

Transforming Mathematics Education

SECUNDARIA MATEMATICAS DOS

Un Enfoque Integrado

MODULO 5

Figuras Geométricas

MATHEMATICSVISIONPROJECT.ORG

The Mathematics Vision Project

Scott Hendrickson, Joleigh Honey, Barbara Kuehl, Travis Lemon, Janet Sutorius

© 2017 Mathematics Vision Project

Original work © 2013 in partnership with the Utah State Office of Education

This work is licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0



MÓDULO 5 - TABLA DE CONTENIDO

FIGURAS GEOMÉTRICAS

5.1 ¿Cómo lo sabes? – Actividad para Desarrollar Comprensión

Una introducción a la prueba ilustrada por la suma del ángulo interior del triángulo. (G.CO.10)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Figuras Geométricas 5.1

5.2 ¿Ves lo que veo? – Actividad para Desarrollar Comprensión

Razonamiento a partir de un diagrama para desarrollar argumentos de prueba sobre líneas y ángulos, triángulos y paralelogramos (G.CO.9, G.CO.10, G.CO.11)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Figuras Geométricas 5.2

5.3 Todo está en tu cabeza – Actividad para Consolidar Comprensión

Organización de pruebas sobre líneas, ángulos y triángulos utilizando diagramas de flujo y formatos de prueba de dos columnas (G.CO.9, G.CO.10)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Figuras Geométricas 5.3

5.4 Paralelismo preservado y protegido – Actividad para Consolidar Comprensión

Examinando el paralelismo desde una perspectiva transformacional (G.CO.9)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Figuras Geométricas 5.4

5.5 Reclamos y conjeturas – Actividad para Consolidar Comprensión

Generando conjeturas a partir de un diagrama sobre líneas, ángulos y triángulos (G.CO.9, G.CO.10)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Figuras Geométricas 5.5

5.6 Justificación y comprobación – Actividad para Practicar Comprensión

Escribir pruebas formales para comprobar conjeturas sobre líneas, ángulos y triángulos (G.CO.9, G.CO.10)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Figuras Geométricas 5.6

5.7 Conjeturas y comprobación del paralelogramo – Actividad para Consolidar Comprensión

Comprobar conjeturas sobre paralelogramos (G.CO.11)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Figuras Geométricas 5.7

5.8 Adivina mi paralelogramo – Actividad para Practicar Comprensión

Identificación de paralelogramos a partir de información sobre las diagonales (G.CO.11)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Figuras Geométricas 5.8

5.9 Centros de un triángulo – Actividad para Practicar Comprensión

Comprobación en lectura y escrita sobre la concurrencia de medianas, bisectrices angulares y bisectrices perpendiculares de los lados de un triángulo (G.CO.10)

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Tarea: Figuras Geométricas 5.9

5.1 ¿Cómo lo sabes?

Actividad para Desarrollar Comprensión



CC BY Jay Goodby
<https://flic.kr/p/6VmcPf>

Probablemente sepas que la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es 180° . (¡Si no lo sabías, lo hace ahora!) Pero una pregunta importante que debes hacerte es: "¿Cómo lo sabes?"

Sabemos muchas cosas porque lo aceptamos porque vienen de una autoridad: creemos lo que otras personas nos dicen; cosas como la distancia de la tierra al sol son 93,020,000 millas o que la población de los Estados Unidos crece alrededor de 1% cada año. Otras cosas simplemente se definen para ser así, como el hecho de que hay 5,280 pies en una milla. Algunas cosas las aceptamos como verdaderas basadas en la experiencia o en experimentos repetidos, como que el sol siempre sale en el este, o "me castigan cada vez que me quedo fuera después de la medianoche". En matemáticas, tenemos formas más formales de decidir si algo es verdadero.

Experimento #1

1. Recorta varios triángulos de diferentes tamaños y formas. Remueve las tres esquinas (ángulos) del triángulo y organiza los vértices para que se encuentren en un solo punto, con los bordes de los ángulos (rayos) tocándose como piezas de un rompecabezas. ¿Qué revela este experimento sobre la suma de los ángulos interiores de los triángulos que cortas, ¿y cómo lo hace?
2. Dado que tú y tus compañeros de clase han realizado este experimento con varios triángulos diferentes, ¿garantiza que observaremos este mismo resultado para todos los triángulos? ¿Por qué sí o por qué no?

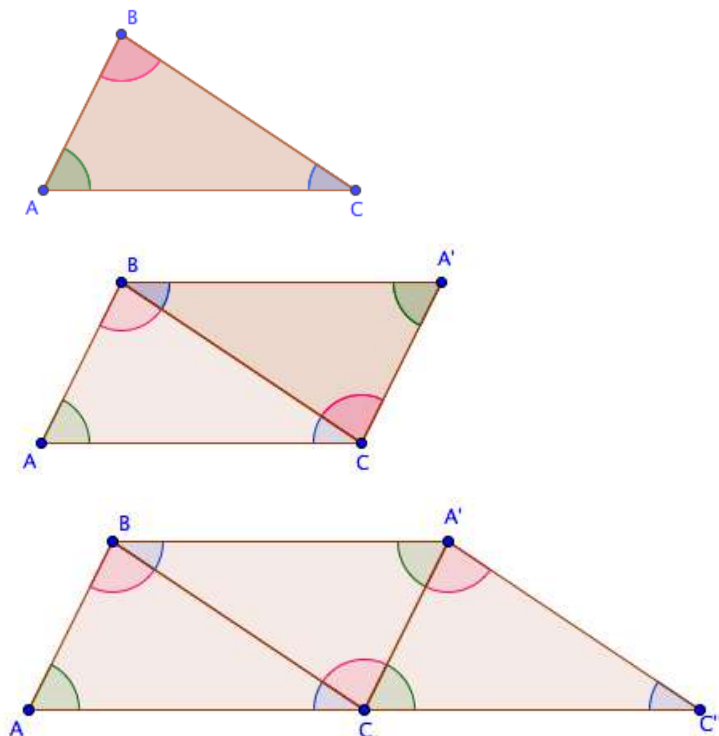
Experimento #2

Quizás un experimento diferente sea más convincente. Recorta otro triángulo y trázalo en un pedazo de papel. Será útil codificar por color cada ángulo de vértice del triángulo original con un color diferente. A medida que se producen nuevas imágenes del triángulo durante este experimento, colorea los ángulos correspondientes con los mismos colores.

- Ubica los puntos medios de cada lado de tu triángulo recortado al plegar los vértices que forman los puntos finales de cada lado entre sí.
 - Gira tu triángulo 180° sobre el punto medio de uno de sus lados. Traza el nuevo triángulo en tu papel y colorea los ángulos de este triángulo de imagen de modo que los pares correspondientes de imagen/pre imagen sean del mismo color.
3. ¿Qué revela este experimento sobre la suma de los ángulos interiores de los triángulos que cortas, ¿y cómo lo hace?
4. ¿Crees que puedes rotar todos los triángulos de la misma manera sobre los puntos medios de sus lados y obtener los mismos resultados? ¿Por qué sí o por qué no?

Examinando el diagrama

El experimento #2 produjo una secuencia de triángulos, como se ilustra en el siguiente diagrama.



Aquí hay algunas preguntas interesantes que podríamos hacer acerca de este diagrama:

5. ¿La segunda figura en la secuencia siempre será un paralelogramo? ¿Por qué sí o por qué no?
6. ¿La última figura en la secuencia siempre será un trapecio? ¿Por qué sí o por qué no?

PREPARACIÓN

Tema: Figuras geométricas

Una de las cosas buenas de las figuras geométricas es que nuestro mundo está lleno de ellas. Por ejemplo, el espejo de mi baño es un rectángulo perfecto y las baldosas en mi piso son cuadrados. Además, los bordes de estas formas son líneas rectas o segmentos de línea que son piezas de líneas, ya que teóricamente una línea continua para siempre.

1. Mira alrededor de tu mundo y haz una lista de las cosas que ves que tienen una forma geométrica. Aquí hay algunas formas para comenzar. Piensa en todo lo que puedas y prepárese para compartir sus listas con la clase.

Triángulo Trapezoide Paralelogramo Cubo Líneas perpendiculares

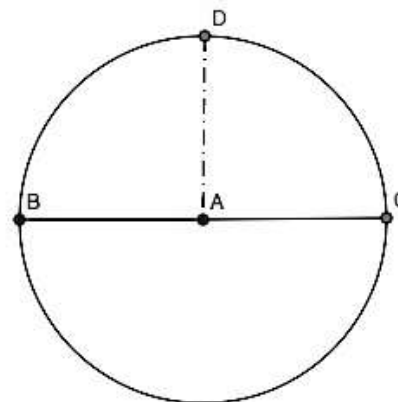
PRÁCTICA

Tema: Pares lineales

2. Dobla un papel, haciendo un pliegue suave. Abre el papel y examina la forma que hiciste. ¿Es una línea? ¿Siempre será una línea? Justifica tu pensamiento.
3. Mira una pared donde se encuentra con el techo. ¿Cómo describirías la intersección de la pared y el techo?

Imagina doblar un círculo exactamente por la mitad para que el doblez pase por el centro del círculo. Este doblez se llama el diámetro del círculo. Es un segmento de línea con una longitud, pero también es un tipo especial de ángulo llamado **ángulo recto**.

Para "ver" el ángulo, piensa en el centro del círculo. Ese punto es el vértice del ángulo. Cualquiera de los lados del vértice es un radio del círculo. Siempre que dibujes 2 radios del círculo, haces un ángulo. Cuando los dos radios se extienden en direcciones exactamente opuestas y comparten un punto final común (el centro), forman una línea o un **ángulo recto**.



Need help? Visit www.rsgsupport.org

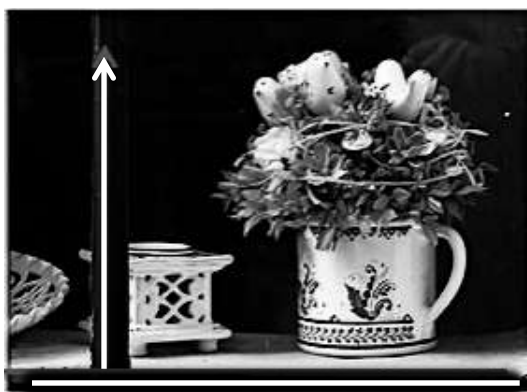
14. ¿Cuántos grados crees que tiene un *ángulo recto*?

Usa las características del diagrama para justificar su respuesta.

Si dos ángulos comparten un vértice y juntos forman un ángulo recto, entonces los dos ángulos se llaman un **par lineal**. (A continuación, hay 3 ejemplos de **pares lineales**).



Ejemplos de pares lineales en la vida real:



http://www.flickr.com/photos/angle_dore/63650608



<http://www.flickr.com/photos/truthlying/3845031/siz>

5. Dibuja al menos 2 diagramas de un par lineal de la vida real.

Need help? Visit www.rsgsupport.org

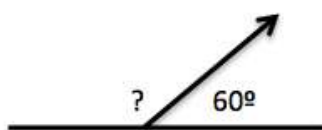
RENDIMIENTO

Tema: Álgebra de pares lineales

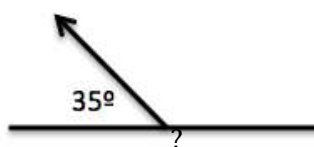
Para que 2 ángulos sean un **par lineal**, deben compartir un vértice y un lado, y la suma de sus medidas debe ser igual a 180° .

Encuentra la medida del ángulo que falta.

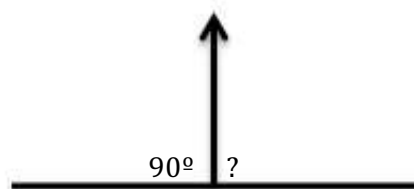
6.



7.



8.



9.



10. Los pares lineales se pueden definir como **ángulos suplementarios** porque siempre suman 180° . ¿Todos los ángulos suplementarios son pares lineales? Explica tu respuesta.

Encuentra el suplemento del ángulo dado. Luego dibuja los dos ángulos como pares lineales. Etiqueta cada ángulo con su medida.

11. $m\angle ABC = 72^\circ$ B será el vértice.

12. $m\angle GHK = 113^\circ$ H será el vértice.

13. $m\angle XYZ = 24^\circ$ Y será el vértice

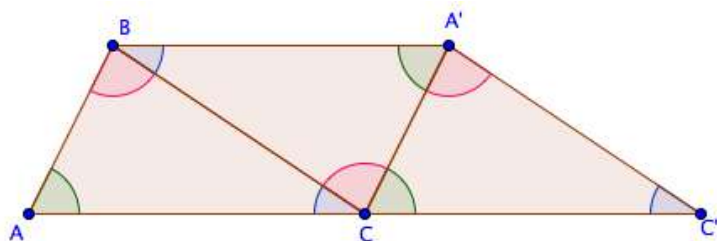
14. $m\angle JMS = 168^\circ$ M será el vértice

Need help? Visit www.rsgsupport.org

5.2 ¿Ves lo que veo?

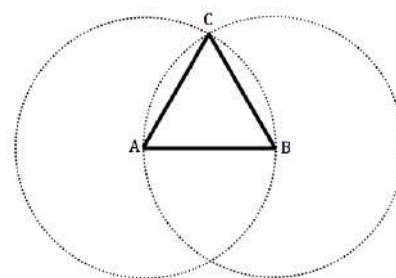
Actividad para Desarrollar Comprensión

En la tarea anterior, *¿Cómo lo sabes?*, vimos cómo se podría construir el siguiente diagrama al rotar un triángulo alrededor del punto medio de dos de sus lados. El diagrama final sugiere que la suma de los tres ángulos de un triángulo es 180° . Este diagrama "cuenta una historia" porque viste cómo se construyó a través de una secuencia de pasos. Incluso puede haber llevado a cabo esos pasos tú mismo.



A veces se nos pide sacar una conclusión de un diagrama cuando se nos da el último diagrama en una secuencia de pasos. Es posible que tengamos que reconstruir mentalmente los pasos que nos llevaron a este último diagrama, para que podamos creer en la afirmación que el diagrama quiere que veamos.

1. Por ejemplo, ¿qué puedes decir sobre el triángulo en este diagrama?



2. ¿Qué te convence de que puedes hacer este reclamo? ¿Qué suposiciones, si hay alguna, estás haciendo sobre las otras figuras en el diagrama?

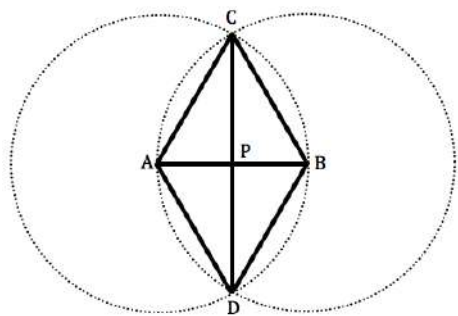
3. ¿Cuál es la secuencia de pasos que condujeron a este diagrama final?

CC BY paurian

<https://flic.kr/p/6pLxY2>

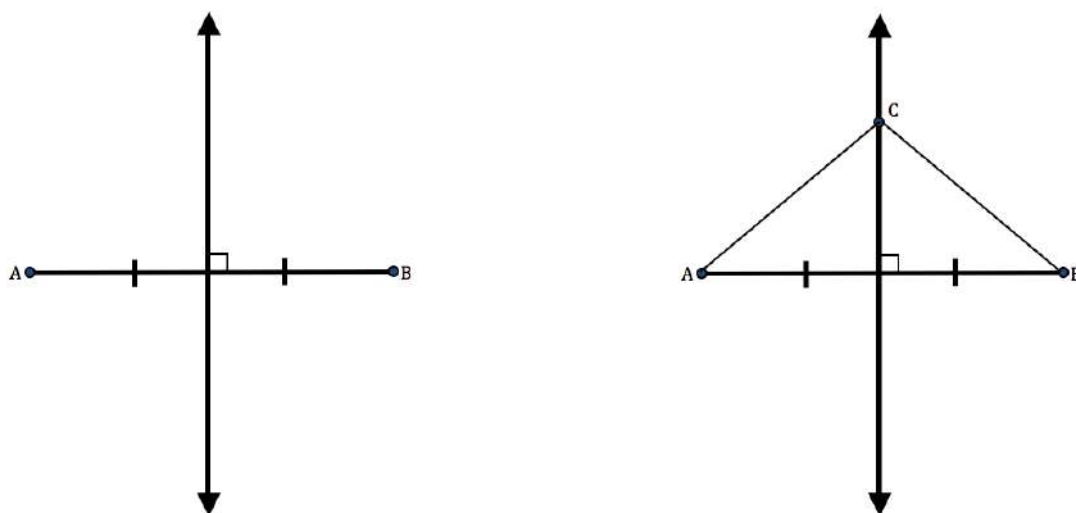
4. ¿Qué puedes decir sobre los triángulos, cuadriláteros o diagonales del cuadrilátero que aparecen en el siguiente diagrama? Enumera varias conjeturas que crees que son verdaderas.

Dado: $\odot A \cong \odot B$



5. Selecciona una de tus conjeturas y escribe un párrafo para convencer a otra persona de que tu conjetura es verdadera. Piensa en la secuencia de declaraciones que necesitas hacer para contar tu historia de forma que otra persona pueda seguir los pasos y construir las imágenes que desees que vean.
6. Ahora elije un segundo reclamo y escribe un párrafo convenciendo a otra persona de que este reclamo es verdadero. Puedes referirte a tu párrafo anterior, si crees que es compatible con la nueva historia que estás intentando contar.

7. Aquí hay un diagrama más. Describe la secuencia de pasos que crees que se usaron para construir este diagrama, comenzando con la figura de la izquierda y terminando con la figura de la derecha.



Travis y Tehani están haciendo su tarea de matemáticas juntos. Una de las preguntas les pide que comprueben la siguiente afirmación.

¿Los puntos en la bisectriz perpendicular de un segmento son equidistantes de los puntos finales del segmento?

Travis y Tehani piensan que el diagrama anterior será útil para probar esta afirmación, pero saben que necesitarán decir algo más que solo describir cómo crear este diagrama. Travis comienza describiendo las cosas que ellos saben, y Tehani trata de mantener un registro escrito escribiendo notas en un pedazo de papel.

8. En la siguiente tabla, escribe en notación simbólica lo que Tehani pudo haber escrito para llevar un registro de las declaraciones de Travis. En los ejemplos dados, observa cómo Tehani está introduciendo símbolos para las líneas y los puntos en el diagrama, para que pueda hacer referencia a ellos nuevamente sin usar muchas palabras.

Notas de Tehani	Declaraciones de Travis
Dibujar $\overline{AB}$. Ubica su punto medio M, y traza una línea perpendicular ℓ a través del punto medio	Necesitamos comenzar con un segmento y su bisectriz perpendicular ya dibujada.
Elije cualquier punto C en la línea ℓ	Necesitamos mostrar que cualquier punto en la bisectriz perpendicular es equidistante de los dos puntos finales, por lo que puedo elegir cualquier punto arbitrario en la bisectriz perpendicular. Vamos a llamarlo C.
Comprobar:	Necesitamos mostrar que este punto está a la misma distancia de los dos puntos finales.
Primera prueba:	Si supiéramos que los dos triángulos son congruentes, podríamos decir que el punto en la bisectriz perpendicular está a la misma distancia de cada punto final. Entonces, ¿qué sabemos sobre los dos triángulos que nos permiten decir que son congruentes?
	Sabemos que ambos triángulos tienen un ángulo recto.
	Y sabemos que la bisectriz perpendicular corta el segmento AB en dos segmentos congruentes.
	Obviamente, el segmento desde C hasta el punto medio del segmento AB es un lado de ambos triángulos.
	Entonces, los triángulos son congruentes con los criterios de congruencia del triángulo LAL (lado, ángulo, lado).
	Como los triángulos son congruentes, los segmentos AC y BC son congruentes.
<i>Cualquier punto C en la línea ℓ, la bisectriz perpendicular de $\overline{AB}$, es equidistante de los puntos finales A y B.</i>	¡Y eso demuestra que el punto C es equidistante de los dos puntos finales!

9. Tehani piensa que Travis es brillante, pero a ella le gustaría que las ideas fluyeran más suavemente de principio a fin. Acomoda las notas simbólicas de Tehani de forma que alguien más pueda seguir el argumento y ver las conexiones entre las ideas.

10. ¿Tu justificación sería cierta independientemente de dónde se elija el punto C en la bisectriz perpendicular? ¿Por qué?

PREPARACIÓN

Tema: Símbolos en Geometría

A lo largo del estudio de las matemáticas, has encontrado muchos símbolos que te ayudan a escribir oraciones y frases matemáticas sin usar palabras. Los símbolos ayudan al matemático a calcular de manera eficiente y comunicarse de manera concisa.

A continuación, hay un conjunto de símbolos matemáticos comunes. Tu trabajo es hacer que coincidan con sus definiciones. ¿Son los símbolos lógicos?

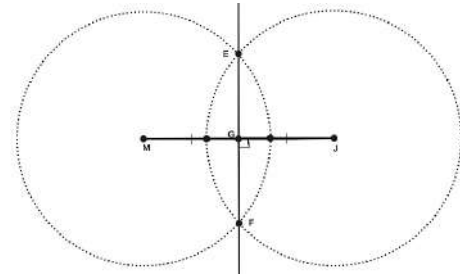
Símbolo	Definiciones
____1. =	A. Valor absoluto: siempre es igual al valor positivo del número dentro de las líneas. Representa la distancia desde cero.
____2. $m\angle C$	B. Congruente: se dice que las figuras que son del mismo tamaño y forma son congruentes.
____3. $\overline{GH}$	C. Paralelo: se usa entre segmentos, líneas, rayos o planos.
____4. $\triangle ABC$	D. Segmento de línea con puntos finales G y H: Los segmentos de línea pueden ser congruentes el uno al otro. No dirías que son iguales.
____5. $\perp$	E. Rayo GH – La letra de la izquierda indica el punto final del rayo.
____6. $\angle ABC$	F. Se usa cuando se comparan números de igual valor .
____7. $\overline{GH}$	G. Más o menos - indica 2 valores, el valor positivo y el valor negativo.
____8. $\cong$	H. Triángulo ABC.
____9. $\sim$	J. Indica la medida de un ángulo. Se establecerá igual a un número.
____10. $\overline{GH}$	K. Perpendicular - Las líneas, los rayos, los segmentos y los planos pueden ser todos perpendiculares.
____11. $\overline{GH}$	L. Ángulo ABC – La letra en medio es siempre el vértice del ángulo.
____12. $\parallel$	M. Similar – Las figuras que se han dilatado son similares.
____13. $\pm$	N. La longitud de GH. Sería igual a un número.
____14. $ x $	P. Se refiere a la línea infinita GH. Las líneas no son iguales o congruentes con otras líneas.

Need help? Visit www.rsgsupport.org

PRÁCTICA

Tema: Construcción del punto medio, bisectriz perpendicular y bisectriz del ángulo, usando "datos" para resolver problemas.

La figura de la derecha muestra la construcción de una bisectriz perpendicular de un segmento.



Usa el diagrama para guiarte en la construcción de la perpendicular de los siguientes segmentos de línea. Marca el ángulo correcto con el símbolo correcto para ángulos rectos. Indica que los segmentos son congruentes mediante el uso de diagonales.

15.

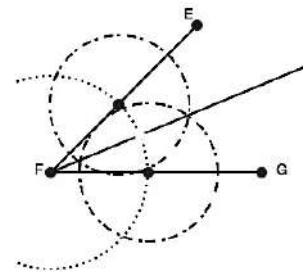


16.

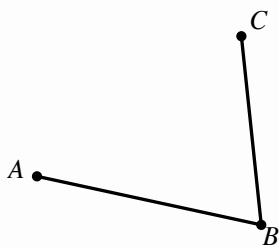


La figura de la derecha muestra la construcción de una bisectriz angular. Usa el diagrama para guiarte en la construcción de la bisectriz angular de los siguientes ángulos.

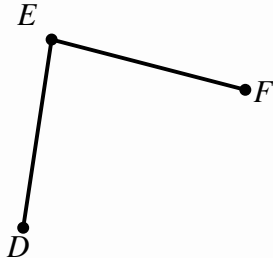
Marca tus ángulos divididos como congruentes.



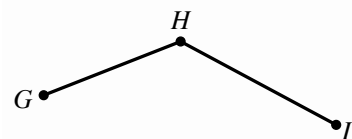
17.



18.



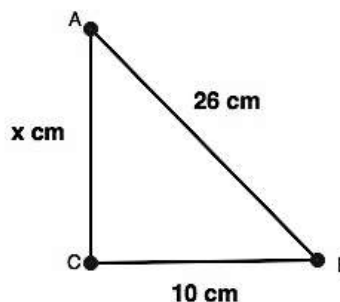
19.



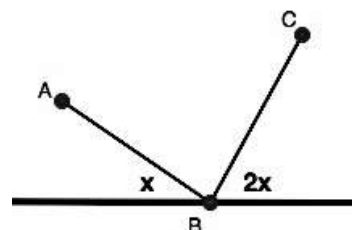
Need help? Visit www.rsgsupport.org

Examina el diagrama y agrega cualquier información que se te dé. Piensa cómo puedes usar lo que te ha dado y lo que sabes para responder la pregunta. Planea una estrategia para encontrar el valor de x . Sigue tu plan. Justifica cada paso.

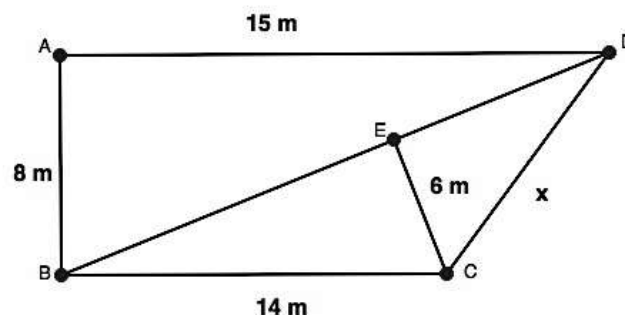
20. Dado: $m\angle C = 90^\circ$



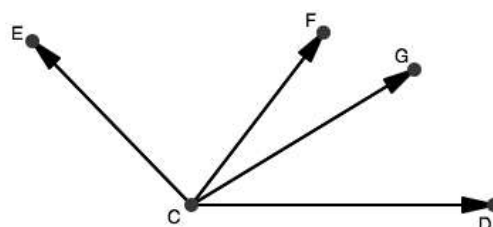
21. Dado: $m\angle ABC = 90^\circ$



22. Dado: $\triangle BEC$, $\triangle CED$, y $\triangle DAB$ son triángulos rectos.



23. Dado: $\overrightarrow{CF}$ divide $\angle ECD$, $m\angle ECF = 2x + 10$, y $m\angle FCD = 3x - 18$. Encuentra $m\angle FCE$.



¿Has respondido la pregunta?

Este problema te pide que hagas más que encontrar el valor de x .

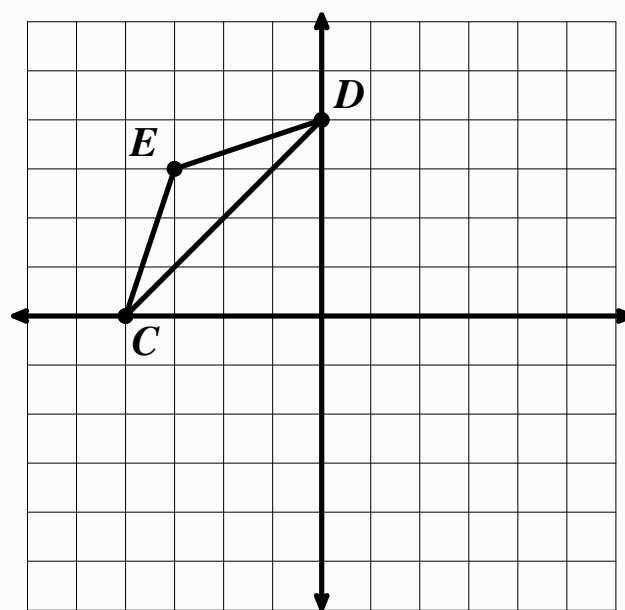
Need help? Visit www.rsgsupport.org

RENDIMIENTO

Tema: Translaciones, reflexiones, rotaciones

Realiza las siguientes transformaciones en el siguiente diagrama.

24. Etiqueta los puntos C, E, D con los pares ordenados correctos.
25. Traslada $\triangle CED$ hacia abajo 4 y hacia la derecha 6. Etiqueta la imagen como $\triangle C'E'D'$ e incluye los nuevos pares ordenados.
26. Dibuja $\overline{CC'}$, $\overline{EE'}$, y $\overline{DD'}$. ¿Cuál es la pendiente de cada uno de estos segmentos de línea?
27. Refleja $\triangle CED$ a través de la línea $x = 0$. Etiqueta la imagen $\triangle C''E''D''$. Incluye los nuevos pares ordenados.
Dibuja $\overline{CC''}$ y $\overline{EE''}$. ¿Por qué no necesitas dibujar $\overline{DD''}$?
¿Cuál es la relación entre $\overline{CC''}$ y $\overline{EE''}$ con la línea $x = 0$?
28. Gira $\triangle CED$ 180° sobre el punto $(-2, 0)$. Etiqueta la imagen $\triangle C'''E'''D'''$. Incluye los nuevos pares ordenados.



Need help? Visit www.rsgsupport.org

5.3 Todo está en tu cabeza

Actividad para Consolidar Comprensión



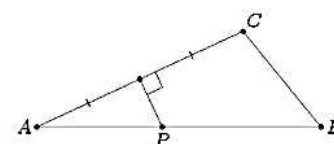
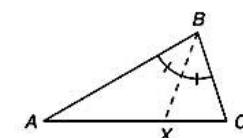
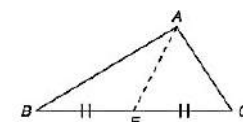
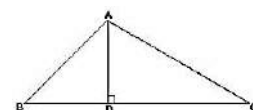
CC BY tec_estromberg
<https://flic.kr/p/hWT88P>

En la tarea anterior te le pidió que justificaras algunas afirmaciones escribiendo párrafos explicando cómo se construyeron varias figuras y cómo esas construcciones te convencieron de que las afirmaciones eran ciertas. Tal vez te haya resultado difícil decir todo lo que sentías que sabías. A veces, a todos nos resulta difícil explicar nuestras ideas y sacar esas ideas de nuestra cabeza y escribirlas en papel.

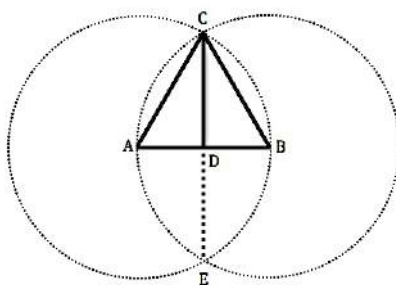
Organizar ideas y dividir relaciones complejas en grupos más pequeños puede hacer que la tarea de probar un reclamo sea más manejable. Una forma de hacerlo es usar un diagrama de flujo.

Primero, algunas definiciones:

- En un triángulo, una **altitud** es un segmento de línea dibujado desde un vértice perpendicular al lado opuesto (o una extensión del lado opuesto).
- En un triángulo, una **mediana** es un segmento de línea dibujado desde un vértice hasta el punto medio del lado opuesto.
- En un triángulo, una **bisectriz de ángulo** es un segmento de línea o rayo dibujado de un vértice que corta el ángulo por la mitad.
- En un triángulo, una **bisectriz perpendicular de un lado** es una línea dibujada perpendicular a un lado del triángulo a través de su punto medio.



Travis usó un compás y una regla para construir un triángulo equilátero. Luego dobló su diagrama a través de los dos puntos de intersección de los círculos para construir una línea de reflexión. Travis, Tehani, Carlos y Clarita están tratando de decidir cómo nombrar el segmento de línea de C a D.

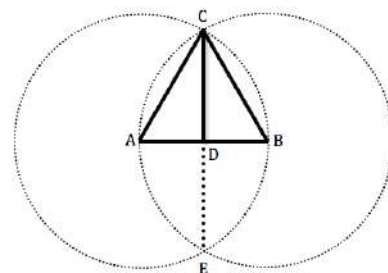


Travis cree que el segmento de línea que han construido también es una mediana del triángulo equilátero. Tehani cree que es una bisectriz angular. Clarita cree que es una altitud y Carlos piensa que es una bisectriz perpendicular del lado opuesto. Los cuatro amigos están tratando de convencerse mutuamente de que tienen razón.

En la página siguiente, encontrarás un diagrama de flujo de las declaraciones que se pueden escribir para describir las relaciones en el diagrama, o las conclusiones que se pueden hacer conectando múltiples ideas. Usarás el diagrama de flujo para identificar las afirmaciones que cada uno de los estudiantes (Travis, Tehani, Carlos y Clarita) podrían usar para presentar su caso. Para prepararte para usar el diagrama de flujo, responde las siguientes preguntas sobre lo que cada alumno necesita saber sobre la línea de reflexión para respaldar su reclamo.

1. Para apoyar su afirmación de que la línea de reflexión es una mediana del triángulo equilátero, Travis deberá demostrar que:
2. Para apoyar su afirmación de que la línea de reflexión es una bisectriz angular del triángulo equilátero, Tehani deberá demostrar que:
3. Para apoyar su afirmación de que la línea de reflexión es una altitud del triángulo equilátero, Clarita deberá demostrar que:
4. Para apoyar su afirmación de que la línea de reflexión es una bisectriz perpendicular de un lado del triángulo equilátero, Carlos deberá demostrar que:

Aquí hay un diagrama de flujo de las declaraciones que se pueden escribir para describir las relaciones en el diagrama, o conclusiones que se pueden hacer conectando múltiples ideas.



7. Usa cuatro colores diferentes para identificar las afirmaciones de cada uno de los estudiantes: Travis, Tehani, Clarita y Carlos podrían usar para establecer caso.

Dado: $\triangle ABC$ es equilátero

Y

$\overleftrightarrow{CE}$ es una línea de reflexión

$$\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{AC}$$

$\angle CDA$ y $\angle CDB$ son ángulos rectos

$$\overline{CD} \perp \overline{AB}$$

D es el punto medio de $\overline{AB}$ D

$$\overline{AD} \cong \overline{DB}$$

$$\overline{CD} \cong \overline{CD}$$

$$\angle ACD \cong \angle BCD$$

$$\triangle ACD \cong \triangle BCD$$

por lo tanto, $\overline{CD}$ es una altitud

por lo tanto, $\overline{CD}$ es una mediana

por lo tanto, $\overline{CD}$ es una bisectriz angular

por lo tanto, $\overline{CD}$ es una bisectriz perpendicular

8. Haz coincidir cada una de las flechas y llaves en el diagrama de flujo con una de las siguientes razones que justifiquen por qué puedes hacer que la conexión entre el enunciado (o enunciados) previamente aceptado como verdadero y la conclusión que sigue:

1. Definición de reflexión
2. Definición de traslación
3. Definición de rotación
4. Definición de un triángulo equilátero
5. Definición de perpendicular
6. Definición de punto medio
7. Definición de altitud
8. Definición de mediana
9. Definición de ángulo bisector
10. Definición de bisectriz perpendicular
11. Los triángulos equiláteros se pueden doblar sobre sí mismos sobre una línea de reflexión
12. Los triángulos equiláteros se pueden rotar 60° sobre sí mismos
13. Criterios de congruencia del triángulo LLL
14. Criterios de congruencia del triángulo LAL
15. Criterios de congruencia del triángulo ALA
16. Las partes correspondientes de triángulos congruentes son congruentes
17. Propiedad reflexiva

Travis y sus amigos han visto a su maestro escribir pruebas de dos columnas en las que los motivos que justifican una declaración se escriben junto a la declaración que se hace. Travis decide convertir su argumento en una prueba de dos columnas, como sigue.

Declaraciones	Razones
$\triangle ABC$ es equilátero	Dado
$\overleftrightarrow{CE}$ es una línea de reflexión	Los triángulos equiláteros se pueden doblar sobre sí mismos sobre una línea de reflexión
D es el punto medio de $\overline{AB}$	Definición de reflexión
$\overline{CD}$ es una mediana	Definición de mediana

9. Escribe cada uno de los argumentos de Clarita, Tehani y Carlos en formato de prueba de dos columnas.

PREPARACIÓN

Tema: Declaraciones de congruencia y partes correspondientes

Recuerda que cuando escribes una declaración de congruencia como $\triangle ABC \cong \triangle FGH$, las partes correspondientes de los dos triángulos deben ser las partes que son congruentes.

Por ejemplo, $\angle A \cong \angle F$, $\overline{AB} \cong \overline{FG}$, $\angle B \cong \angle G$, $\overline{BC} \cong \overline{GH}$. Además, recuerda que los patrones de congruencia para triángulos, ALA, LAL y LLL es lo que podemos usar para justificar la congruencia de triángulos.

Los segmentos y ángulos en cada problema a continuación son partes correspondientes de 2 triángulos congruentes. Haz un boceto de los dos triángulos. Luego, escribe una declaración de congruencia para cada par de triángulos representados. Indica el patrón de congruencia que justifica tu afirmación.

	Declaración de congruencia	Patrón de congruencia
1. $\overline{ML} \cong \overline{ZJ}$, $\overline{LR} \cong \overline{JB}$, $\angle L \cong \angle J$	a.	b.
2. $\overline{WB} \cong \overline{QR}$, $\overline{BP} \cong \overline{RS}$, $\overline{WP} \cong \overline{QS}$	a.	b.
3. $\overline{CY} \cong \overline{RP}$, $\overline{EY} \cong \overline{BP}$, $\angle Y \cong \angle P$	a.	b.
4. $\overline{BC} \cong \overline{JK}$, $\overline{BA} \cong \overline{JM}$, $\angle B \cong \angle J$	a.	b.
5. $\overline{DF} \cong \overline{XZ}$, $\overline{FY} \cong \overline{ZW}$, $\angle F \cong \angle Z$	a.	b.
6. $\overline{WX} \cong \overline{AB}$, $\overline{XZ} \cong \overline{BC}$, $\overline{WZ} \cong \overline{AC}$	a.	b.

Need help? Visit www.rsgsupport.org

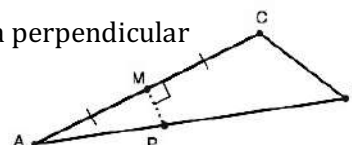
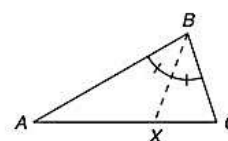
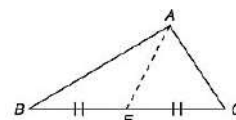
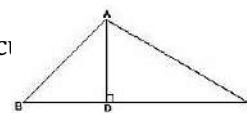
PRÁCTICA

Segmentos triangulares especiales y prueba.

Recuerda las siguientes definiciones:

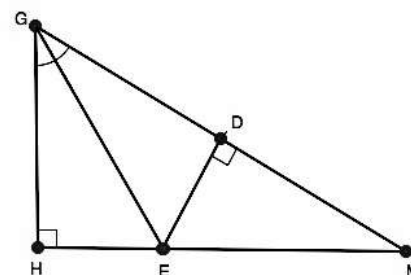
En un triángulo:

- una **altitud** es un segmento de línea dibujado desde un vértice perpendicular al lado opuesto (o una extensión del lado opuesto).
- una **mediana** es un segmento de línea dibujado desde un vértice hasta el punto medio del lado opuesto.
- una **bisectriz de ángulo** es un segmento de línea o rayo dibujado de un vértice que corta el ángulo por la mitad.
- una **bisectriz perpendicular** de un lado es una línea dibujada perpendicular a un lado del triángulo a través de su punto medio.



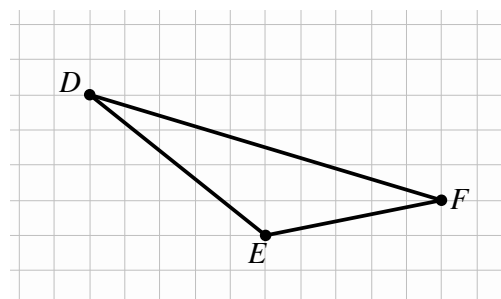
Asegúrate de usar la notación correcta para un segmento en los siguientes problemas.

7. Nombra un segmento en $\triangle GHM$ que es una altitud.
8. Nombra un segmento en $\triangle GHM$ que es una bisectriz angular.
9. Nombra un segmento en $\triangle GHM$ que NO sea una altitud.
10. Crea una bisectriz perpendicular marcando dos segmentos congruente en $\triangle GHM$. Nombra el segmento que ahora es bisectriz perpendicular.



Usa $\triangle DEF$ en los problemas 11 - 13.

11. Construye la altitud desde el vértice D hasta $\overline{EF}$.
12. Construye la mediana de D a $\overline{EF}$.
13. Construye la bisectriz perpendicular de $\overline{EF}$.



Need help? Visit www.rsgsupport.org

Tehani ha estado estudiando la figura a continuación. Ella sabe que el cuadrilátero ADEG es un rectángulo y que $\overline{ED}$ divide $\overline{BC}$. Ella se pregunta si con esa información ella puede probar $\triangle BGE \cong \triangle EDC$.

Ella comienza a organizar su pensamiento escribiendo lo que sabe y las razones por las que lo sabe.

Sé que $\overline{ED}$ divide $\overline{BC}$ porque me dieron esa información.

Sé que $\overline{BE} \cong \overline{EC}$ por definición de bisección.

Sé que $\overline{GE}$ debe ser paralelo a $\overline{AD}$ porque los lados opuestos en un rectángulo son paralelos.

Sé que $\overline{GA} \parallel \overline{ED}$ porque son lados opuestos en un rectángulo.

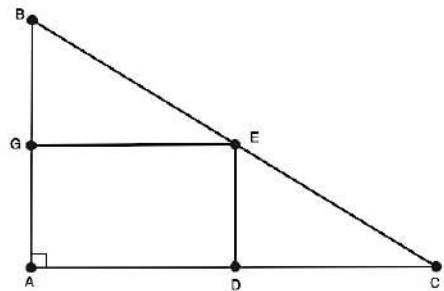
Sé que $\overline{AD}$ está contenido en $\overline{AC}$ así $\overline{AC}$ también es paralelo a $\overline{GE}$.

Sé que $\overline{GA}$ está contenido en $\overline{BA}$ así $\overline{GA}$ también es paralelo a $\overline{BA}$.

Sé que $\overline{BC}$ tiene la misma pendiente en todas partes porque es una línea.

Sé que el ángulo $\overline{BE}$ hace con $\overline{GE}$ debe ser el mismo que el ángulo que $\overline{EC}$ hace con $\overline{AC}$ ya que esos 2 segmentos son paralelos. Entonces $\angle BEG \cong \angle ECD$. Creo que puedo usar ese mismo argumento para $\angle GBE \cong \angle DEC$.

Sé que ahora tengo un ángulo, un lado y un ángulo congruentes correspondientes con un ángulo, lado y ángulo. Entonces $\triangle BGE \cong \triangle EDC$ por ASA.



14. Usa las declaraciones de "Sé" de Tehani y sus razones para escribir una prueba de dos columnas que demuestre $\triangle BGE \cong \triangle EDC$. Comienza tu prueba con los "datos" y lo que intentas probar.

Dado el cuadrilátero ADEG es un rectángulo, $\overline{ED}$ divide $\overline{AC}$.

Demuestra: $\triangle BGE \cong \triangle EDC$

DECLARACIONES	RAZONES
1. cuadrilátero ADEG es un rectángulo	Dado
2. divide $\overline{BC}$	Dado

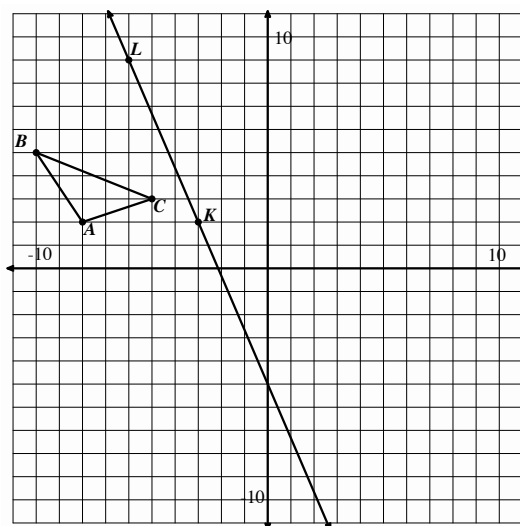
Need help? Visit www.rsgsupport.org

RENDIMIENTO

Tema: Transformaciones

Realiza las siguientes transformaciones en $\triangle ABC$. Usa una regla para conectar los puntos correspondientes con un segmento de línea. Responde a las preguntas.

15. Refleja $\triangle ABC$ sobre $\overleftrightarrow{LK}$. Etiqueta tu nueva imagen $\triangle A'B'C'$.
16. Qué notas sobre los segmentos de $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, y $\overline{CC'}$ línea
17. Compara segmentos de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, y $\overline{CA}$ a $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$, y $\overline{C'A'}$ línea. ¿Qué es lo mismo y que es diferente sobre estos segmentos?
18. Traslada $\triangle ABC$ hacia abajo 8 unidades y hacia la derecha 10 unidades. Etiqueta tu nueva imagen $\triangle A''B''C''$.
19. ¿Qué notas sobre los segmentos de $\overline{AA''}$, $\overline{BB''}$, y $\overline{CC''}$ línea ?
20. Compara los segmentos de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, y $\overline{CA}$ a $\overline{A''B''}$, $\overline{B''C''}$, y $\overline{C''A''}$ línea. ¿Qué es lo mismo y que es diferente sobre estos segmentos?
21. Traslada $\triangle ABC$ hacia abajo 10 unidades y lo refléjalo sobre el eje Y. Etiqueta tu nueva imagen $\triangle A'''B'''C'''$.
22. ¿Qué notas sobre los segmentos de $\overline{AA'''}$, $\overline{BB'''}$, y $\overline{CC'''}$ línea ?
23. Compara los segmentos de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, y $\overline{CA}$ a $\overline{A'''B'''}$, $\overline{B'''C'''}$, y $\overline{C'''A'''}$ línea. ¿Qué es lo mismo y que es diferente sobre estos segmentos?



Need help? Visit www.rsgsupport.org

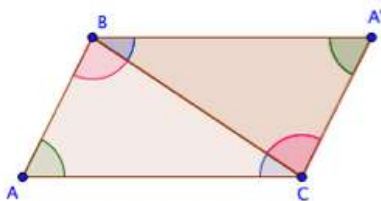
5.4 Paralelismo Preservado y Protegido

Actividad para Consolidar Comprensión



CC BY Lori L. Stalteri
<https://flic.kr/p/fjez1e>

En la tarea previa, *¿Cómo lo Sabes?*, se te pidió que explicaras cómo sabías que esta figura, que se formó girando un triángulo alrededor del punto medio de uno de sus lados, era un paralelogramo.



Puede que te haya resultado difícil explicar cómo sabías que los lados del triángulo original y su imagen girada eran paralelos entre sí; más fácil decir: "Simplemente tiene que ser así". Siempre hay algunas afirmaciones que debemos aceptar como ciertas para convencernos de que otras cosas son ciertas. Tratamos de mantener esta lista de declaraciones lo más pequeña posible, y tan intuitivamente obvia como sea posible.

Por ejemplo, en nuestro trabajo con transformaciones, hemos acordado que las medidas de distancia y ángulo se conservan mediante transformaciones de movimiento rígidas ya que nuestra experiencia con estas transformaciones sugiere que deslizar, voltear y girar figuras no distorsiona las imágenes de ninguna manera. Del mismo modo, el paralelismo dentro de una figura se conserva mediante un movimiento rígido de transformación. Por ejemplo, si reflejamos un paralelogramo, la imagen sigue siendo un paralelogramo; los lados opuestos del nuevo cuadrilátero siguen siendo paralelos.

Los matemáticos han dado declaraciones que aceptamos como verdaderas sin *postulados de prueba*. Las declaraciones que están respaldadas por la justificación y la prueba se llaman *teoremas*.

Saber que las líneas o segmentos de línea en un diagrama son paralelos es a menudo un buen lugar desde el cual comenzar una cadena de razonamiento. Casi todas las descripciones de geometría

incluyen un *postulado paralelo* entre la lista de enunciados aceptados como verdaderos. En esta tarea desarrollamos algunos *postulados paralelos* para transformaciones de movimiento rígidas.

Traslaciones

¿Bajo qué condiciones son los segmentos de línea correspondientes en una imagen y su pre imagen paralelos después de una traslación? Es decir, ¿qué palabra completa mejor esta afirmación?

Después de una traslación, los segmentos de línea correspondientes en una imagen y su pre imagen son [nunca, a veces, siempre] paralelos.

Justifica tu respuesta. Si eliges "a veces", sé muy claro en tu explicación sobre cómo saber cuándo los segmentos de línea correspondientes antes y después de la traslación son paralelos y cuando no lo son.

Rotaciones

¿Bajo qué condiciones son los segmentos de línea correspondientes en una imagen y su pre imagen paralelos después de una rotación? Es decir, ¿qué palabra completa mejor esta afirmación?

Después de una rotación, los segmentos de línea correspondientes en una imagen y su pre imagen son [nunca, a veces, siempre] paralelos.

Justifica tu respuesta. Si eliges "a veces", sé muy claro en tu explicación sobre cómo saber cuándo los segmentos de línea correspondientes antes y después de la rotación son paralelos y cuando no lo son.

Reflexiones

¿Bajo qué condiciones son los segmentos de línea correspondientes en una imagen y su pre imagen paralelos después de una reflexión? Es decir, ¿qué palabra completa mejor esta afirmación?

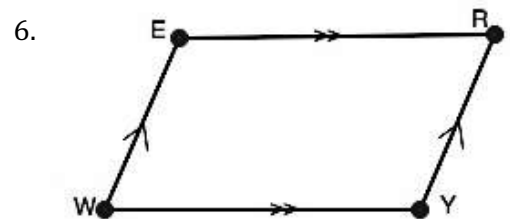
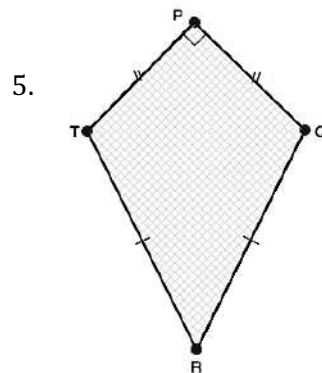
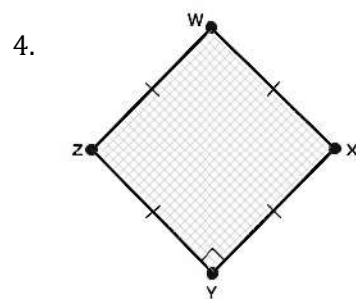
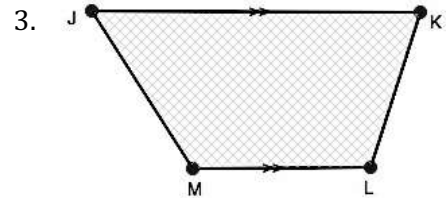
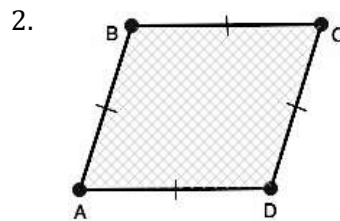
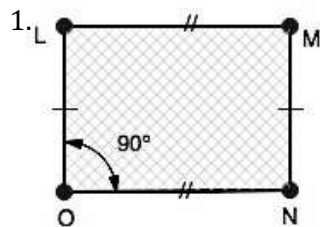
Después de una reflexión, los segmentos de línea correspondientes en una imagen y su pre imagen son [nunca, a veces, siempre] paralelos.

Justifica tu respuesta. Si eliges "a veces", sé muy claro en tu explicación sobre cómo saber cuándo los segmentos de línea correspondientes antes y después de la reflexión son paralelos y cuando no lo son.

PREPARACIÓN

Tema: Cuadrilátero especial

Identifica cada cuadrilátero como un trapecio, paralelogramo, rectángulo, rombo, cuadrado o ninguno de estos. Lista TODOS los que apliquen.

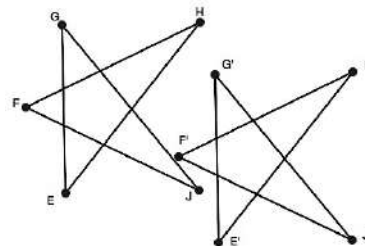
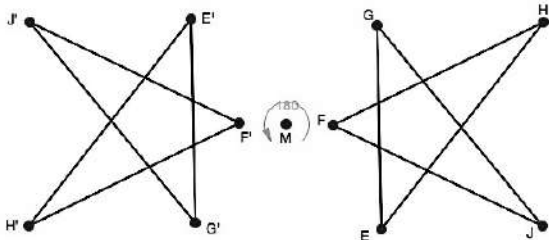


PRÁCTICA

Tema: Identificación de segmentos paralelos y líneas producidas a partir de transformaciones

7. Verifica los postulados paralelos a continuación nombrando los segmentos de línea en la pre imagen y su imagen que todavía son paralelos. Usa la notación matemática correcta.

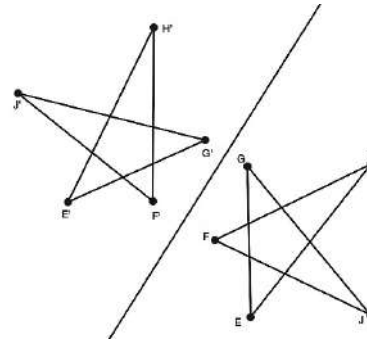
a. Después de una traslación, los segmentos de línea correspondientes en una imagen y su pre imagen son siempre paralelos o se encuentran en la misma línea.



b. Después de una rotación de 180° , los segmentos de línea correspondientes en una imagen y su pre imagen son siempre paralelos o se encuentran en la misma línea.

Need help? Visit www.rsgsupport.org

- c. Después de una reflexión, los segmentos de línea en la pre imagen que son paralelos a la línea de reflexión serán paralelos a los segmentos de línea correspondientes en la imagen.

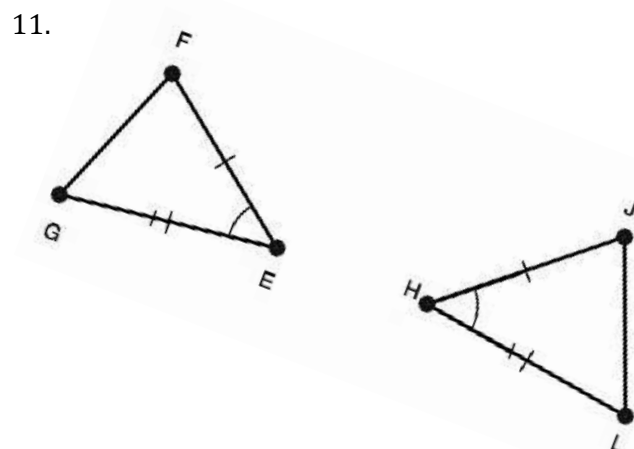
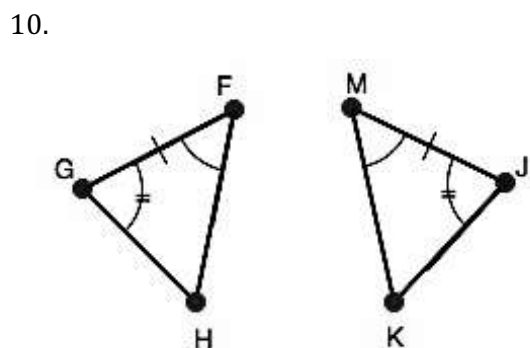
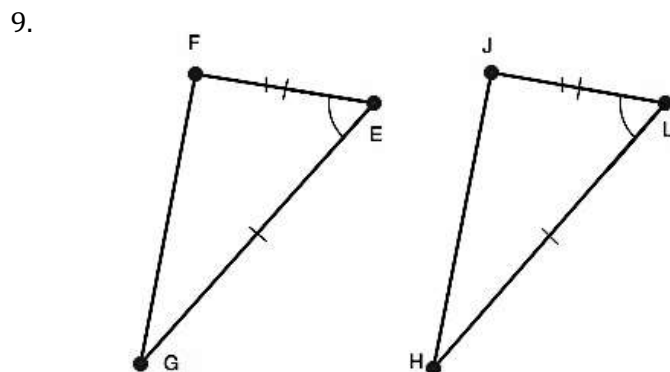
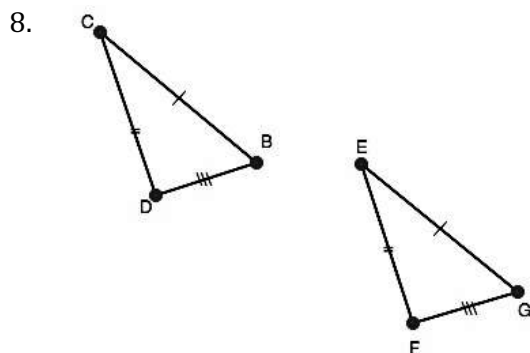


RENDIMIENTO

Tema: Identificación de patrones de congruencia en triángulos

Para cada par de triángulos, escribe una declaración de congruencia y justifica tu declaración identificando el patrón de congruencia que utilizaste. Luego justifica que los triángulos sean congruentes conectando los vértices correspondientes de la pre imagen y la imagen con segmentos de línea.

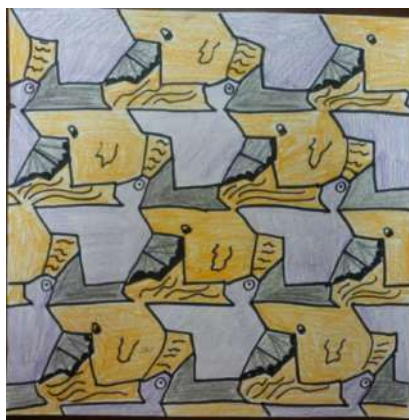
¿Cómo deberían verse esos segmentos de línea?



Need help? Visit www.rsgsupport.org

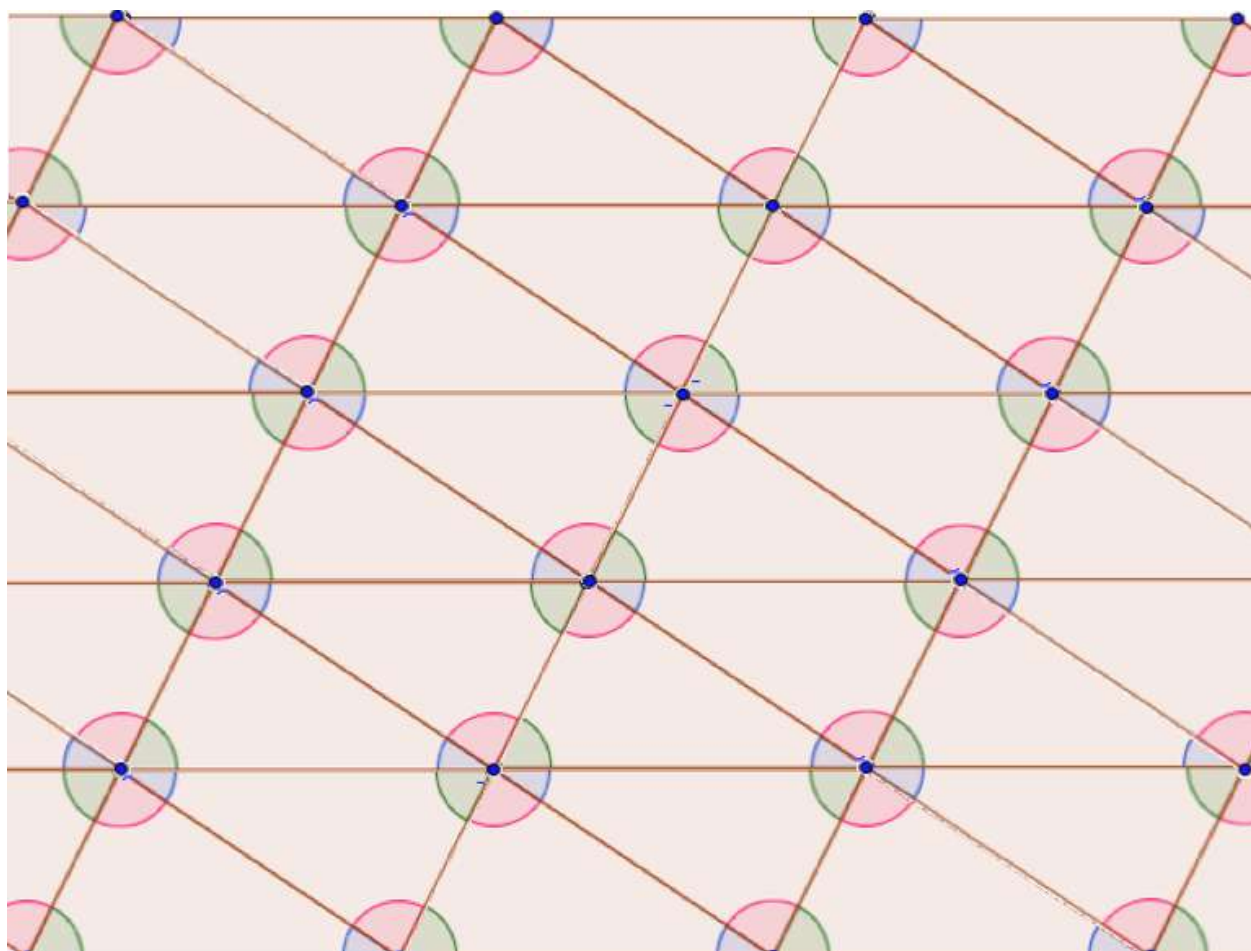
5.5 Reclamos y Conjeturas

Actividad para Consolidar Comprensión



CC BY Denise Krebs
<https://flic.kr/p/gG6fYo>

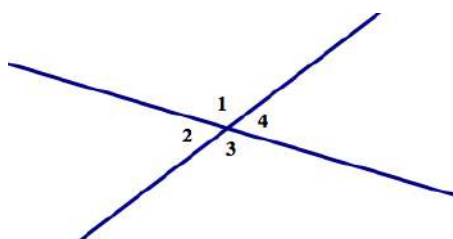
El diagrama de *¿Cómo lo Sabes?* se ha extendido girando repetidamente los triángulos de la imagen alrededor de los puntos medios de sus lados para formar un mosaico del plano, como se muestra a continuación.



Usando este diagrama, haremos algunas conjeturas sobre líneas, ángulos y triángulos y luego escribiremos pruebas para convencernos de que nuestras conjeturas son siempre ciertas.

Ángulos verticales

Cuando dos líneas se cruzan, los ángulos opuestos formados en el punto de intersección se llaman *ángulos verticales*. En el siguiente diagrama, $\angle 1$ y $\angle 3$ forman un par de ángulos verticales, y $\angle 2$ y



$\angle 4$ forman otro par de ángulos verticales.

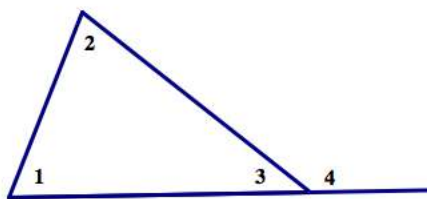
Examina el diagrama de mosaico de arriba, buscando lugares donde se producen ángulos verticales. (Puede que tengas que ignorar algunos segmentos de línea y ángulos para centrarte en pares de ángulos verticales. Esta es una habilidad que debemos desarrollar al tratar de ver imágenes específicas en diagramas geométricos).

Basado en varios ejemplos de ángulos verticales en el diagrama, escribe una conjetura sobre los ángulos verticales.

Mi conjetura:

Ángulos exteriores de un triángulo

Cuando se extiende un lado de un triángulo, como en el siguiente diagrama, el ángulo formado en el exterior del triángulo se denomina *ángulo exterior*. Los dos ángulos del triángulo que no están adyacentes al ángulo exterior se conocen como *ángulos interiores remotos*. En el diagrama, $\angle 4$ es un ángulo exterior, y $\angle 1$ y $\angle 2$ son los dos ángulos interiores remotos para este ángulo exterior.



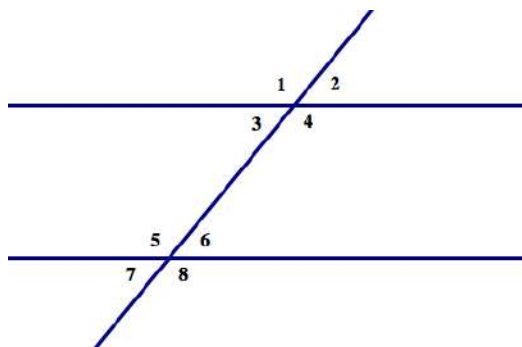
Examina el diagrama de mosaico de arriba, buscando los lugares donde se producen los ángulos exteriores de un triángulo. (De nuevo, puede que tengas que ignorar algunos segmentos de línea y ángulos para enfocarte en los triángulos y sus ángulos verticales).

Basado en varios ejemplos de ángulos exteriores de triángulos en el diagrama, escribe una conjetura sobre ángulos exteriores.

Mi conjetura:

Líneas paralelas cortadas por una transversal

Cuando una línea intersecta dos o más líneas, la línea se llama *línea transversal*. Cuando las otras líneas son paralelas entre sí, se forman algunas relaciones de ángulo especiales. Para identificar estas relaciones, damos nombres a pares particulares de ángulos formados cuando las líneas se cruzan (o se cortan) por una transversal. En el siguiente diagrama, $\angle 1$ y $\angle 5$ se denominan *ángulos correspondientes*, $\angle 3$ y $\angle 6$ se denominan *ángulos interiores alternos*, y $\angle 3$ y $\angle 5$ se denominan *ángulos interiores del mismo lado*.



Examina el diagrama de mosaico de arriba, buscando lugares donde las líneas paralelas son cruzadas por una línea transversal.

En base a varios ejemplos de líneas paralelas y transversales en el diagrama, escribe algunas conjeturas sobre ángulos correspondientes, ángulos interiores alternos y ángulos interiores del mismo lado.

Mis conjeturas:

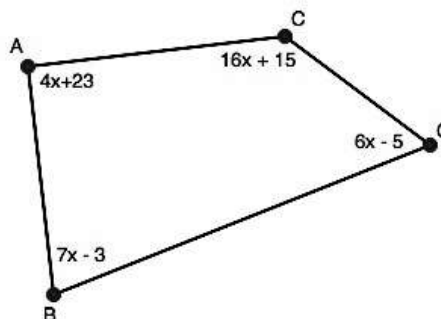
Justificando nuestras conjeturas

En la próxima tarea se te pedirá que escribas una prueba que te convencerá a ti y a los demás de que cada una de las conjeturas que escribiste arriba es siempre cierta. Podrás usar ideas sobre transformaciones, pares lineales, criterios de triángulos congruentes, etc. para respaldar tus argumentos. Una buena forma de comenzar es anotar todo lo que sabes sobre el diagrama y luego identificar qué afirmaciones puedes usar para presentar tu caso. Para prepararte para la próxima tarea, revisa cada una de las conjeturas sobre las que escribiste y registra algunas ideas que parezcan útiles para probar que la conjetura es verdadera.

PREPARACIÓN

Tema: Propiedades de los cuadriláteros

1. Usa lo que sabes sobre triángulos para escribir un párrafo que demuestre que la suma de los ángulos en un cuadrilátero son 360° .



2. Encuentra la medida de x en el cuadrilátero $ABGC$.

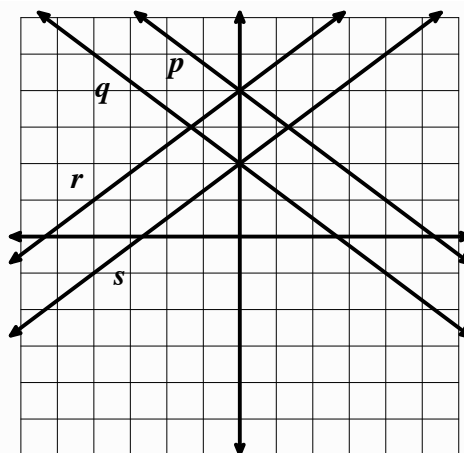
Haz coincidir la ecuación con la línea correcta en la gráfica de las líneas p, q, r y s .

3. $y = \frac{3}{4}x + 2$

4. $y = -\frac{3}{4}x + 2$

5. $y = \frac{3}{4}x + 4$

6. $y = -\frac{3}{4}x + 4$



7. Describe la forma hecha por la intersección de las 4 líneas. Haz una lista de todas las observaciones que puedas sobre la forma y sus características.

Need help? Visit www.rsgsupport.org

PRÁCTICA

Tema: Líneas paralelas cortadas por ángulos transversales, verticales y ángulo exterior de un triángulo
Etiqueta cada imagen para que muestre *líneas paralelas con ángulos transversales, verticales o un ángulo exterior de un triángulo*. Resalta la característica geométrica que identifiques.
¿Puedes encontrar las 3 características en 1 imagen? ¿Dónde?

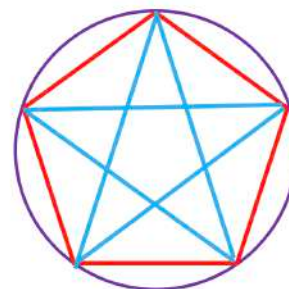
8.



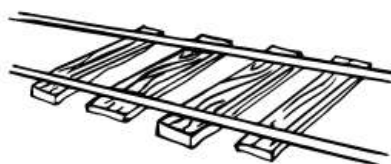
9.



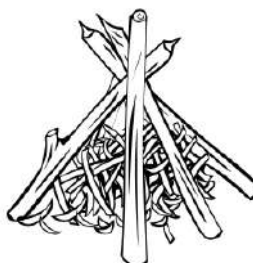
10.



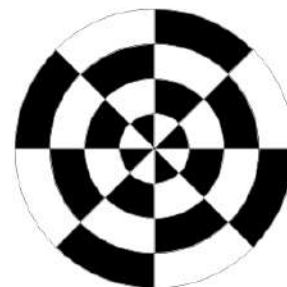
11.



12.



13.



14.



15.

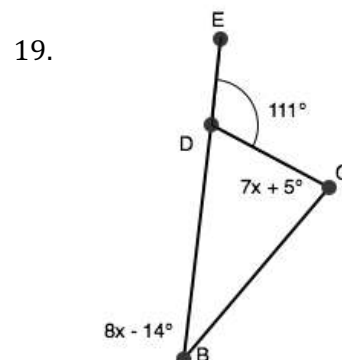
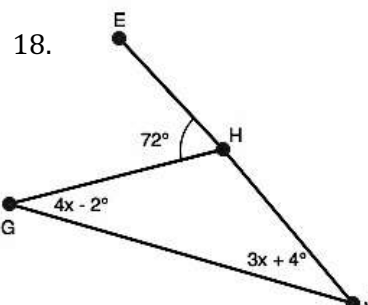
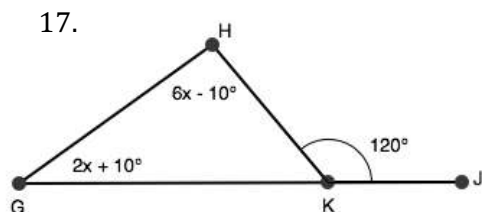


16.



Need help? Visit www.rsgsupport.org

Encuentra el valor de los 2 ángulos interiores remotos en las figuras a continuación.



Indica si cada par de ángulos es *congruente* o *suplementario* confiando en cómo se ven. Las líneas p y q son paralelas.

20. $\angle 5$ y $\angle 8$

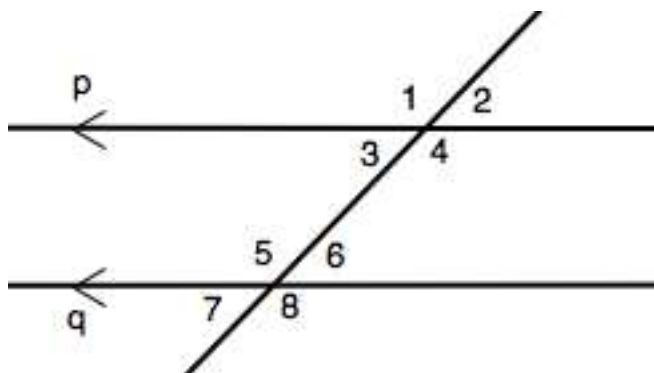
21. $\angle 2$ y $\angle 6$

22. $\angle 2$ y $\angle 8$

23. $\angle 4$ y $\angle 6$

24. $\angle 3$ y $\angle 5$

25. $\angle 1$ y $\angle 3$



RENDIMIENTO

Tema: Ángulos complementarios y suplementarios

Encuentra el complemento y el suplemento de los ángulos dados. Es posible que el complemento o suplemento no exista.

26. 37°

27. 59°

28. 89°

29. 111°

30. 3°

31. 90°

Need help? Visit www.rsgsupport.org

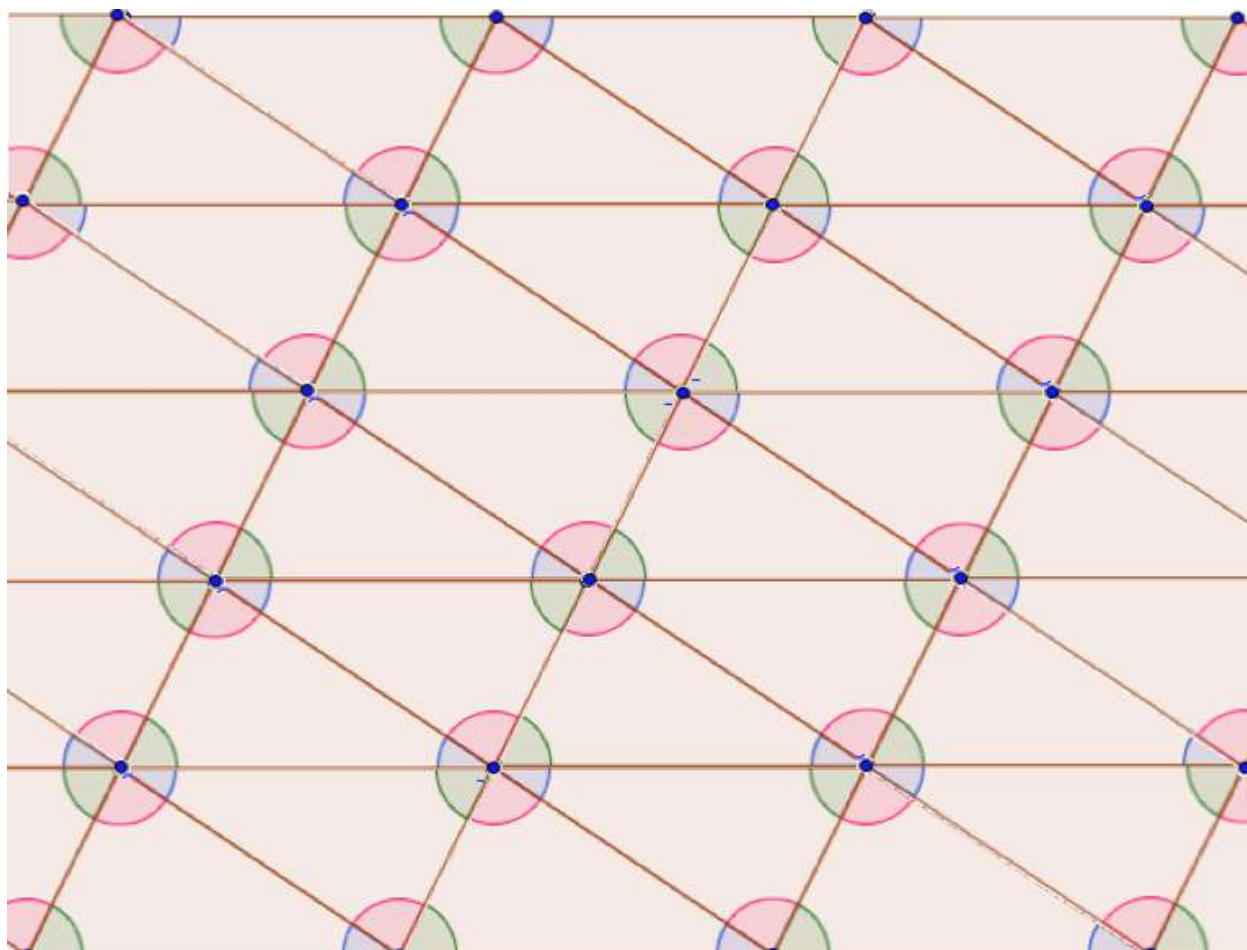


CC BY Royce Milam
<https://flic.kr/p/p4PaMk>

5.6 Justificación y Comprobación

Actividad para Practicar Comprensión

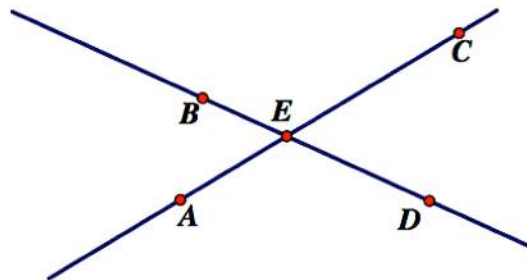
El diagrama de *¿Cómo lo Sabes?* se ha extendido girando repetidamente los triángulos de la imagen alrededor de los puntos medios de sus lados para formar un mosaico del plano, como se muestra a continuación.



Usando este diagrama, has hecho algunas conjeturas sobre líneas, ángulos y triángulos. En esta tarea escribirás pruebas para convencerte a ti mismo y a los demás, de que estas conjeturas son siempre ciertas.

Ángulos verticales

Cuando dos líneas se cruzan, los ángulos opuestos formados en el punto de intersección se llaman ángulos verticales. En el diagrama, $\angle AEB$ y $\angle CED$ forman un par de ángulos verticales.

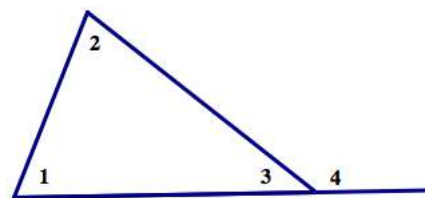


1. Dado: $\overleftrightarrow{AC}$ y $\overleftrightarrow{BD}$ se cruzan en E.
Demuestra: $\angle AEB \cong \angle CED$

[Nota: para cada una de las siguientes pruebas, puedes usar cualquier formato que elijas para escribir tu prueba: un diagrama de prueba de flujo, una prueba de dos columnas o un párrafo narrativo.]

Ángulos exteriores de un triángulo

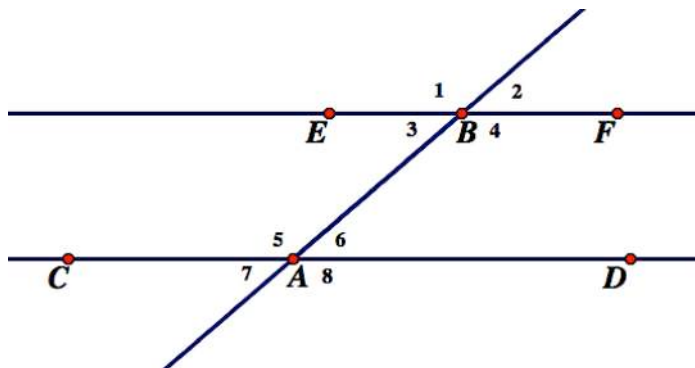
Cuando se extiende un lado de un triángulo, como en el siguiente diagrama, el ángulo formado en el exterior del triángulo se denomina *ángulo exterior*. Los dos ángulos del triángulo que no son adyacentes al ángulo exterior se conocen como *ángulos interiores remotos*. En el diagrama $\angle 4$ es un ángulo exterior y $\angle 1$ y $\angle 2$ son los dos ángulos interiores remotos para este ángulo exterior.



2. Dado: $\angle 4$ es un ángulo exterior del triángulo
Demuestra: $m\angle 4 = m\angle 1 + m\angle 2$

Líneas paralelas cortadas por una transversal

Cuando una línea intersecta dos o más líneas, la línea se llama *línea transversal*. Cuando las otras líneas son paralelas entre sí, se forman algunas relaciones de ángulo especiales. Para identificar estas relaciones, damos nombres a pares particulares de ángulos formados cuando las líneas son cruzadas (o cortadas) por una transversal. En el diagrama, $\angle 1$ y $\angle 5$ se llaman *ángulos correspondientes*, $\angle 3$ y $\angle 6$ se llaman *ángulos interiores alternos*, y $\angle 3$ y $\angle 5$ se llaman *ángulos interiores del mismo lado*.



3. Dado: $\overleftrightarrow{BF} \parallel \overleftrightarrow{AD}$

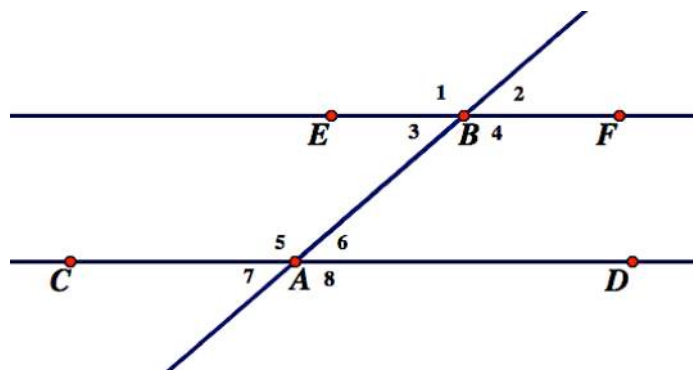
Demuestra: los ángulos correspondientes $\angle 1$ y $\angle 5$ son congruentes

4. Dado: $\overleftrightarrow{BF} \parallel \overleftrightarrow{AD}$

Demuestra: los ángulos alternos interiores $\angle 3$ y $\angle 6$ son congruentes

5. Dado: $\overleftrightarrow{BF} \parallel \overleftrightarrow{AD}$

Demostrar: los ángulos interiores del mismo lado $\angle 3$ y $\angle 5$ son suplementarios



6. Dado: los ángulos alternos interiores $\angle 3$ y $\angle 6$ son congruentes

Demuestra: $\overleftrightarrow{EF} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

PREPARACIÓN

Tema: Recordando las características de las transformaciones de movimiento rígido

Completa cada declaración

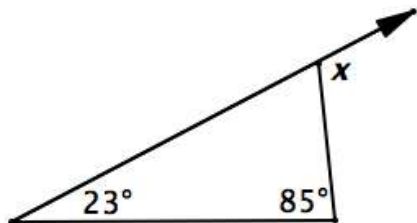
1. Cuando uso segmentos de línea para conectar los puntos correspondientes de una pre imagen y la imagen en una traslación, los segmentos de línea son _____ y _____ porque _____
2. Cuando uso segmentos de línea para conectar los puntos correspondientes de una pre imagen y la imagen en una reflexión, la línea de reflexión es _____ de los segmentos porque _____
3. En una rotación, los puntos correspondientes de la pre imagen y la imagen son los mismos _____ del centro de rotación porque _____
4. Las traslaciones, rotaciones y reflexiones son transformaciones de movimiento rígido porque _____

PRÁCTICA

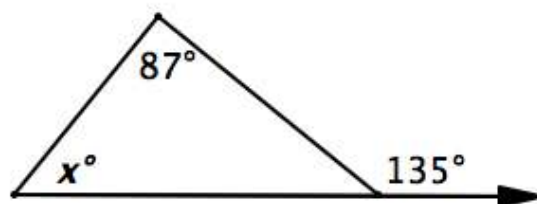
Tema: Solución para los ángulos que hacen falta

Usa lo que sabes sobre los ángulos verticales, los ángulos exteriores y los ángulos formados por líneas paralelas y transversales para encontrar el valor de x en cada uno de los diagramas.

5.

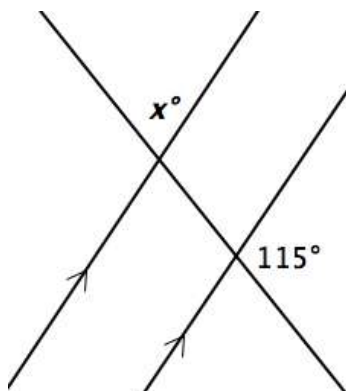


6.

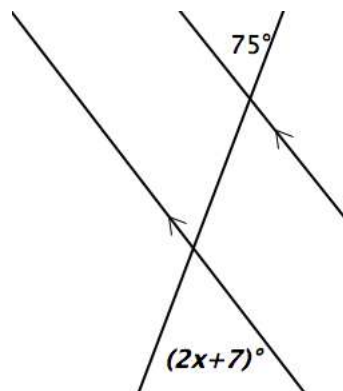


Need help? Visit www.rsgsupport.org

7.

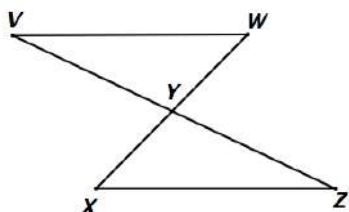


8.

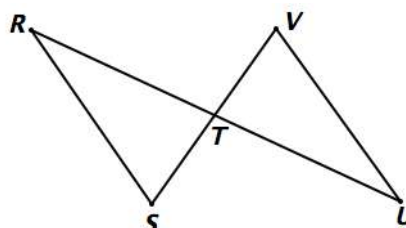


Comprueba cada uno de los siguientes.

9. Dado que: Y es el punto medio de $\overline{VZ}$ y $\overline{XW}$.
Comprueba: $\triangle VYW \cong \triangle ZYX$



10. Dado que $\angle R \cong \angle U$ y $\overline{ST} \cong \overline{VT}$.
Comprueba: $\triangle SRT \cong \triangle VUT$



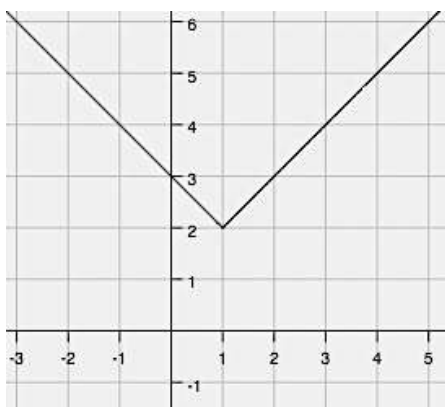
Need help? Visit www.rsgsupport.org

RENDIMIENTO

Tema: Conexión de una ecuación híbrida definida con la ecuación de valor absoluto correspondiente

Se da la gráfica de una función de valor absoluto. A) Escribe la ecuación usando notación de valor absoluto. B) Luego escribe la ecuación como una función híbrida definida.

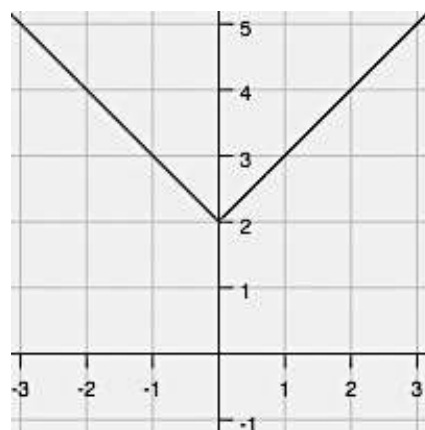
15.



A.

B.

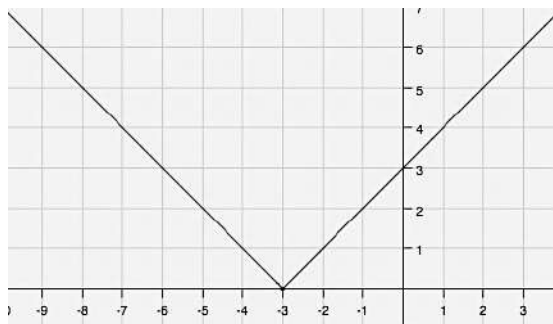
16.



A.

B.

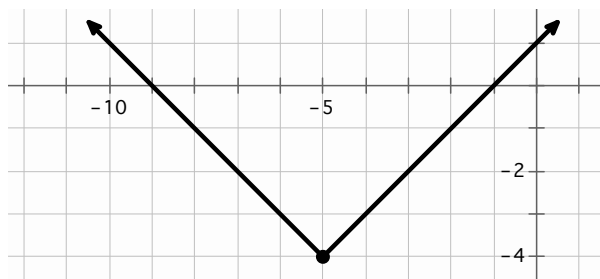
17.



A.

B.

18.



A.

B.

Need help? Visit www.rsgsupport.org

Need help? Visit www.rsgsupport.org

Mathematics Vision Project

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

mathematicsvisionproject.org





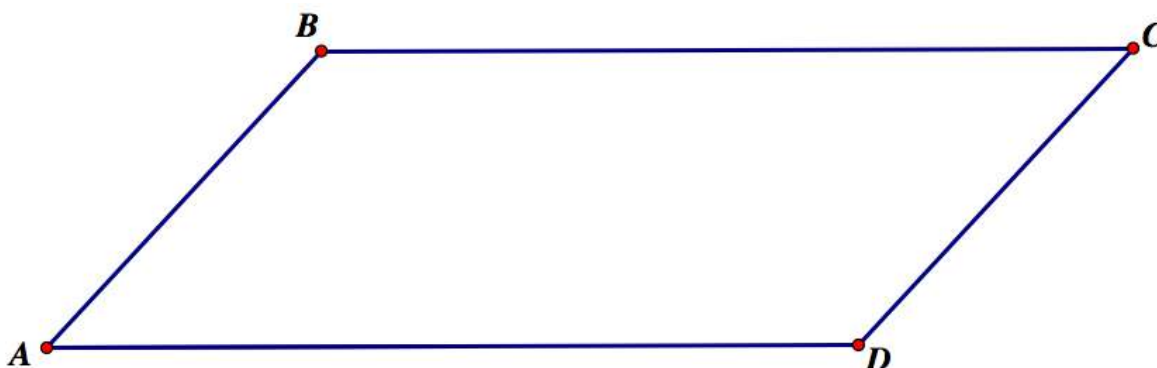
CC BY Alexandre H Possi
<https://flic.kr/p/dHHgch>

5.7 Conjeturas y Comprobación del Paralelogramo

Actividad para Consolidar Comprensión

En Matemáticas I hiciste conjeturas sobre las propiedades de los paralelogramos basadas en la identificación de líneas de simetría y simetría rotacional para varios tipos de paralelogramos. Ahora que tenemos conocimiento adicional sobre los ángulos formados cuando las líneas paralelas están cortadas por una transversal y tenemos criterios para convencernos de que dos triángulos son congruentes, podemos probar más formalmente algunas de las cosas que hemos notado sobre paralelogramos.

1. Explica cómo localizarías el centro de rotación para el siguiente paralelogramo. ¿Qué te convence de que el punto que has localizado es el centro de rotación?



2. Si aún no lo has hecho, dibuja una o ambas diagonales en el paralelogramo anterior. Usa este diagrama para probar esta afirmación: *los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes.*
3. Usa este diagrama para probar esta afirmación: *los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes.*

4. Usa este diagrama para probar esta afirmación: *las diagonales de un paralelogramo se dividen entre sí.*

Las afirmaciones que hemos demostrado arriba amplían nuestro conocimiento de las propiedades de todos los paralelogramos: no solo los lados opuestos son paralelos, también son congruentes; los ángulos opuestos son congruentes; y las diagonales de un paralelogramo se dividen entre sí. Un paralelogramo tiene simetría de rotación de 180° alrededor del punto de intersección de las diagonales—el centro de rotación del paralelogramo.

Si tenemos un cuadrilátero que tiene algunas de estas propiedades, ¿podemos convencernos de que el cuadrilátero es un paralelogramo? ¿Cuántas de estas propiedades necesitamos saber antes de poder concluir que un cuadrilátero es un paralelogramo?

5. Considera las siguientes afirmaciones. Si crees que la declaración es verdadera, crea un diagrama y escribe un argumento convincente para probar la afirmación.
- a. Si los lados opuestos y los ángulos opuestos de un cuadrilátero son congruentes, el cuadrilátero es un paralelogramo.
 - b. Si los lados opuestos de un cuadrilátero son congruentes, el cuadrilátero es un paralelogramo.
 - c. Si los ángulos opuestos de un cuadrilátero son congruentes, el cuadrilátero es un paralelogramo.
 - d. Si las diagonales de un cuadrilátero se dividen entre sí, el cuadrilátero es un paralelogramo.

PREPARACIÓN

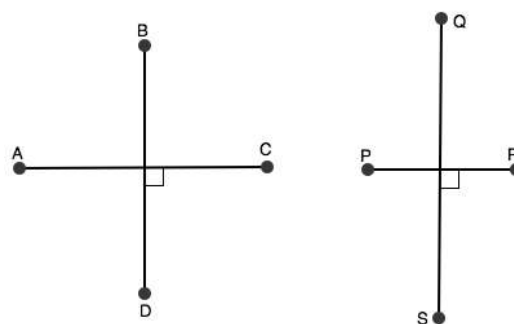
Tema: Dibujar cuadriláteros según características específicas

Dibuja el cuadrilátero conectando los puntos en orden alfabético. Cierra la figura.

1. En ambas figuras, las líneas son bisectrices perpendiculares entre sí.

a. ¿Son congruentes los cuadriláteros que dibujaste?

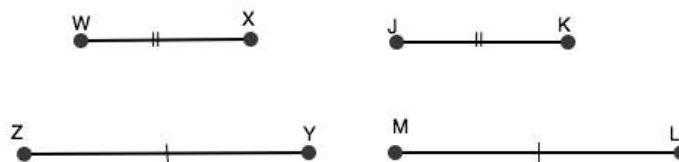
b. ¿Qué requisito(s) adicional(es) se necesita(n) para que las figuras sean congruentes?



2. En ambas figuras, un conjunto de lados opuestos es paralelo y congruente.

a. ¿Son los cuadriláteros que dibujaste congruentes?

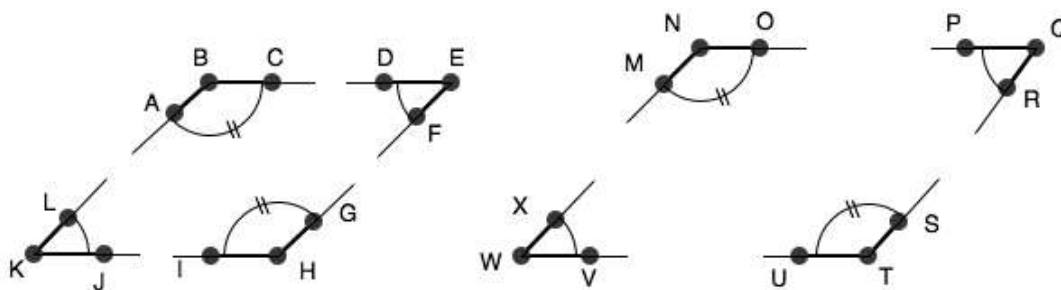
b. ¿Qué requisito(s) adicional(es) se necesita(n) para que las figuras sean congruentes?



3. En ambas figuras, los ángulos correspondientes son congruentes.

a. ¿Son congruentes los cuadriláteros que dibujaste?

b. ¿Qué requisito(s) adicional(es) se necesita(n) para que las figuras sean congruentes?



PRÁCTICA

Tema: Propiedades de paralelogramos

4. El cuadrilátero BCDE a continuación, estaba formado por 2 conjuntos de líneas paralelas que se intersectan. La figura 2 es la imagen de la figura 1. Se ha girado 180° . Encuentra el centro de rotación para la figura 1. Haz una lista de todo lo que se ha conservado en la rotación. Luego haz una lista de todo lo que ha cambiado. ¿Es el cuadrilátero BCDE un paralelogramo? ¿Cómo lo sabes?

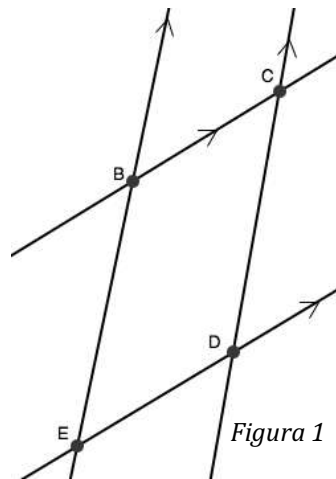


Figura 1

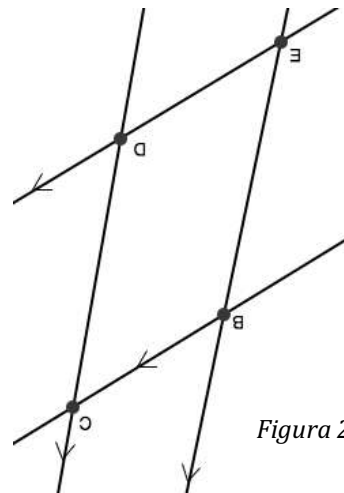


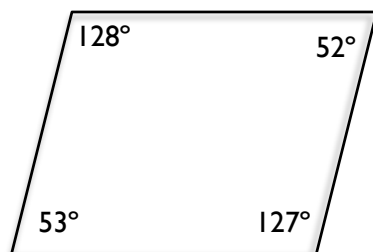
Figura 2

Los siguientes teoremas se refieren a paralelogramos:

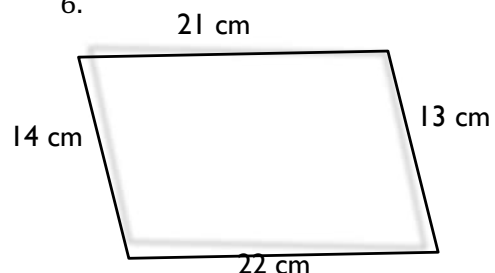
- ❖ Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes.
- ❖ Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes.
- ❖ Los ángulos consecutivos de un paralelogramo son suplementarios.
- ❖ Las diagonales de un paralelogramo se dividen entre sí.

Da una razón de la lista anterior que explique por qué NO es posible que cada figura a continuación sea un paralelogramo. Lista TODOS los que apliquen.

5.

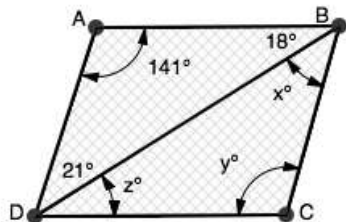


6.

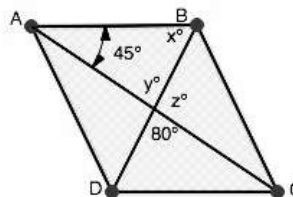


Cada cuadrilátero a continuación es un paralelogramo. Encuentra los valores de x , y y z .

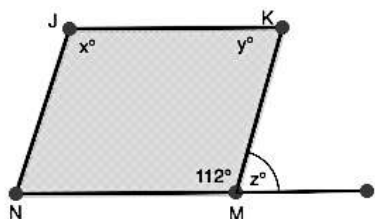
7.



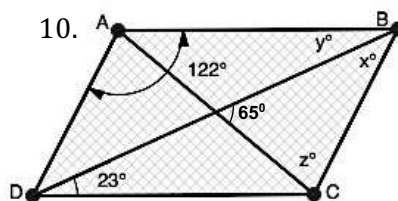
8.



9.



10.



RENDIMIENTO

Tema: Usar símbolos matemáticos correctos

Vuelve a escribir las frases a continuación con los símbolos matemáticos correctos.

Ejemplo: Once más ocho es diecinueve. $11 + 8 = 19$

11. El triángulo ABC es congruente con el triángulo GHJ. _____
12. El segmento BV es congruente con el segmento PR. _____
13. Tres pies equivalen a una yarda. _____
14. La línea TR es paralela al segmento de línea WQ. _____
15. El rayo VP es perpendicular al segmento GH. _____
16. El ángulo 3 es congruente con el ángulo 5. _____
17. La distancia entre W y X es de 7 pies. _____
18. La longitud del segmento AB es igual a la longitud de TR. _____
19. La medida del ángulo SRT es igual a la medida del ángulo CDE. _____
20. Explica cuándo es apropiado usar un signo igual y cuándo es apropiado usar el símbolo de congruente.

5.8 Adivina mi Paralelogramo

Actividad para Practicar Comprensión

Tehani y Tia están jugando un juego de adivinanzas en el que una persona describe algunas de las características de un paralelogramo que han dibujado y la otra persona tiene que nombrar el tipo de paralelogramo: cuadrado, rectángulo o rombo.

Estas son algunas de las pistas que se dieron la una a la otra. Decide qué tipo de paralelogramo están describiendo y explica cómo lo sabes.

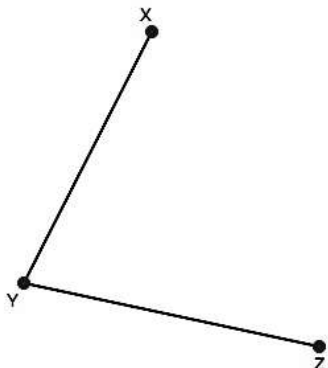
1. Las diagonales de este paralelogramo son perpendiculares entre sí.
2. Los ángulos consecutivos de este paralelogramo son suplementarios (es decir, suman a 180°).
3. Las diagonales de este paralelogramo son congruentes.



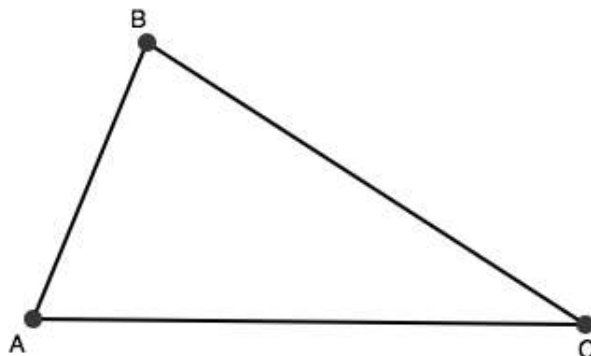
CC BY Nicola Romagna
<https://flic.kr/p/75dHaV>

4. Cuando se gira 90° , cada diagonal de este paralelogramo se superpone sobre la otra.
5. Los ángulos consecutivos de este paralelogramo son congruentes.
6. Las diagonales de este paralelogramo son congruentes y perpendiculares entre sí.

7. Construye la bisectriz de ángulo de $\angle XYZ$.



8. Construye las 3 bisectrices angulares de $\triangle ABC$.



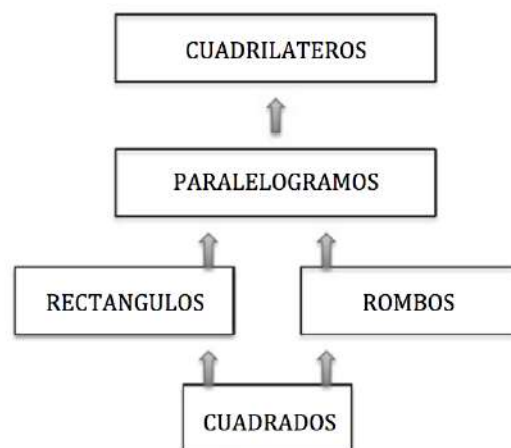
PRÁCTICA

Tema: Propiedades de paralelogramos

Determina si cada cuadrilátero es un paralelogramo. Escribe SÍ si lo es. Si puedes encontrar un ejemplo que NO sea un paralelogramo, haz un boceto del ejemplo que no lo es.

9. 1 par de lados opuestos es paralelo y tiene 2 ángulos rectos consecutivos
10. El cuadrilátero tiene 4 ángulos rectos.
11. 1 par de lados opuestos es paralelo y congruente
12. 1 par de lados opuestos es paralelo. El otro par de lados opuestos es congruente.
13. Todos los ángulos consecutivos son suplementarios.
14. Las diagonales son perpendiculares.

15. El diagrama de flujo de la derecha tiene el polígono más general de 4 lados en la parte superior el más específico en la parte inferior. Alrededor de cada caja, escribe los detalles que hacen el cuadrilátero específico único.



Explica por qué las flechas apuntan hacia arriba en lugar de hacia abajo.

RENDIMIENTO

Tema: características de triángulos y cuadriláteros

Indica si cada declaración es verdadera o falsa. Si es falsa, explique por qué o reescribe la declaración para que sea verdadera.

16. Si un triángulo es equilátero, entonces la mediana y la altitud son los mismos segmentos.
17. Las bisectrices perpendiculares de los lados de un triángulo también dividen los ángulos.
18. Algunos de los ángulos en un triángulo equivalen a 180° .
19. Una altitud de un triángulo puede caer en el exterior del triángulo.
20. El tercer ángulo en un triángulo es siempre el complemento a la suma de los otros 2 ángulos.
21. En un triángulo rectángulo, los 2 ángulos agudos son siempre complementarios.
22. Todos los cuadrados también son rectángulos.
23. Un rombo es siempre un cuadrado.
24. Si una figura es un trapecio, entonces también es un paralelogramo.
25. Las diagonales de un rectángulo dividen los ángulos.
26. Un paralelogramo puede tener 3 ángulos obtusos.
27. La figura hecha por dos pares de líneas paralelas que se cruzan es siempre un paralelogramo.
28. Todos los ángulos en un paralelogramo pueden ser congruentes.
29. Una diagonal siempre divide un cuadrilátero en 2 triángulos congruentes.
30. Si un cuadrilátero pasa por una traslación, los lados de la pre imagen y la imagen permanecerán paralelos.

5.9 Centros de un Triángulo

Actividad para Practicar Comprensión



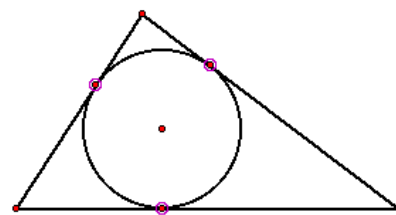
CC BY Soil Science
<https://flic.kr/p/eikQHg>

Sus padres les han pedido a Kolton, Kevin y Kara que los ayuden a resolver algunos problemas de geometría interesantes.

Problema 1

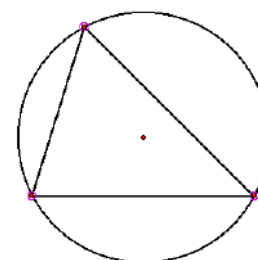
El padre de Kolton instala sistemas de riego para los agricultores. Los sistemas que instala se llaman "Sistemas de riego de pivote central" ya que los rociadores están en un tubo largo que gira sobre ruedas alrededor de un punto central, regando una región circular de cultivos. Es posible que haya visto tales "círculos de cultivo" desde un avión.

A veces, el padre de Kolton tiene que instalar sistemas de riego en lotes de tierra de forma triangular. Quiere poder ubicar el "punto de pivote" en el campo triangular para que el círculo que está siendo regado toque cada una de las tres cercas que forman los límites del campo. Él ha pedido la ayuda de Kolton con este problema, ya que Kolton está estudiando geometría en la escuela preparatoria.



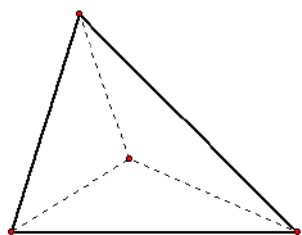
Problema 2

El padre de Kara instala torres para celulares. Dado que las señales telefónicas rebotan de torre en torre, deben ubicarse cuidadosamente. A veces, el padre de Kara necesita ubicar una nueva torre para que sea equidistante de las tres torres existentes. Él piensa en las tres torres que ya están en su lugar como los vértices de un triángulo, y necesita poder encontrar un punto en este triángulo donde pueda ubicar la nueva torre para que esté



equidistante de las otras tres. Le ha pedido a Kara que lo ayude con este problema ya que ella también estudia geometría en la escuela.

Problema 3



El padre de Kevin es artista y ha sido comisionado por la ciudad para construir un proyecto de arte en el parque. Su propuesta consiste en varias pirámides grandes con triángulos de diferentes formas equilibradas en los puntos de vértice de las pirámides. El padre de Kevin necesita poder encontrar el punto dentro de un triángulo que él llama "el punto de equilibrio". Le ha pedido a Kevin que use su conocimiento de geometría para ayudarlo a resolver este problema.

Kolton, Kevin y el profesor de geometría de Kara han sugerido que intenten ubicar puntos en el interior de triángulos donde se cruzan las tres medianas, las tres altitudes, las tres bisectrices angulares o las tres bisectrices perpendiculares de los lados.

1. Prueba el experimento sugerido por el maestro de geometría de los estudiantes. ¿Qué conjunto de segmentos de línea parece ubicar un punto en el triángulo que mejor se adapta a las necesidades de cada uno de sus padres?

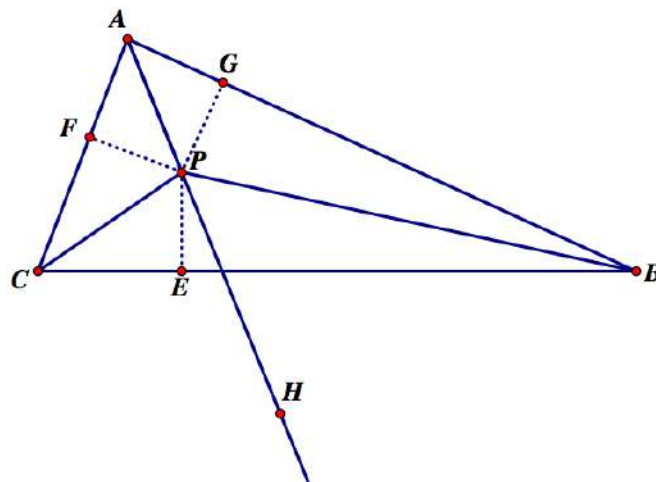
Kolton, Kevin y Kara han notado algo interesante sobre estos conjuntos de segmentos de línea. Para su sorpresa, se dan cuenta de que las tres medianas de un triángulo se cruzan en un punto común. Del mismo modo, las tres altitudes también se cruzan en un punto común. También lo hacen las tres bisectrices angulares y las tres bisectrices perpendiculares de los lados. Creen que a sus padres les resultará interesante, pero quieren asegurarse de que estas observaciones sean ciertas para todos los triángulos, no solo para aquellos en los que han estado experimentando. Los diagramas y notas a

continuación, sugieren cómo cada uno está pensando en la prueba que quieren mostrar a su padre. Usa estas notas y diagramas para escribir una prueba convincente.

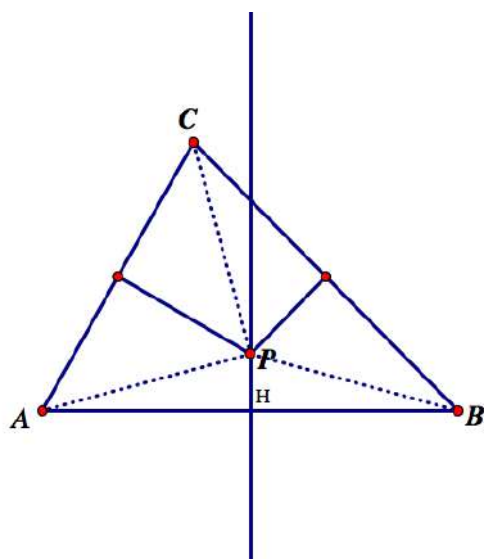
Notas de Kolton

Lo que hice para crear este diagrama:

Construí las bisectrices angulares de ángulo ACB y ángulo ABC. Se cruzaron en el punto P. Para no confundirme con tantas líneas en mi diagrama, borré los rayos que formaban las bisectrices angulares más allá de su punto de intersección. Luego dibujé el rayo AH a través del punto P, el punto de intersección de las dos bisectrices angulares. Mi pregunta es: "¿Este rayo mide el ángulo CAB?" Mientras pensaba en esta pregunta, noté que había creado tres triángulos más pequeños en el interior del triángulo original. Construí las altitudes de estos tres triángulos (se dibujan como líneas punteadas). Cuando agregué las líneas punteadas, comencé a ver cometas en mi imagen. Me pregunto si pensar en los triángulos más pequeños o en las cometas podría ayudarme a demostrar que el rayo AH divide el ángulo CAB.



2. Completa el argumento de Kolton:



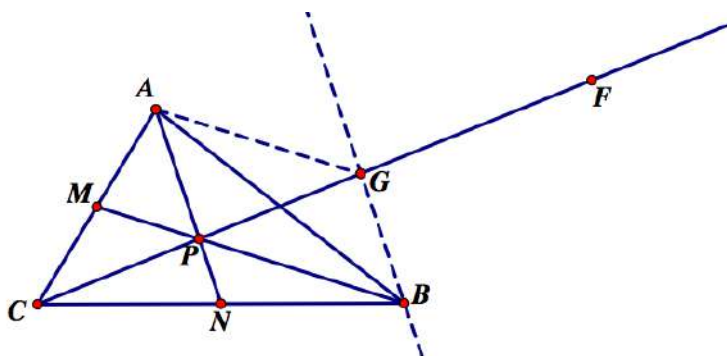
Notas de Kara

Lo que hice para crear este diagrama:

Construí las bisectrices perpendiculares del lado AC y lado BC. Se cruzaron en el punto P. Para no confundirme con tantas líneas en mi diagrama, borré los rayos que formaban las bisectrices perpendiculares más allá de su punto de intersección. Luego construí una línea perpendicular al lado AB a través del punto P, el punto de intersección de las dos bisectrices

perpendiculares. Llamé al punto donde esta línea intersectaba el lado AB punto H. Mi pregunta es, "¿Esta línea perpendicular también divide el lado AB?" Mientras pensaba en esta pregunta, noté que había creado algunos cuadriláteros en el interior del triángulo original. Dado que los cuadriláteros en general no tienen muchas propiedades interesantes, decidí hacer algunos triángulos punteando segmentos de línea dibujados desde P a cada uno de los vértices del triángulo original. Me pregunto si pensar en estos triángulos más pequeños podría ayudarme a demostrar que la línea PH divide el lado AB.

3. Completa el argumento de Kara:



Notas de Kevin

Lo que hice para crear este diagrama:

El punto M es el punto medio del lado AC, y el punto N es el punto medio del lado CB. Por lo tanto, $\overline{AN}$ y $\overline{BM}$ son

medianas del triángulo. Luego dibujé el rayo CF a través del punto P, la intersección de las dos medianas. Mi pregunta es: "¿Este rayo contiene la tercera mediana?" Entonces, necesito encontrar una manera de responder esa pregunta. Mientras pensaba en esto, pensé que podría visualizar un paralelogramo con sus diagonales, así que dibujé la línea GB para que fuera paralela a la mediana AN, y luego conecté el vértice A con el punto G del rayo. El cuadrilátero AGBP parece un paralelogramo, pero no estoy tan seguro. Me pregunto si eso me ayudará con mi pregunta sobre la tercera mediana. ¿Qué piensas?

4. Completa el argumento de Kevin:

[Sugerencia: la prueba de Kevin usa triángulos similares. Los ángulos correspondientes en triángulos similares son congruentes. ¿Puedes encontrar un par de triángulos que sabes que son similares? ¿Puedes encontrar un par de triángulos que puedas probar que sean similares? Trabajarás con triángulos similares en el módulo 7, por lo que es posible que desees revisar este problema como parte de tu trabajo en ese módulo.]

PREPARACIÓN

Tema: ¿Estás listo para una prueba del módulo 5?

La figura 1 se ha girado 180° alrededor del punto medio en el lado BC para formar la figura 2. La figura 1 luego se trasladó a la derecha para formar la figura 3.

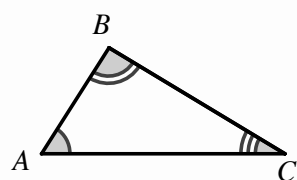


Figura 1

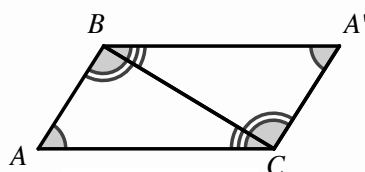


Figura 2

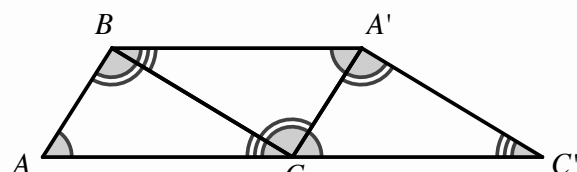


Figura 3

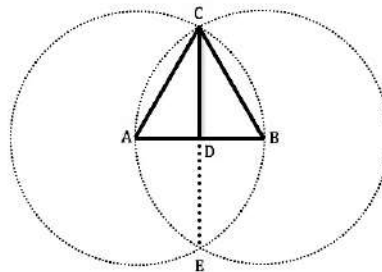
1. Usa la figura 3 para explicar cómo sabes que el ángulo exterior $\angle BCC''$ es igual a la suma de los 2 ángulos interiores remotos $\angle BAC$ y $\angle ABC$.
2. Usa la figura 3 para explicar cómo sabes que la suma de los ángulos en un triángulo es siempre 180° .
3. Usa la figura 2 para explicar cómo sabes que la suma de los ángulos en un cuadrilátero es siempre 360° .
4. Usa la figura 2 para explicar cómo sabes que los ángulos opuestos en un paralelogramo son congruentes.
5. Usa la figura 2 para explicar cómo sabes que los lados opuestos en un paralelogramo son paralelos y congruentes.
6. Usa la figura 2 para explicar cómo sabes que cuando dos líneas paralelas son cruzadas por una transversal, los ángulos interiores alternos son congruentes.
7. Usa la figura 2 y/o 3 para explicar cómo sabes que cuando dos líneas paralelas son cruzadas por una transversal, los ángulos interiores del mismo lado son suplementarios.

Need help? Visit www.rsgsupport.org

PRÁCTICA

Tema: Escritura de comprobaciones

8. Demuestra que $\overline{CD}$ es una altitud de $\triangle ABC$.
Usa el diagrama y escribe una prueba de 2 columnas



9. Usa el diagrama para demostrar que $\triangle ABC$ es un triángulo isósceles. (Elige tu estilo).

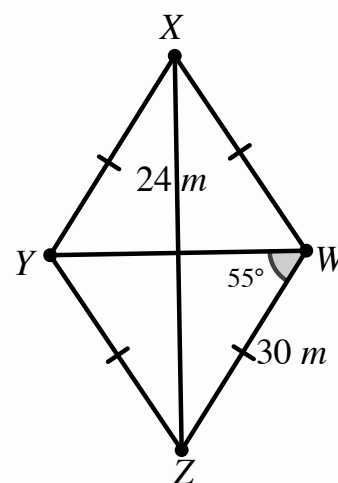
10. Usa el diagrama para demostrar que $m\angle A \cong m\angle B$. (Elige tu estilo)

RENDIMIENTO

Tema: Conexión de álgebra con paralelogramos

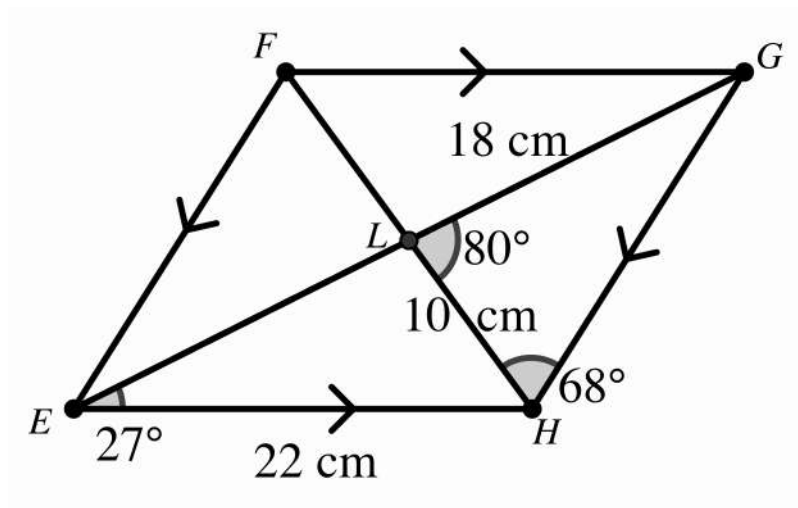
Usa lo que sabes sobre triángulos y paralelogramos para encontrar cada medida.

11. $\overline{XZ}$
12. $m\angle XYZ$
13. $m\angle XYW$
14. $\overline{YX}$
15. $m\angle YXZ$
16. $\overline{YW}$



Need help? Visit www.rsgsupport.org

17. $\overline{LG}$
18. $\overline{HF}$
19. $m\angle EHG$
20. $m\angle FEH$
21. $m\angle ELF$
22. $\overline{FG}$
23. $\overline{EG}$
24. $m\angle FGE$



Need help? Visit www.rsgsupport.org

This book is shared online by Free Kids Books at <https://www.freekidsbooks.org> in terms of the creative commons license provided by the publisher or author.

Want to find more books like this?



<https://www.freekidsbooks.org>

Simply great free books -

Preschool, early grades, picture books, learning to read,
early chapter books, middle grade, young adult,

Pratham, Book Dash, Mustardseed, Open Equal Free, and many more!

Always Free – Always will be!

Legal Note: This book is in CREATIVE COMMONS - Awesome!! That means you can share, reuse it, and in some cases republish it, but only in accordance with the terms of the applicable license (not all CCs are equal!), attribution must be provided, and any resulting work must be released in the same manner.

Please reach out and contact us if you want more information:

<https://www.freekidsbooks.org/about> Image Attribution: Annika Brandow, from You! Yes You! CC-BY-SA. This page is added for identification.