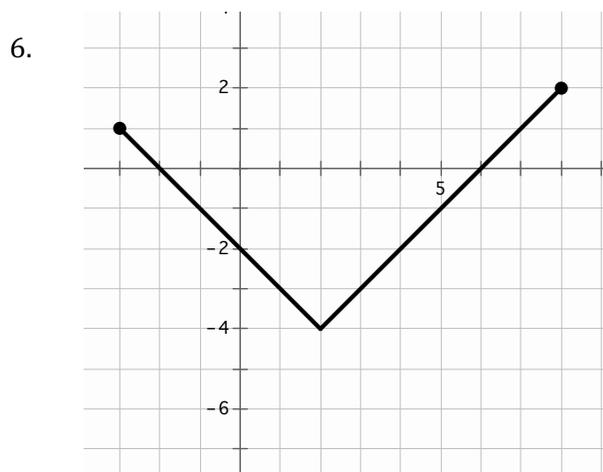
Need help? Visit www.rsgsupport.org



Descripción de la función:



Descripción de la función:



Descripción de la función:

Need help? Visit www.rsgsupport.org

PRÁCTICA

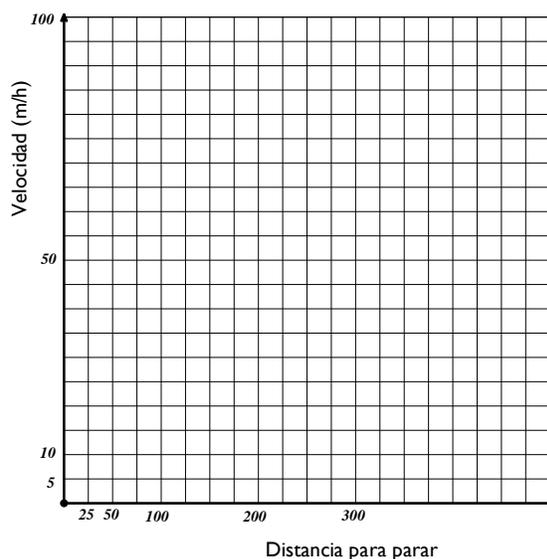
Tema: Funciones de raíz cuadrada

El límite de velocidad para conducir en una zona escolar es de 20 mph. Eso parece tan lento si vas en un automóvil. ¿Pero alguna vez te has preguntado qué tan rápido podrías detenerte por completo a esa velocidad (incluso si tuvieras reflejos súper rápidos)? ¡Te llevaría más de 13 pies! La velocidad de un vehículo s y la distancia de frenado d están relacionadas por la función $s(d) = \sqrt{30d}$.

Completa la tabla de valores para $s(d)$. **(Redondea al número entero más cercano).** Luego grafica $s(d)$ y responde a las preguntas.

7.

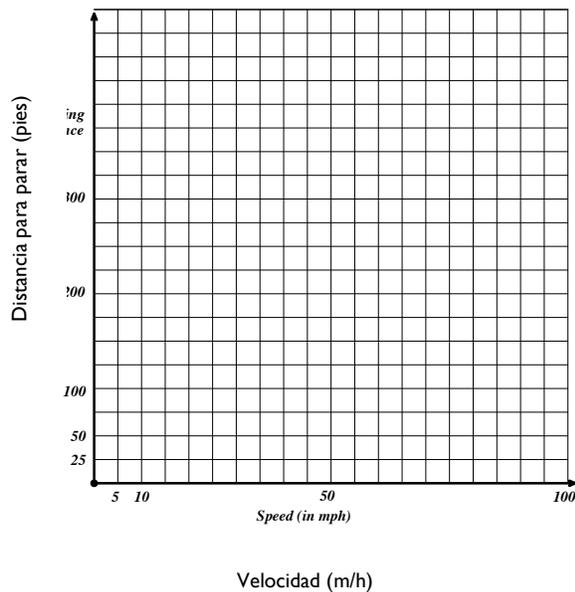
d (en pies)	$s(d)$ mph
25	
50	
100	
200	
300	



8. Si fueras un oficial de policía que investigara el sitio de un accidente, podrías medir la longitud de las marcas en la carretera y luego calcular la velocidad aproximada del conductor. El conductor jura que estaba seguro de que iba a menos de 60 mph. Las marcas de los neumáticos muestran un patrón de 150 pies. ¿Es precisa la velocidad del conductor de su velocidad? Justifica tu respuesta.

Need help? Visit www.rsgsupport.org

9. Usa tus respuestas del problema 8 para hacer una gráfica de la distancia de frenado como una función de la velocidad.
10. ¿Cómo están relacionadas las dos gráficas?



RENDIMIENTO

Tema: Resolver ecuaciones literales para una variable dada

Resuelve cada ecuación para la variable indicada.

11. $C = 2\pi r$; Resuelve r .

12. $A = \pi r^2$; Resuelve r .

13. $V = \pi r^2 h$; Resuelve h .

14. $V = \pi r^2 h$; Resuelve r .

15. $V = e^3$; Resuelve e .

16. $A = \frac{b_1 + b_2}{2} h$; Resuelve h

Need help? Visit www.rsgsupport.org



CCBY 2017 TonyHisgett
<https://flic.kr/p/p8cati>

4.7 Más Características, Más Funciones

Actividad para Practicar Comprensión

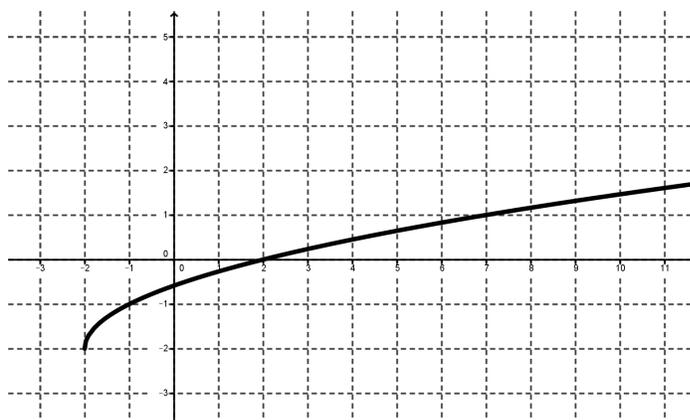
Parte I: Características de Funciones

Encuentra lo siguiente para cada función:

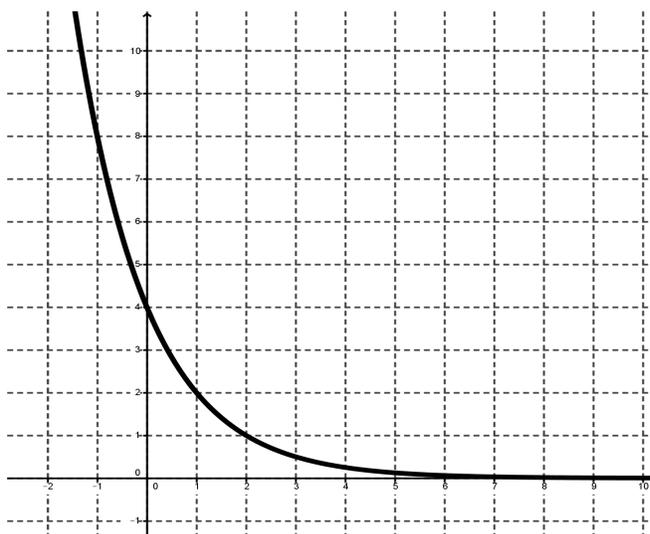
(Todas las gráficas tienen un valor de escala de uno tanto en el eje x como en el eje y).

- Ecuación de la función
- Dominio y rango
- Intersecciones
- Ubicación y valor de máxima/mínima
- Intervalos donde la función aumenta o disminuye
- Dibuja el inverso de la función (en un nuevo conjunto de ejes o sobreponer en la gráfica dada)

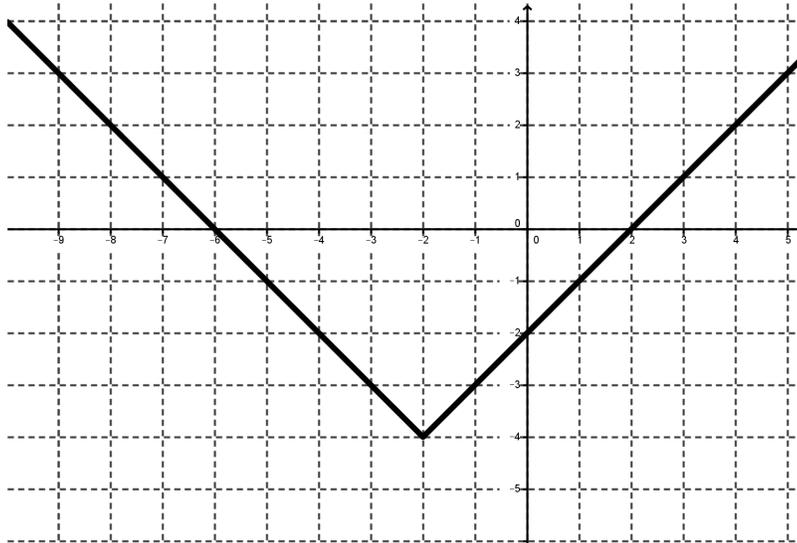
1.



2.



3.



4.



Parte II: Crear Funciones

Instrucciones: Escribe **dos** funciones diferentes que cumplan con los requisitos dados.

5. Una función que siempre está aumentando

6. Una función que es simétrica con respecto al eje de y

7. Una función con una mínima de -2 en $x = 5$

8. Una función que está disminuyendo de $(-\infty, -3)$ luego aumentando de $(-3, \infty)$

9. Una función con cero raíces reales

10. Una función que tiene un dominio de $[3, \infty)$ y un rango de $[0, \infty)$

11. Una función con una tasa de cambio constante

12. Una función cuya segunda diferencia es una tasa de cambio constante

13. Una función cuyo inverso también es una función

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO	Nombre	Periodo	Fecha
------------------------------------	--------	---------	-------

PREPARACIÓN

Tema: Símbolos geométricos

Haz un dibujo que coincida con los símbolos geométricos. Etiqueta tu dibujo apropiadamente.

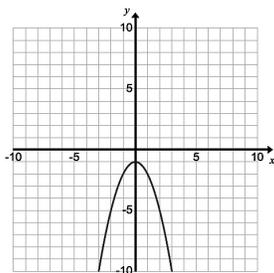
1. $\triangle RST$
2. \overrightarrow{AB}
3. $\angle XYZ$
4. \overleftrightarrow{GH}
5. $\overline{JK} \perp \overline{PQ}$
6. Punto S divide \overline{MN} .
7. \overrightarrow{AB} divide $\angle XYZ$

PRÁCTICA

Tema: Características de funciones

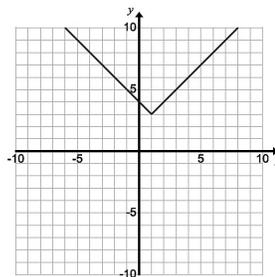
Encuentra las siguientes características clave para cada función:

8.



- a. Dominio y rango
- b. Intersecciones
- c. Ubicación y valor de máxima/mínima
- d. Intervalo donde la función está aumentando o disminuyendo

9.



- a. Dominio y rango
- b. Intersecciones
- c. Ubicación y valor de máxima/mínima
- d. Intervalo donde la función está aumentando o disminuyendo

10.

$$f(x) = \begin{cases} -(x + 3), & x < -3 \\ (x + 3), & x \geq -3 \end{cases}$$

- a. Dominio y rango
- b. Intersecciones
- c. Ubicación y valor de máxima/mínima
- d. Intervalo donde la función está aumentando o disminuyendo

Need help? Visit www.rsgsupport.org

Escribe una función que cumpla con los requisitos dados.

11. Una función que siempre está disminuyendo
12. Una función simétrica sobre la línea $x=3$
13. Una función con una mínima de 5 en $x = 1$
14. Una función que va en aumento de $(-\infty, 2)$ luego disminuyendo de $[2, \infty)$
15. Una función con una raíz real
16. Una función que tiene un dominio de $[-2, \infty)$
17. Una función con un rango de $[0, \infty)$
18. Una función con un factor común de 2
19. Una función que también es una secuencia geométrica
20. Una función con intersecciones de x en $(-1, 0)$ y $(1,0)$

Need help? Visit www.rsgsupport.org

RENDIMIENTO

Tema: Función inversa

Encuentra el inverso de cada función. Si el inverso no es una función, restringe el dominio.

21. $f(x) = x^2; f^{-1}(x) =$

22. $g(x) = 2x + 4; g^{-1}(x) =$

23. $f(x) = (x + 1)^2; f^{-1}(x) =$

24. $h(x) = \frac{1}{3}x + 6; h^{-1}(x) =$

25. $f(x) = \{(-3, 5) (-2, -9) (-1, -2) (0, -5) (1, -4) (2, 6) (3, 10) (4, 8)\};$
 $f^{-1}(x) = \{(,) (,) (,) (,) (,) (,) (,) (,)\}$

Escribe la función híbrida definida para las siguientes funciones de valor absoluto

26. $h(x) = |x + 3|$

27. $f(x) = |x^2 - 4| + 1$

28. $g(x) = 5|x + 3|$

29. $f(x) = |x^2 - 16|$

Need help? Visit www.rsgsupport.org

This book is shared online by Free Kids Books at <https://www.freekidsbooks.org> in terms of the creative commons license provided by the publisher or author.

Want to find more books like this?



<https://www.freekidsbooks.org>

Simply great free books -

Preschool, early grades, picture books, learning to read,
early chapter books, middle grade, young adult,

Pratham, Book Dash, Mustardseed, Open Equal Free, and many more!

Always Free – Always will be!

Legal Note: This book is in CREATIVE COMMONS - Awesome!! That means you can share, reuse it, and in some cases republish it, but only in accordance with the terms of the applicable license (not all CCs are equal!), attribution must be provided, and any resulting work must be released in the same manner.

Please reach out and contact us if you want more information:

<https://www.freekidsbooks.org/about> Image Attribution: Annika Brandow, from You! Yes You! CC-BY-SA. This page is added for identification.