mathematics vision project

Transforming Mathematics Education

SECUNDARIA MATEMATICAS DOS

Un Enfoque Integrado

MODULO 6

Trigonometría de Similitud y Triángulo Rectángulo

MATHEMATICSVISIONPROJECT.ORG

The Mathematics Vision Project

Scott Hendrickson, Joleigh Honey, Barbara Kuehl, Travis Lemon, Janet Sutorius

MÓDULO 6 - TABLA DE CONTENIDO

Trigonometría de Similitud y Triángulo Rectángulo

6.5 Razonamiento Medido – *Actividad para Practicar Comprensión*
Aplicar teoremas sobre líneas, ángulos y relaciones proporcionales cuando líneas paralelas son cruzadas por múltiples líneas transversales (G.CO.9, G.CO.10, G.SRT.4, G.SRT.5)
Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Trigonometría de Similitud y Triángulo Rectángulo 6.5

6.6 Trabajo en el Jardín en Segmentos – *Actividad para Consolidar Comprensión*
Aplicar la comprensión de triángulos similares y congruentes para encontrar el punto medio o cualquier punto en un segmento de línea que divida el segmento en una proporción dada (G.GPE.6)
Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Trigonometría de Similitud y Triángulo Rectángulo 6.6

6.7 Pitágoras por Proporciones – *Actividad para Practicar Comprensión*
Usar triángulos similares para probar el teorema de Pitágoras y teoremas sobre promedios geométricos en triángulos rectángulos (G.SRT.4, G.SRT.5)
Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Trigonometría de Similitud y Triángulo Rectángulo 6.7

6.8 ¿Son las Relaciones Predecibles? – *Actividad para Desarrollar Comprensión*
Desarrollar una comprensión de las relaciones trigonométricas del triángulo rectángulo basada en triángulos similares (G.SRT.6, G.SRT.8)
Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Trigonometría de Similitud y Triángulo Rectángulo 6.8

6.9 Relaciones con Significado – *Actividad para Consolidar Comprensión*
Encontrar relaciones entre las proporciones de seno y coseno para triángulos rectángulos, incluida la identidad Pitagórica (G.SRT.6, G.SRT.7, F.TF.8)
Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Trigonometría de Similitud y Triángulo Rectángulo 6.9

6.10 Encontrar el Valor de una Relación – *Actividad para Consolidar Comprensión*

Resolver las incógnitas en triángulos rectángulos usando proporciones trigonométricas (G.SRT.7, G.SRT.8)

Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Trigonometría de Similitud y Triángulo Rectángulo 6.10

6.11 Resolver Triángulos Rectángulos usando Relaciones Trigonométricas

Actividad para Practicar Comprensión

Configuración y resolución de triángulos rectángulos para modelar contextos del mundo real (G.SRT.6, G.SRT.7, F.TF.8)

Tarea: PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO. Trigonometría de Similitud y Triángulo Rectángulo 6.11

6.1 Fotocopia *Faux Pas*

Actividad para Desarrollar Comprensión

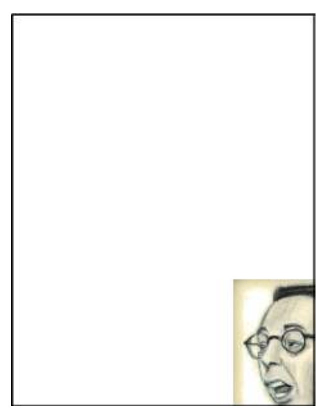
Burnell tiene un nuevo trabajo en un centro de fotocopiado ayudando a las personas a usar las máquinas fotocopiadoras. Burnell cree que sabe todo sobre cómo hacer fotocopias, por lo que no completó su tarea de leer el manual de capacitación.

El Sr. y la Sra. Donahue están haciendo un álbum de fotografías para la 75.a fiesta de cumpleaños del abuelo del Sr. Donahue, y quieren agrandar un dibujo de su abuelo que fue hecho cuando estaba en la Segunda Guerra Mundial. Han comprado papel muy caro, y les gustaría que esta imagen se centre en la página. Debido a que no están familiarizados con el proceso de ampliación de una imagen, han acudido a Burnell en busca de ayuda.

> "Nos gustaría hacer una copia de esta imagen, queremos que sea el doble de grande, y centrada en medio de este papel de muy caro", dice la Sra. Donahue. "¿Puedes ayudarnos con eso?" "Ciertamente", dice Burnell. "¡Contento de ayudarlos!".

Burnell pegó con cinta adhesiva la imagen original en el centro de una hoja de papel blanco, la colocó sobre el cristal de la fotocopiadora, insertó el costoso papel en la bandeja de papel y configuró la función de ampliación a 200%.

En un momento, esta imagen fue producida.



"Echaste a perder nuestro papel caro", exclamó la Sra. Donahue. "Gran parte de la imagen está fuera del papel en lugar de estar centrada".

"Y esta imagen es más del doble", se quejó el Sr. Donahue. "Un cuarto del dibujo del abuelo está ocupando tanto espacio como el original".

En el siguiente diagrama, tanto la imagen original (que Burnell pegó con cinta adhesiva en medio de una hoja de papel) como la copia de la imagen se reprodujeron en la misma figura.

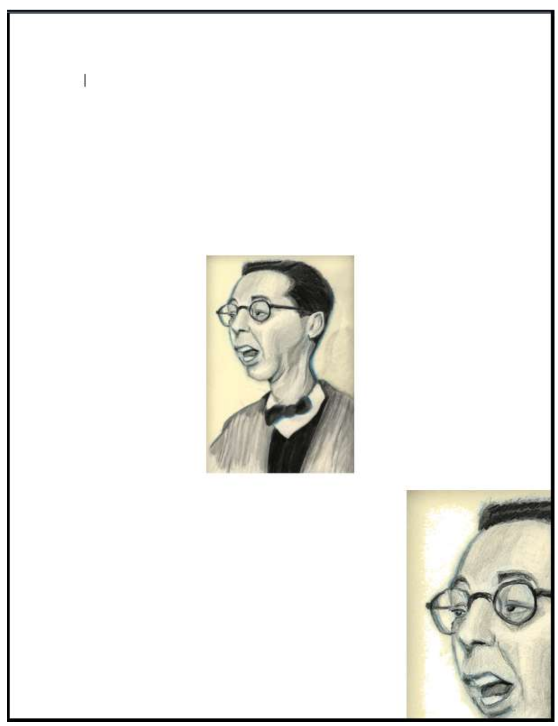
1. Explica cómo la fotocopiadora produjo la copia parcial de la imagen original.

2. Utilizando una "bandita elástica", termina el resto del boceto ampliado.

3. ¿Dónde debería Burnell haber colocado la imagen original si quería que la imagen final saliera centrara en el papel?

4. El Sr. Donahue se quejó de que la copia era cuatro veces más grande que el original. ¿Qué piensas? ¿Burnell dobló el tamaño de la imagen o la cuadruplicó? ¿Qué evidencia usarías para respaldar tu reclamo?

5. Transformar una figura encogiéndola o ampliándola de esta manera se denomina *dilatación*. Basado en tu forma de pensar sobre cómo se produjo la fotocopia, enumera todas las cosas a las que debes prestar atención cuando dilates una imagen.



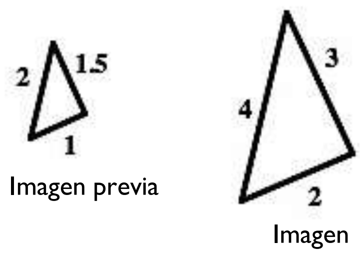
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

PREPARACIÓN

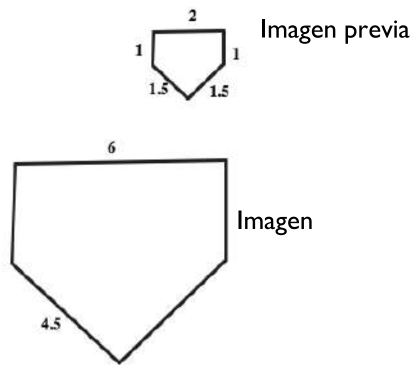
Tema: Factores de escala para formas similares

Proporciona el factor por el que se multiplicó cada imagen previa para crear la imagen. Usa el factor de escala para completar cualquier longitud faltante.

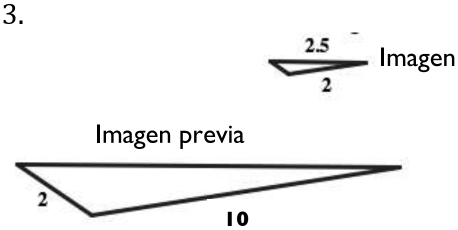
1.



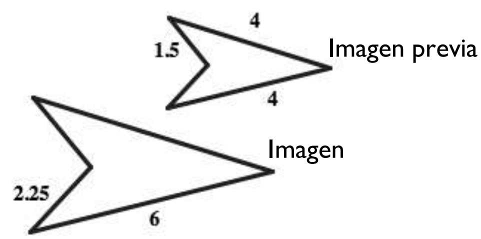
2.



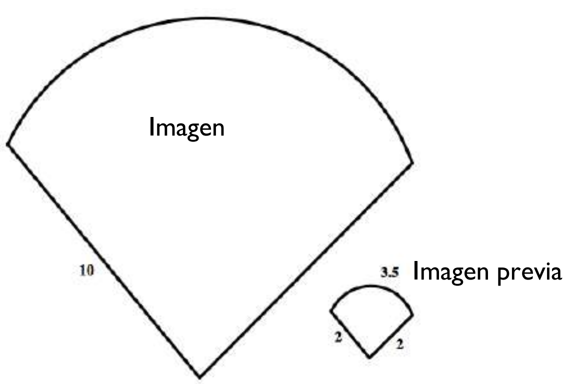
3.



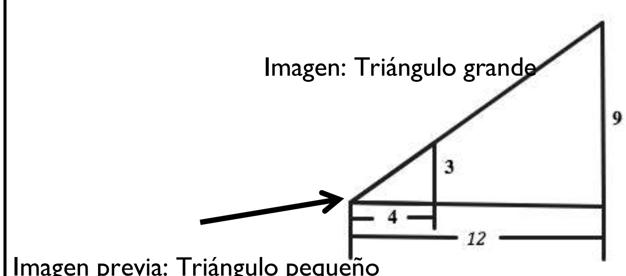
4.



5.



6.



Need help? Visit **www.rsgsupport.org**

PRÁCTICA

Tema: Dilataciones en contextos del mundo real

Para cada contexto o circunstancia del mundo real, determina el centro de la dilatación y la herramienta utilizada para realizar la dilatación.

7.
Fran camina hacia atrás a una distancia que le permitirá a su familia aparecer en la foto que está por tomar.

8.
El técnico de teatro juega con los botones de acercar y alejar con el objetivo de llenar toda la pantalla de la película con la imagen.

9.
Melanie calcula la altura de la cascada extendiendo su dedo pulgar y usándolo para ver cuántos pulgares de altura tiene la cascada desde la parte superior de la cascada hasta donde ella está parada. Luego usa su pulgar para ver que una persona en la base de la cascada tiene medio pulgar de altura.

10.
Un animador digital crea obras artísticas en su computadora. Actualmente está haciendo una animación que tiene varios postes de teléfono a lo largo de una calle que se extiende en la distancia.

11.
La clase de la Sra. Sunshine está haciendo un proyecto de un dispositivo de rastreo de banditas elásticas que usa tres banditas elásticas.

12.
Una fotocopiadora está configurada al 300% para hacer una copia fotográfica.

RENDIMIENTO

Tema: Tasas de cambio relacionadas con funciones lineales, exponenciales y cuadráticas

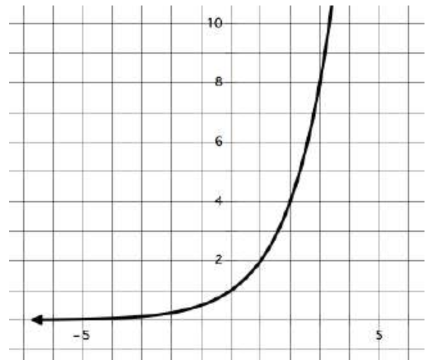
Determina si la representación dada es representativa de una función lineal, exponencial o cuadrática; clasifícala como tal y justifica tu razonamiento.

13.

X	Y
2	7
3	12
4	19
5	28

Tipo de función:
Justificación:

14.

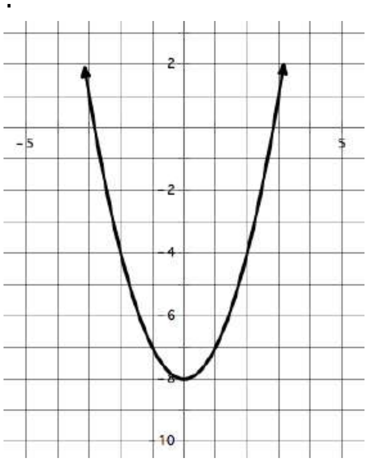


Tipo de función:
Justificación:

15. $y = 3x^2 + 3x$
Tipo de función:
Justificación:

16. $y = 7x - 10$
Tipo de función:
Justificación:

17.



Tipo de función:
Justificación:

18.

X	Y
2	-5
7	5
14	19
25	41

Tipo de función:
Justificación:

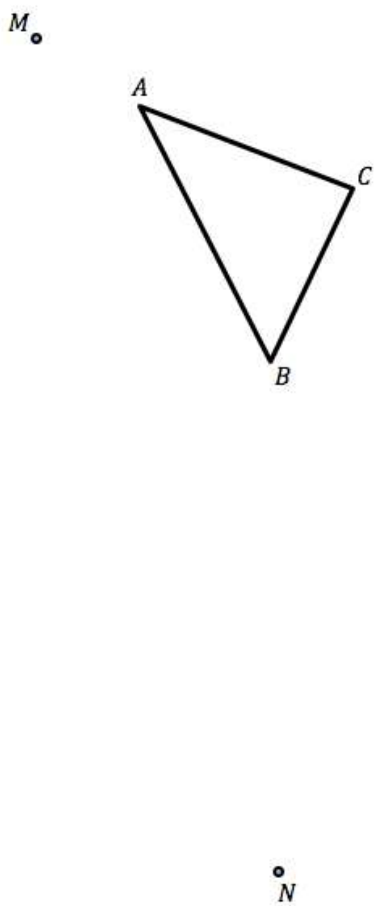
Need help? Visit **www.rsgsupport.org**

6.2 Dilataciones de Triángulos

Actividad para Consolidar Comprensión

1. Dado ΔABC, usa el punto M como el centro de una dilatación para localizar los vértices de un triángulo que tiene longitudes laterales que son tres veces más largas que los lados de ΔABC.

2. Ahora usa el punto N como el centro de una dilatación para localizar los vértices de un triángulo que tiene longitudes laterales que son la mitad de la longitud de los lados de ΔABC.



3. Etiqueta los vértices en los dos triángulos que creaste en el diagrama de arriba. Basado en este diagrama, escribe varias declaraciones de proporcionalidad que creas que son verdaderas. Primero escribe tus declaraciones de proporcionalidad usando los nombres de los lados de los triángulos en tus proporciones. Luego verifica que las proporciones sean verdaderas reemplazando los nombres laterales con sus medidas. Las medidas deben ser al milímetro más cercano.

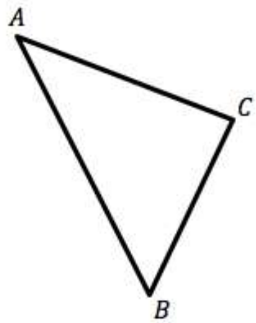
Mi lista de proporciones: (trata de encontrar al menos 10 declaraciones de proporcionalidad que creas que son verdaderas).

4. Según tu trabajo anterior, ¿bajo qué condiciones son los segmentos de línea correspondientes en una imagen y su imagen previa paralelos después de una dilatación? Es decir, ¿qué palabra completa mejor esta afirmación?

   *Después de una dilatación, los segmentos de línea correspondientes en una imagen y su imagen previa son [**nunca, a veces, siempre**] paralelos.*

5. Explica los motivos de tu respuesta. Si elegiste "a veces", se muy claro en tu explicación sobre cómo puedes saber cuándo los segmentos de línea correspondientes antes y después de la dilatación son paralelos y cuando no lo son.

Dado ΔABC, usa el punto A como el centro de una dilatación para localizar los vértices de un triángulo que tiene longitudes laterales que son dos veces más largas que los lados de ΔABC.



6. Explica cómo el diagrama que creaste arriba puede usarse para probar el siguiente teorema:

El segmento que une puntos medios de los dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado y la mitad de la longitud.

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

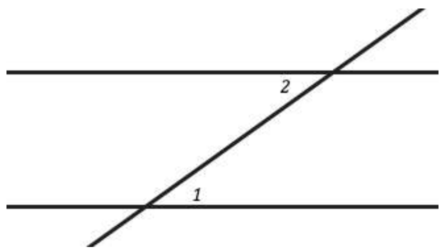
Nombre Periodo Fecha

PREPARACIÓN

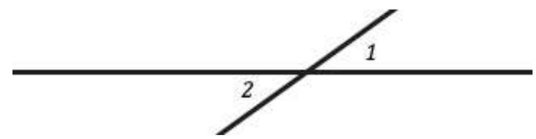
Tema: Relaciones angulares básicas

Haz coincidir los diagramas siguientes con el mejor nombre o frase que describa los ángulos.

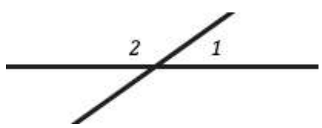
_____1.



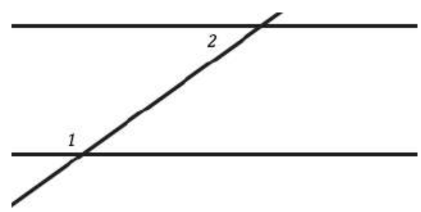
______2.



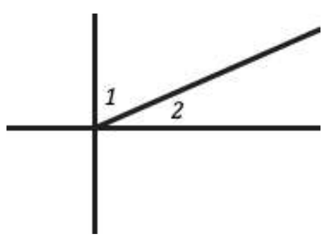
_____3.



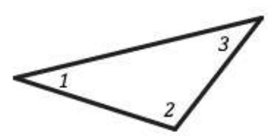
_____4.



____5.



_____6.



a. Ángulos interiores alternados

b. Ángulos verticales

c. Ángulos complementarios

d. Teorema de suma de triángulos

e. Par lineal

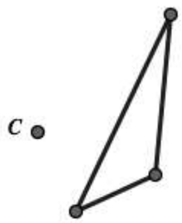
f. Ángulos interiores del mismo lado

PRÁCTICA

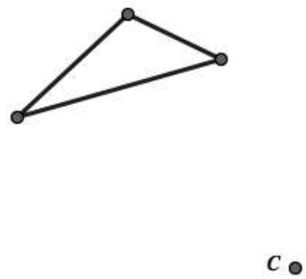
Tema: Realizar dilataciones matemáticas y encontrar el centro de dilataciones

Usa la imagen previa dada y el punto *C* como el centro de dilatación para realizar la dilatación que se indica a continuación.

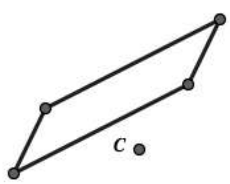
7. Crea una imagen con longitudes laterales el doble del tamaño del triángulo dado.



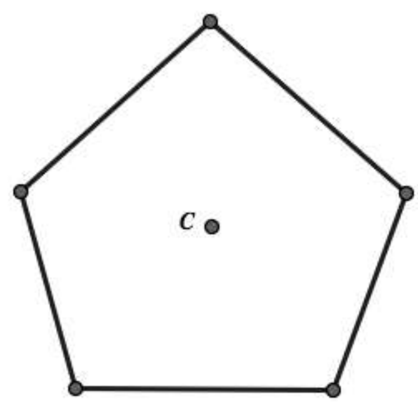
8. Crea una imagen con longitudes laterales de la mitad del tamaño del triángulo dado.



9. Crea una imagen con longitudes laterales tres veces mayores que el tamaño del paralelogramo dado.

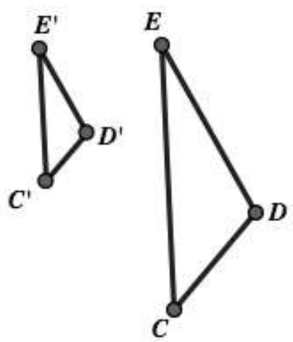


10. Crea una imagen con una longitud lateral de un cuarto del tamaño del pentágono dado.

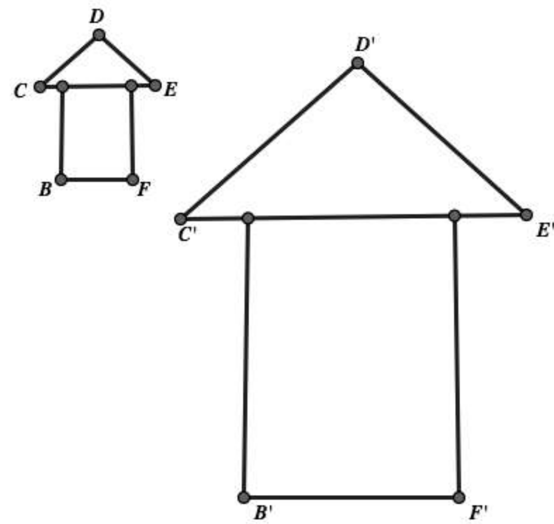


Usa la imagen previa y la imagen dada en cada diagrama para definir la dilatación que ocurrió. Incluye tantos detalles como sea posible, tales como el centro de dilatación y la proporción.

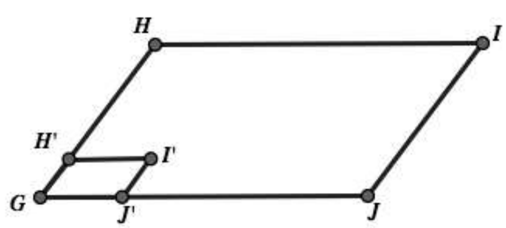
11.



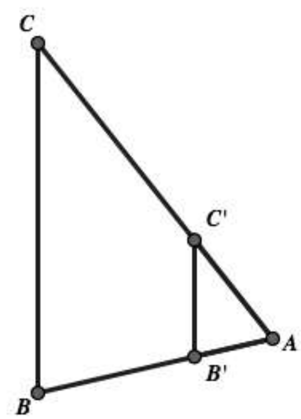
12.



13.



14.



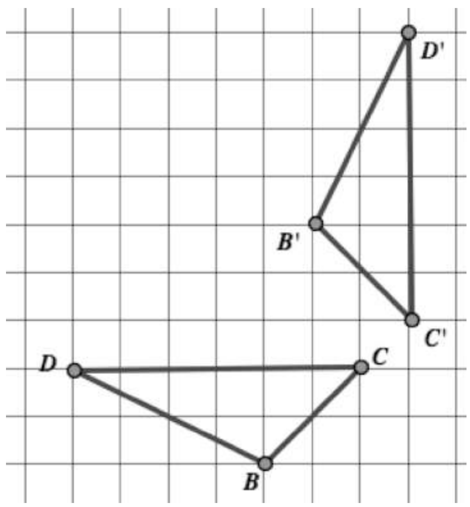
RENDIMIENTO

Tema: Clasificación de transformaciones matemáticas

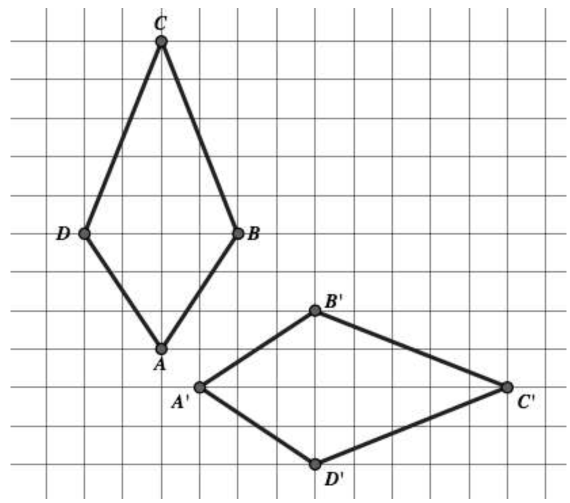
Basado en la imagen y la imagen previa, determina la transformación que se produjo. Además, prueba que la transformación ocurrió mostrando evidencia de algún tipo.

(Por ejemplo, si la transformación fue una reflexión, muestra que la línea de reflexión existe, y comprueba que es la bisectriz perpendicular de todos los segmentos que conecta los puntos correspondientes de la imagen y la imagen previa. Hacer lo mismo para rotaciones, traslaciones y dilataciones).

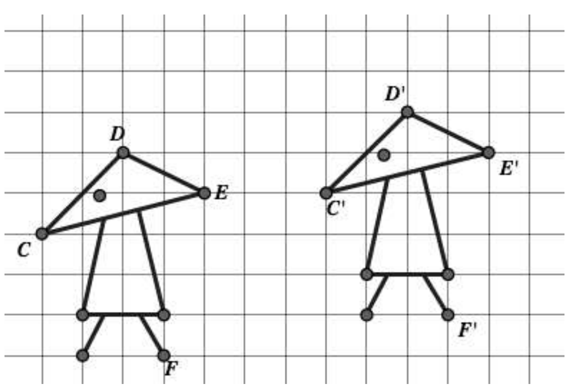
15.



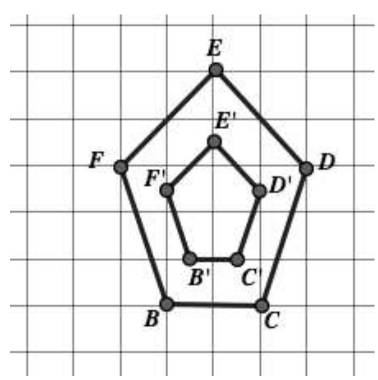
16.



17.



18.



6.3 Triángulos Similares y Otras Figuras

Actividad para Consolidar Comprensión

Se dice que dos figuras son congruentes si la segunda puede obtenerse de la primera mediante una secuencia de rotaciones, reflexiones y traslaciones. En Matemáticas I, aprendimos que solo necesitábamos tres elementos de información para garantizar que dos triángulos eran congruentes: LLL, ALA o LAL.

¿Qué tal AAA? ¿Son congruentes dos triángulos si los tres pares de ángulos correspondientes son congruentes? En esta tarea consideraremos lo que es verdadero acerca de tales triángulos.

Parte 1

Definición de similitud: Dos figuras son *similares* si la segunda se puede obtener de la primera mediante una secuencia de rotaciones, reflexiones, traslaciones y dilataciones.

Mason y Mia están probando conjeturas sobre polígonos similares. Aquí hay una lista de sus conjeturas.

Conjetura 1: *Todos los rectángulos son similares.*

Conjetura 2: *Todos los triángulos equiláteros son similares.*

Conjetura 3: *Todos los triángulos isósceles son similares.*

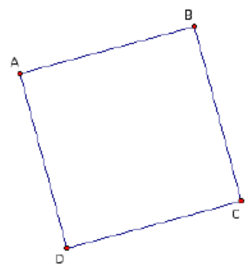
Conjetura 4: *Todos los rombos son similares.*

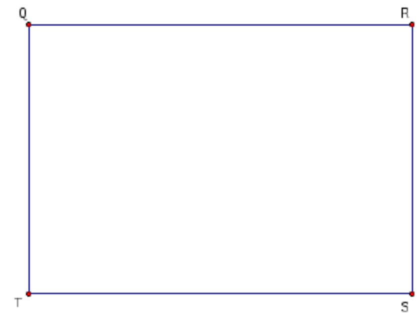
Conjetura 5: *Todos los cuadrados son similares.*

1. ¿Cuáles de estas conjeturas crees que son verdaderas? ¿Por qué?

Mason le está explicando a Mia por qué cree que la conjetura 1 es verdadera usando el diagrama que se da a continuación.

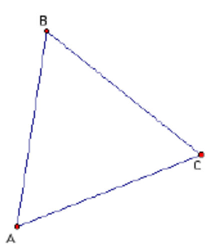
"Todos los rectángulos tienen cuatro ángulos rectos. Puedo trasladar y rotar el rectángulo $ABCD$ hasta que el vértice A coincida con el vértice Q en el rectángulo $QRST$. Como $\angle A$ y $\angle Q$ son ambos ángulos rectos, el lado AB se ubicará en la parte superior del lado QR, y el lado AD se ubicará en la parte superior del lado QT. Luego puedo dilatar el rectángulo $ABCD$ con el punto A como el centro de dilatación, hasta que los puntos B, C y D coincidan con los puntos R, S y T.

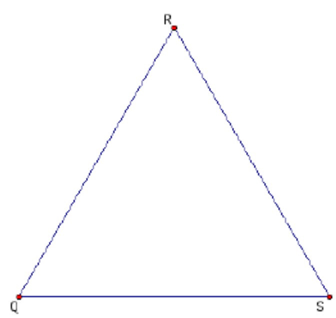




1. ¿La explicación de Mason te convence de que el rectángulo $ABCD$ es similar al rectángulo $QRST$ basado en la definición de similitud dada anteriormente? ¿Su explicación te convence de que todos los rectángulos son similares? ¿Por qué sí o por qué no?

Mia le explica a Mason por qué cree que la conjetura 2 es verdadera usando el diagrama que se muestra a continuación.





Todos los triángulos equiláteros tienen tres ángulos de 60°. Puedo trasladar y rotar ΔABC hasta que el vértice A coincida con el vértice Q en ΔQRS. Como $\angle A$ y $\angle Q$ ambos son ángulos de 60°, los lados AB se ubicarán en la parte superior del lado QR, y el lado AC se ubicará en la parte superior del lado QS. Luego puedo dilatar ΔABC con el punto A como el centro de dilatación, hasta que los puntos B y C coincidan con los puntos R y S. "

2. ¿La explicación de Mia te convence de que ΔABC es similar al ΔQRS basado en la definición de similitud dada anteriormente? ¿Su explicación te convence de que *todos los triángulos equiláteros* son similares? ¿Por qué sí o por qué no?

3. Para cada una de las otras tres conjeturas, escribe un argumento como el de Mason y el de Mia para convencer a alguien de que la conjetura es verdadera, o explica por qué piensas que no siempre es verdad.

   a. Conjetura 3: *Todos los triángulos isósceles son similares.*

   b. Conjetura 4: *Todos los rombos son similares.*

   c. Conjetura 5: *Todos los cuadrados son similares.*

Si bien la definición de similitud dada al comienzo de la tarea funciona para todas las figuras similares, se puede dar una definición alternativa de similitud para los polígonos: **Dos polígonos son similares si todos los ángulos correspondientes son congruentes y todos los pares de lados correspondientes son proporcionales.**

4. ¿Cómo te ayuda esta definición a encontrar el error en el razonamiento de Mason sobre la conjetura 1?

5. ¿Cómo te ayuda esta definición a encontrar el error en el razonamiento de Mia sobre la conjetura 2?

6. ¿Cómo te puede ayudar esta definición a pensar sobre las otras tres conjeturas?

a. Conjetura 3: *Todos los triángulos isósceles son similares.*

b. Conjetura 4: *Todos los rombos son similares.*

c. Conjetura 5: *Todos los cuadrados son similares.*

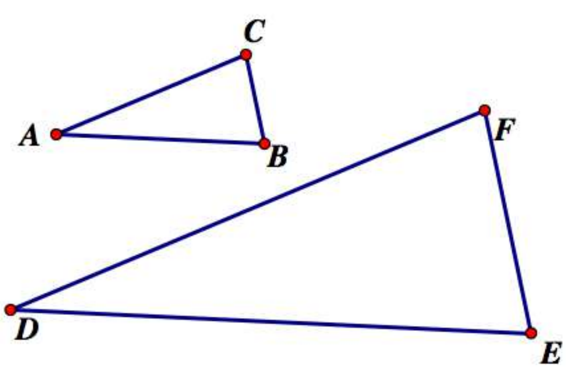
Parte 2 (Similaridad de AAA, LAL y LLL)

De nuestro trabajo anterior con rectángulos, es obvio, que saber que todos los rectángulos tienen cuatro ángulos rectos (un ejemplo de AAAA para cuadriláteros) no es suficiente para afirmar que todos los rectángulos son similares. ¿Y los triángulos? En general, ¿son dos triángulos similares si los tres pares de ángulos correspondientes son congruentes?

7. Decide si la siguiente conjetura es verdadera.

   Conjetura: *Dos triángulos son similares si sus ángulos correspondientes son congruentes.*

8. Explica por qué crees que la siguiente conjetura es verdadera *(dos triángulos son similares si sus ángulos correspondientes son congruentes)*. Usa el siguiente diagrama para apoyar tu razonamiento. Recuerda comenzar marcando en el diagrama lo que se te ha dado como verdadero (AAA).



Sugerencia: comienza por trasladar A a D.

9. Mia piensa que la siguiente conjetura es verdadera. Ella la llama: *"Similitud AA para triángulos".* ¿Qué piensas? ¿Es verdad? ¿Por qué?

   Conjetura: *Dos triángulos son similares si tienen dos pares de ángulos congruentes correspondientes.*

10. Usando el diagrama dado en el problema 9, ¿cómo podrías modificar tu prueba de que $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ si se te da la siguiente información acerca de los dos triángulos:

    a. $\angle A \cong \angle D,\ DE = k \cdot AB,\ DF = k \cdot AC$; es decir, $\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$

    b. $DE = k \cdot AB,\ DF = k \cdot AC$ y $EF = k \cdot BC$; es decir, $\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC} = \frac{EF}{BC}$

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

Nombre Periodo Fecha

PREPARACIÓN

Tema: Cómo resolver proporciones de diferentes maneras

Resuelve cada proporción. Muestra tu trabajo y verifica tu solución.

1. $\frac{3}{4} = \frac{x}{20}$

2. $\frac{x}{7} = \frac{18}{21}$

3. $\frac{3}{6} = \frac{8}{x}$

4. $\frac{9}{c} = \frac{6}{10}$

5. $\frac{3}{4} = \frac{b+3}{20}$

6. $\frac{7}{12} = \frac{a}{24}$

7. $\frac{a}{2} = \frac{13}{20}$

8. $\frac{3}{b+2} = \frac{6}{5}$

9. $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{12}}{c}$

PRÁCTICA

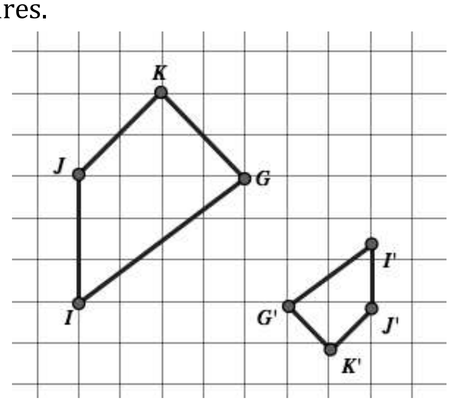
Tema: Comprobar que las figuras son similares

Proporciona un argumento para probar cada conjetura, o proporciona un contraejemplo para refutarlo.

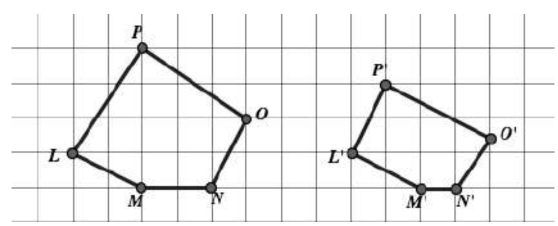
10. Todos los triángulos rectángulos son similares.

11. Todos los polígonos regulares son similares a otros polígonos regulares con el mismo número de lados.

12. Los polígonos en la cuadrícula de abajo son similares.



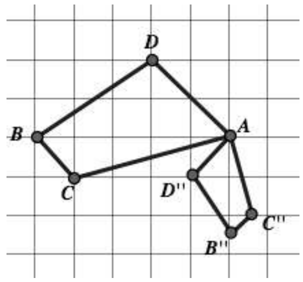
13. Los polígonos en la cuadrícula de abajo son similares.



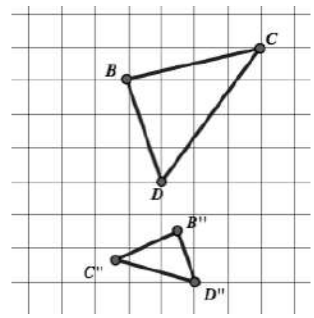
Need help? Visit **www.rsgsupport.org**

Se produjo una secuencia de transformaciones para crear los dos polígonos similares. Proporciona un conjunto específico de pasos que puedan usarse para crear la imagen a partir de la imagen previa.

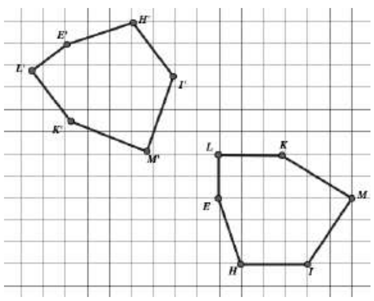
14.



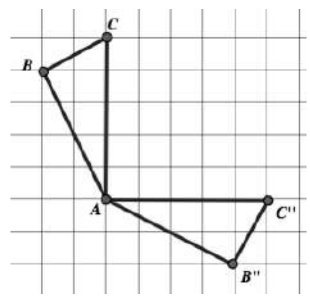
15.



16.



17.

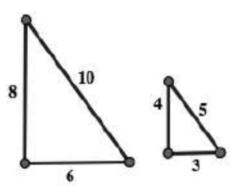


RENDIMIENTO

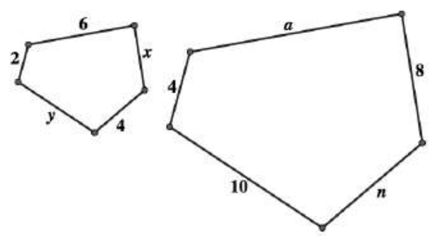
Tema: Proporciones en polígonos similares

Por cada par de polígonos similares, provee tres proporciones equivalentes.

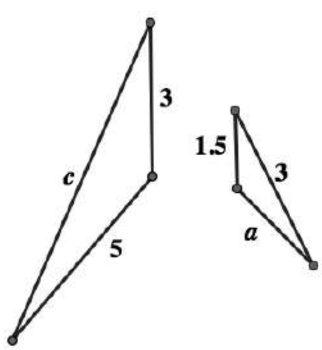
18.



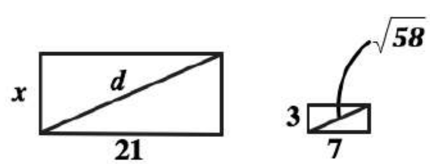
19.



20.



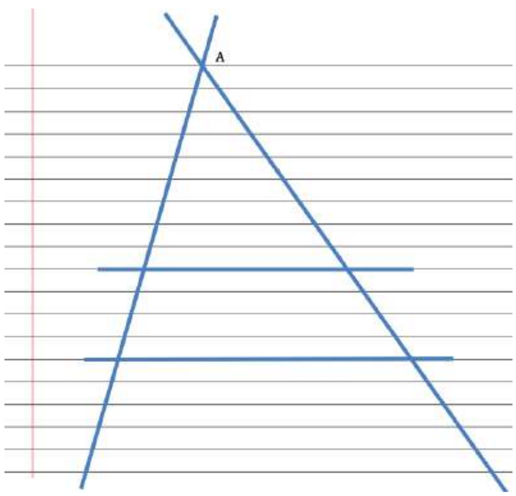
21.



6.4 Dividido por una Línea Transversal

Actividad para Consolidar Comprensión

Dibuja dos líneas transversales que muestre el punto en que se cruzan en una hoja de papel rayado, como en el siguiente diagrama. Rotula el punto de intersección de las transversales A. Selecciona dos líneas horizontales para formar el tercer lado de dos triángulos diferentes.



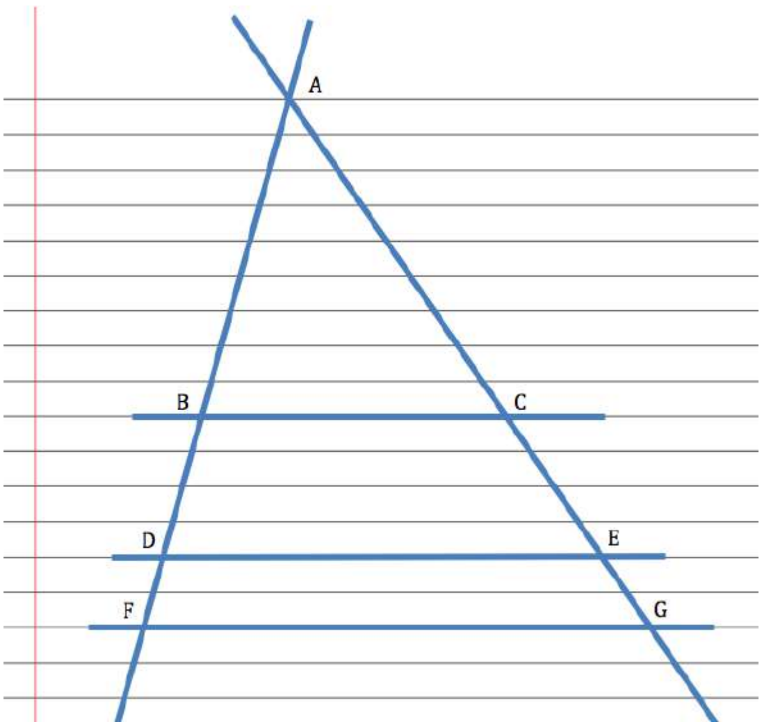
1. ¿Qué te convence de que los dos triángulos formados por las líneas transversales y horizontales son similares?

2. Etiqueta los vértices de los triángulos. Escribe algunas declaraciones de proporcionalidad sobre los lados de los triángulos y luego verifica las declaraciones de proporcionalidad midiendo los lados de los triángulos.

3. Selecciona un tercer segmento de línea horizontal para formar un tercer triángulo que sea similar a los otros dos. Escribe algunas declaraciones de proporcionalidad adicionales y verifícalas con medidas.

Tristan ha escrito esta proporción para la pregunta 3, según su diagrama a continuación: $\frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC}$

Tia piensa que la proporción de Tristan es incorrecta, porque algunos de los segmentos en su proporción no son lados de un triángulo.



4. Verifica la idea de Tristan usando medidas de los segmentos en su diagrama a la izquierda.

5. Ahora verifica esta misma idea usando proporciones de segmentos de tu propio diagrama. Prueba al menos dos proporciones diferentes, incluyendo segmentos que no tengan A como uno de sus puntos finales.

6. Según tus ejemplos, ¿quién crees que está en lo correcto Tristan o Tia?

Tia todavía no está convencida, ya que Tristan está basando su trabajo en un solo diagrama. Ella decide comenzar con una proporción que sabe que es verdadera: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$. (¿Por qué es esto cierto?)

Tia se da cuenta de que puede reescribir esta proporción como $\frac{AB+BD}{AB} = \frac{AC+CE}{AC}$ (¿Por qué es esto cierto?)

¿Puedes usar la proporción de Tia para demostrar algebraicamente que Tristan está en lo correcto?

6.4

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

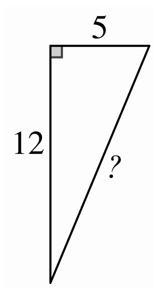
Nombre Periodo Fecha

PREPARACIÓN

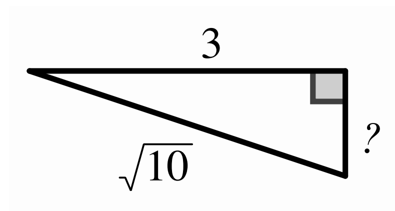
Tema: Teorema de Pitágoras y proporciones en triángulos similares

Encuentra el lado faltante en cada triángulo rectángulo.

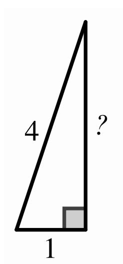
1.



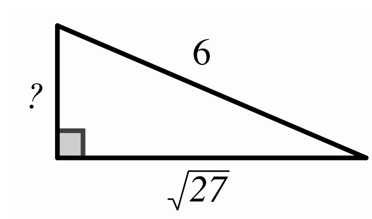
2.



3.

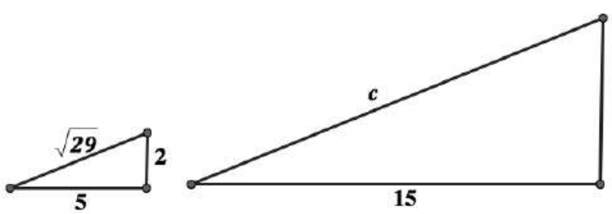


4.

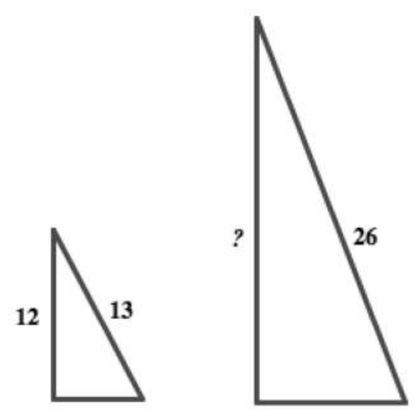


Crea una proporción para cada conjunto de triángulos similares. Luego resuelve la proporción.

5.



6.

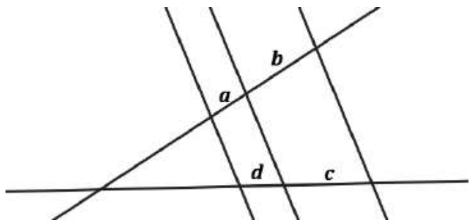


PRÁCTICA

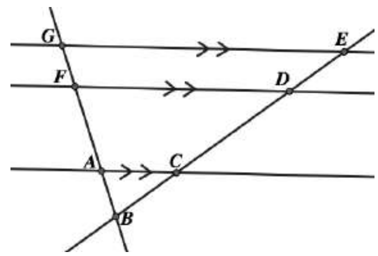
Tema: Proporcionalidad de líneas transversales a través de líneas paralelas

Para las preguntas 7 y 8, escribe tres proporciones iguales.

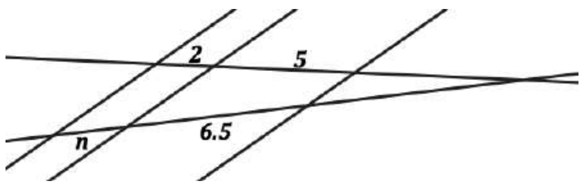
7. *Las letras a, b, c y d representan las longitudes de segmentos de línea.*



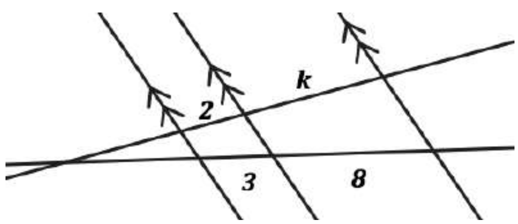
8.



9. Escribe y resuelve una proporción que proveerá la longitud que hace falta.

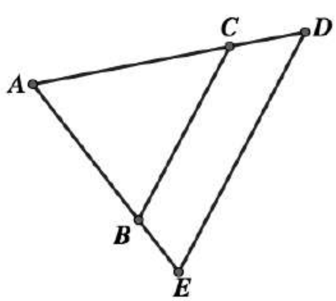


10. Escribe y resuelve una proporción que proveerá la longitud que hace falta.

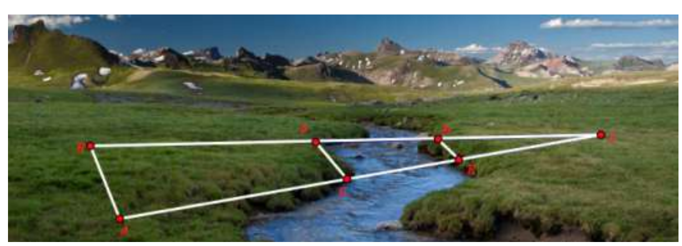


Para las preguntas 11 – 14 encuentra y etiqueta las líneas paralelas. (ejemplo: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$). Luego, escribe una declaración de similitud para los triángulos que son similares. (ejemplo: $\Delta\,ABC \sim \Delta\,XYZ$)

11.

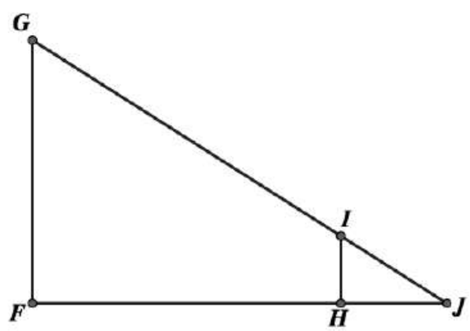


12.

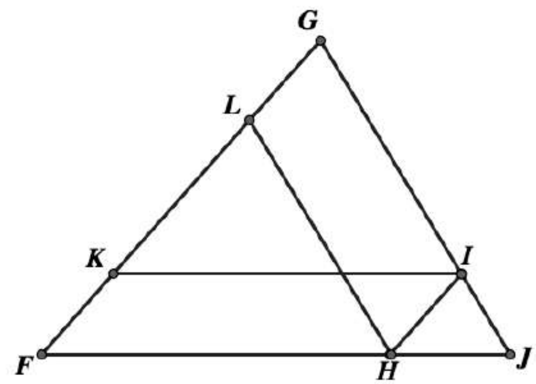


CC BY https://www.flickr.com/photos/mypubliclands/14937644058

13.



14.

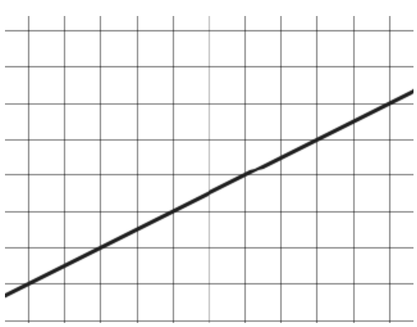


RENDIMIENTO

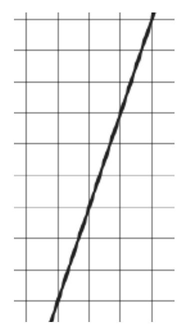
Tema: Similitud en triángulos con pendiente

Cada línea a continuación tiene varios triángulos que se pueden usar para determinar la pendiente. Para cada línea, dibuja tres triángulos de diferentes tamaños que definan la pendiente, y luego crea la proporción de elevación a recorrido para cada uno.

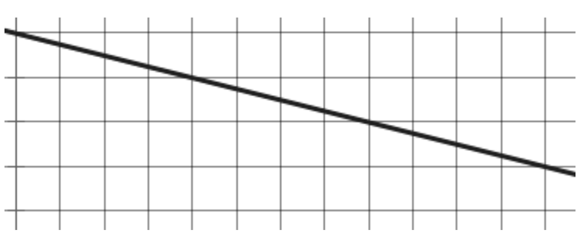
15.



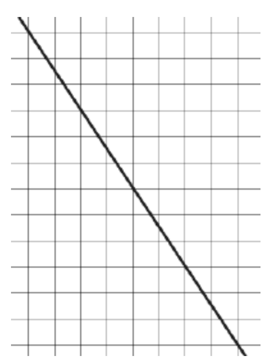
16.



17.



18.



Need help? Visit **www.rsgsupport.org**

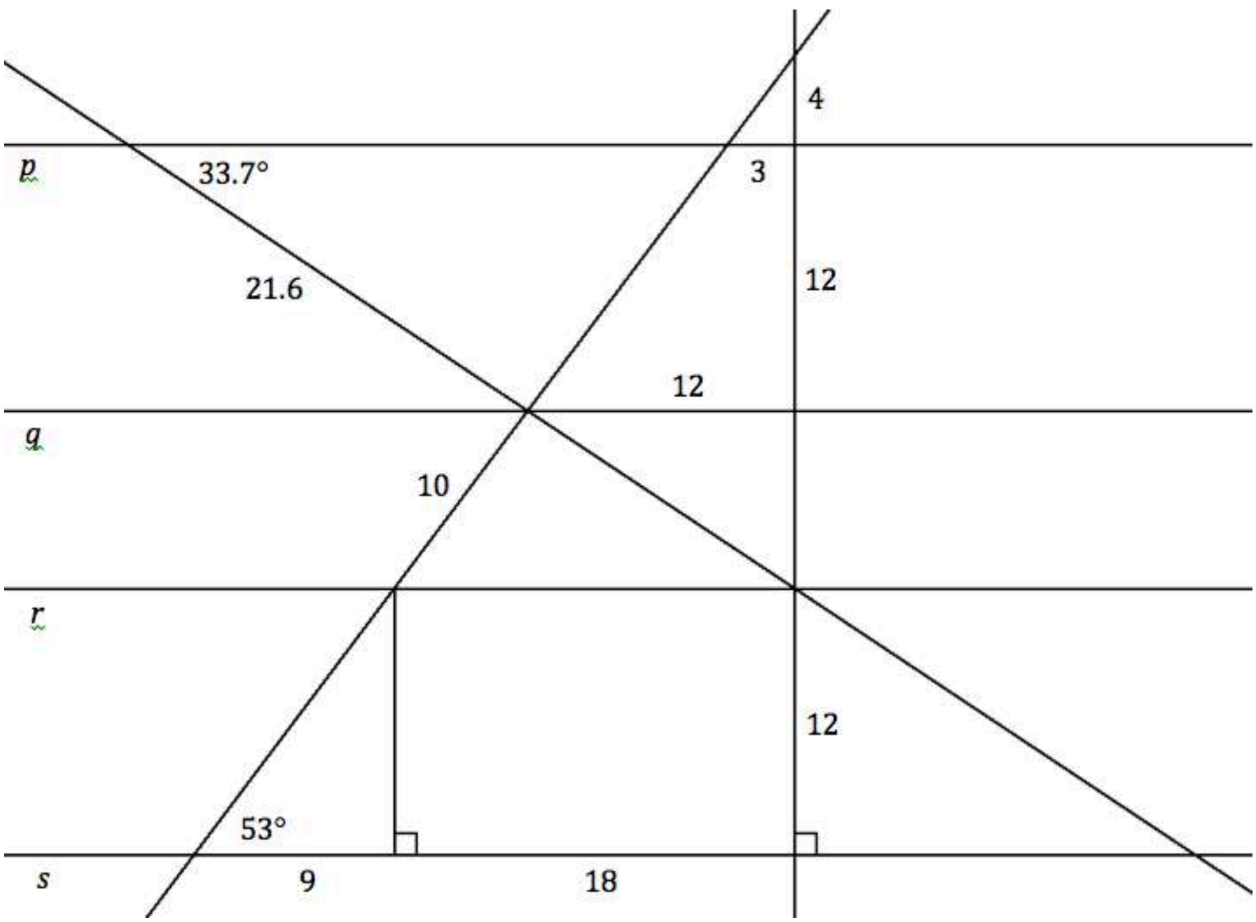
6.5 Razonamiento Medido

Actividad para Practicar Comprensión

CC BY Official U.S. Navy Page
https://flic.kr/p/agzy1s

Encuentra las medidas de todos los lados y los ángulos faltantes usando el razonamiento geométrico, no uses reglas ni transportadores. Si crees que es imposible encontrar una medida, identifica qué información te hace falta.

Las líneas p, q, r y s son todas paralelas.



1. Identifica al menos tres cuadriláteros diferentes en el diagrama. Encuentra la suma de los ángulos interiores para cada cuadrilátero. Haz una conjetura sobre la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero.

   Conjetura:

2. Identifica al menos tres pentágonos diferentes en el diagrama. (Sugerencia: los pentágonos no necesitan ser convexos). Encuentra la suma de los ángulos interiores de cada pentágono. Haz una conjetura sobre la suma de los ángulos interiores de un pentágono.

   Conjetura:

3. ¿Ves un patrón en la suma de los ángulos de un polígono a medida que aumenta el número de lados? ¿Cómo puedes describir este patrón simbólicamente?

4. ¿Cómo puedes convencerte de que este patrón es válido para todos los n-gonos?

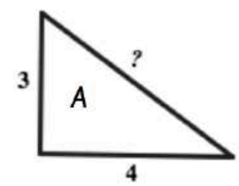
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

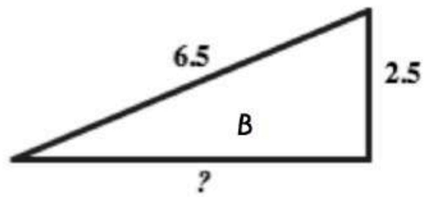
Nombre Periodo Fecha

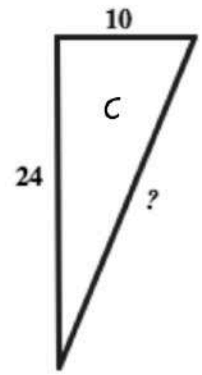
PREPARACIÓN

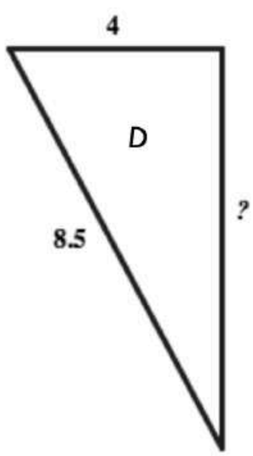
Tema: Teorema de Pitágoras y proporciones de triángulos similares

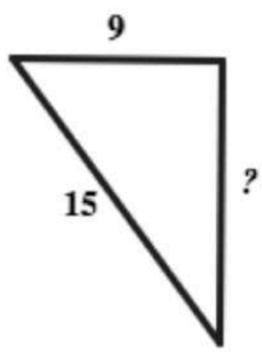
Encuentra el lado faltante en cada triángulo rectángulo. Los triángulos no están dibujados a escala.

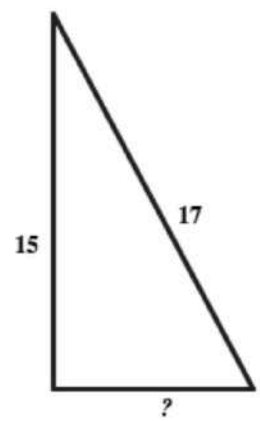
1.


2.


3.


4.


5.


6.


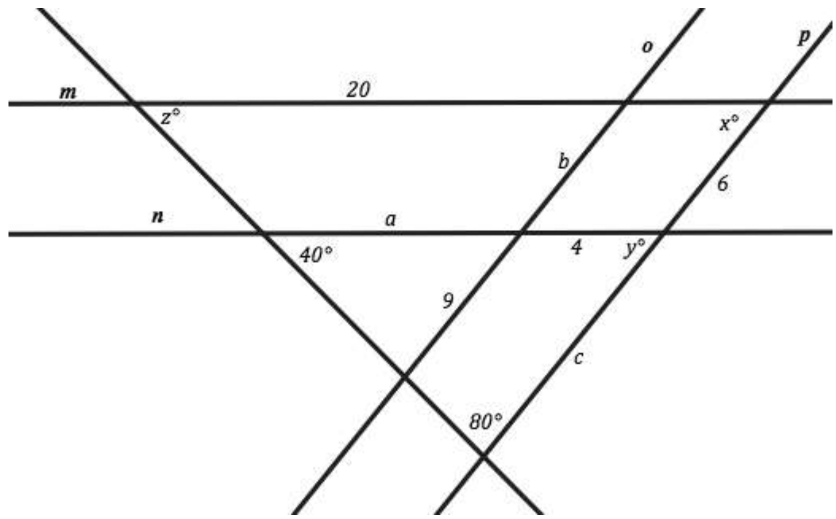
PRÁCTICA

Tema: Usar líneas paralelas y relaciones angulares para encontrar valores faltantes

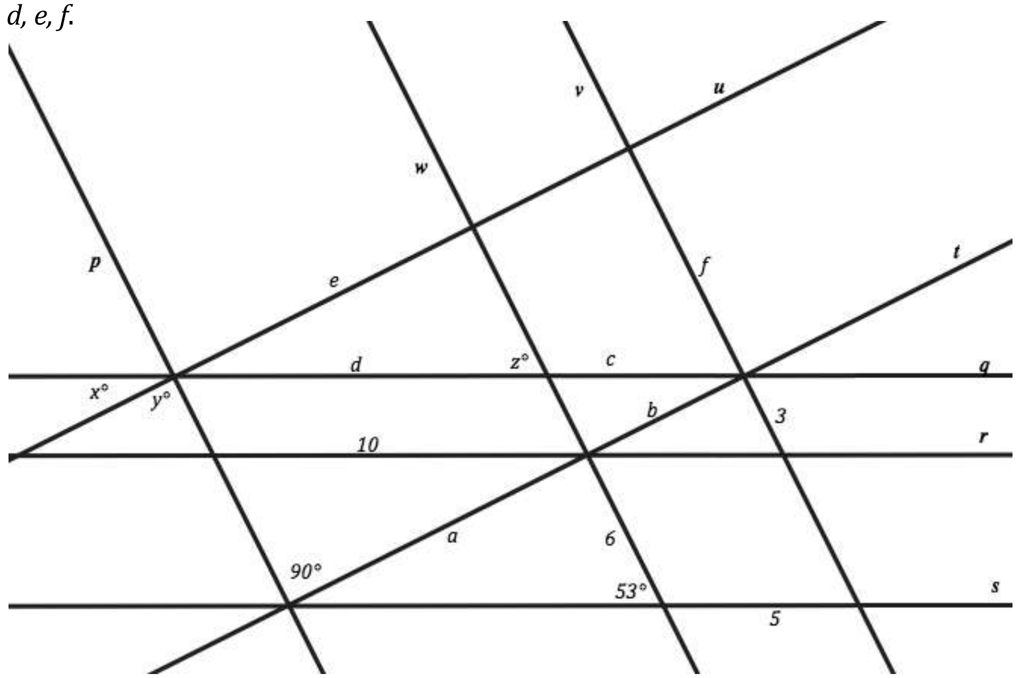
En cada uno de los diagramas, usa la información proporcionada para encontrar las medidas faltantes de las longitudes y ángulos.

mathematics vision project

8. Línea $m \| n$ y $o \| p$, encuentra los valores de los ángulos *x, y* y *z*. También encuentra las longitudes de *a, b* y *c*.



9. Línea $q \parallel r \parallel s$ y $t \parallel u$ y $p \parallel w \parallel v$, encuentra los valores de los ángulos *x, y* y *z*. También encuentra las longitudes de *a, b, c, d, e, f*.



RENDIMIENTO

Tema: Resolver ecuaciones incluyendo aquellas que incluyen proporciones

Resuelve cada ecuación a continuación.

10.

$$3x - 5 = 2x + 7$$

11.

$$\frac{5}{7} = \frac{x}{21}$$

12.

$$\frac{3}{x} = \frac{18}{5x + 2}$$

13.

$$\frac{1}{2}x - 7 = \frac{3}{4}x - 8$$

14.

$$17 + 3(x - 5) = 2(x + 3)$$

15.

$$\frac{x + 5}{6} = \frac{3(x + 2)}{9}$$

16.

$$x + 2 + 3x - 8 = 90$$

17.

$$\frac{5}{12} = \frac{x}{8}$$

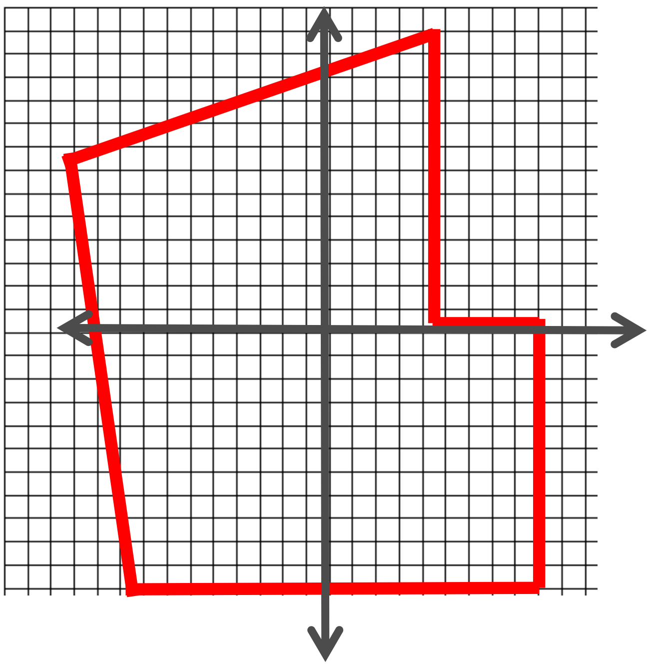
18.

$$\frac{4}{5} = \frac{x + 2}{15}$$

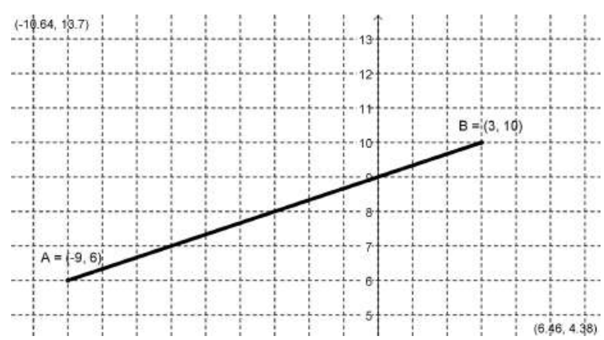
6. 6 Trabajo en el Jardín en Segmentos

Actividad para Consolidar Comprensión

La familia de Malik ha comprado una casa nueva con un patio sin terminar. Dibujaron el siguiente mapa del patio de atrás:

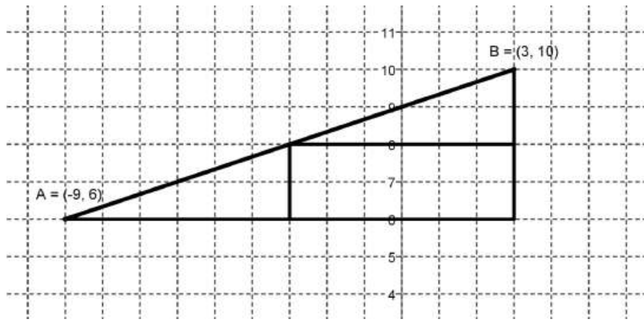


Malik y su familia están usando el mapa para plantar jardines y pisos para este patio. Planean diseñar el patio con estacas y cuerdas para saber dónde sembrar pasto, flores o vegetales. Quieren comenzar con un huerto que será paralelo a la cerca que se muestra en la parte superior del mapa de arriba.



1. Colocan la primera estaca en (-9, 6) y la estaca al final del jardín en (3, 10). Quieren marcar el medio del jardín con otra estaca. ¿Dónde debe colocarse la estaca que es el punto medio del segmento entre las dos estacas? Usando un diagrama, describe tu estrategia para encontrar este punto.

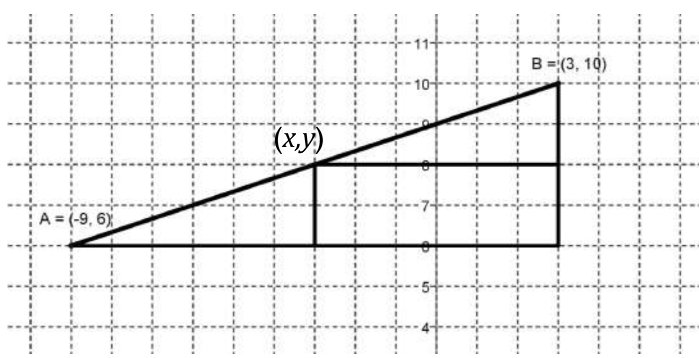
Malik descubrió el punto medio diciendo: "Tiene sentido para mí que el punto medio esté a mitad de camino entre las dos estacas, así que dibujé un triángulo rectángulo y corté el lado horizontal por la mitad y el lado vertical por la mitad así:"



Malik continuó, "Eso me puso justo en (-3, 8). Lo único que me parece gracioso es que sé que la base del triángulo grande era 12 y que la altura del triángulo era 4, así que pensé que el punto medio sería (6, 2) ".

2. Explícale a Malik por qué la lógica que le hizo pensar que el punto medio era (6, 2) es casi correcta, y cómo profundizar su pensamiento para usar las coordenadas de los puntos finales para obtener el punto medio de (-3,6).

La hermana de Malik, Sapana, miró su dibujo y dijo: "Oye, dibujé la misma imagen, pero noté que los dos triángulos más pequeños que se formaron eran congruentes. Como no sabía con certeza cuál era el punto medio, lo llamé *(x, y).* Luego usé ese punto para escribir una expresión para la longitud de los catetos o lados de los triángulos pequeños. Por ejemplo, calculé que la base del triángulo inferior era *x - (-9).*



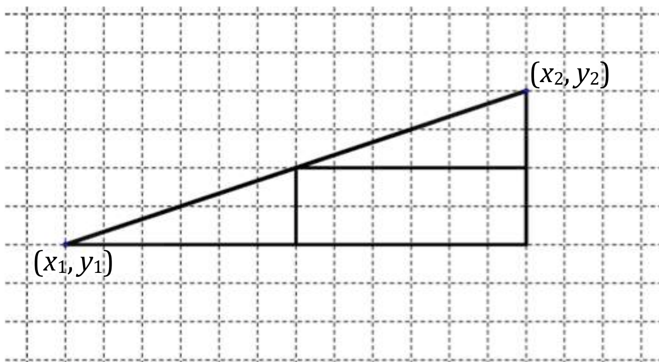
3. Etiqueta todos los otros lados de los dos triángulos rectángulos más pequeños usando la estrategia de Sapana.

Sapana continuó: "Una vez que etiqueté los triángulos, escribí ecuaciones haciendo las bases iguales y las alturas iguales".

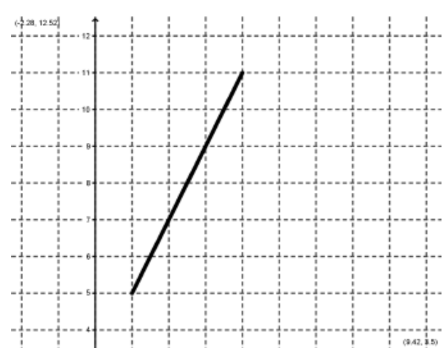
4. ¿Funciona la estrategia de Sapana? Muestra por qué sí o por qué no.

5. Elije una estrategia y úsala para encontrar el punto medio del segmento con los puntos finales (-3, 4) y (2, 9).

6. Usa cualquiera de las estrategias para encontrar el punto medio del segmento entre (x_1, y_1) y (x_2, y_2).



La próxima área en el jardín que se marcará es para un jardín de flores. Los padres de Malik tienen la idea de que parte del jardín debe contener un gran rosal y el resto del jardín tendrá flores más pequeñas, como petunias. Quieren que la sección con las otras flores sea dos veces más larga que la sección con el rosal. La estaca en los puntos finales de este jardín estará en (1, 5) y (4, 11). El padre de Malik dice: "Necesitaremos una estaca que marque el final del jardín de rosas".



7. Ayuda a Malik y Sapana a determinar dónde se colocará la estaca si el rosal estará más cerca de la estaca en (1, 5) que la estaca en (4, 11).

Solo hay un juego más de estacas que colocar. Esta vez las estacas finales están en (-8, 5) y (2, -10). Se necesita colocar otra estaca que divida este segmento en dos partes para que la proporción de las longitudes sea 2: 3.

8. ¿Dónde debe colocarse la estaca si debe estar más cerca de la estaca en (-8, 5) que en la estaca en (2, -10)?

6.6

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

PREPARACIÓN

Tema: Promedios, medidas de centro, media aritmética

Para cada conjunto de números, encuentra el promedio. Explica cómo el promedio del conjunto se compara con los valores del conjunto.

1. 6, 12, 10, 8
2. 2, 7, 12
3. -13, 21
4. 3, -9, 15
5. 43, 52
6. 38, 64, 100

Encuentra el valor que está exactamente a la mitad entre los dos valores dados. Explica cómo se encuentra este valor.

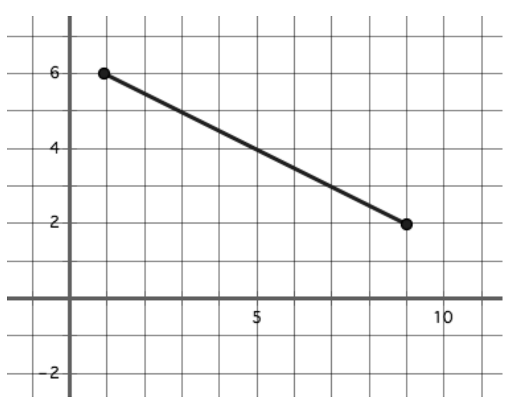
7. 5, 13
8. 26, 42
9. 57, 77
10. -34, -22
11. -45, 3
12. -12, 18

PRÁCTICA

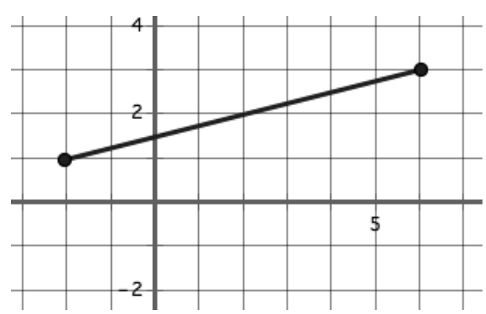
Tema: Puntos medios de los segmentos y proporcionalidad de los lados en triángulos similares

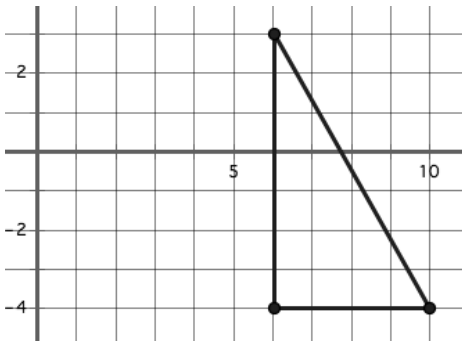
Encuentra las coordenadas del punto medio de cada segmento de línea a continuación. Si se dan múltiples segmentos de línea, proporciona los puntos medios de todos los segmentos.

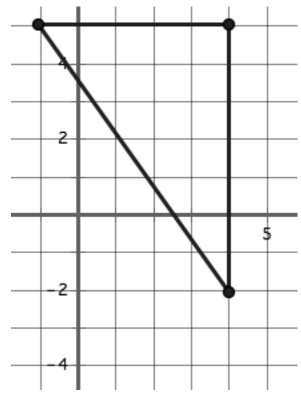
13.



14.



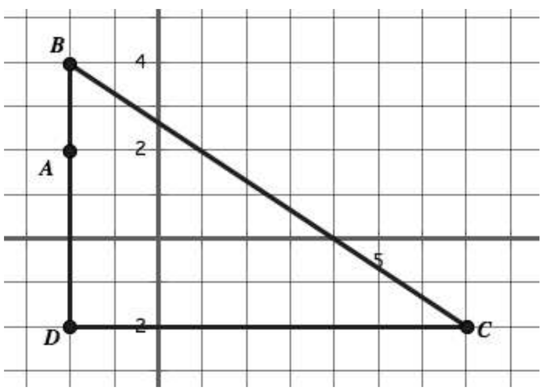
15. 

16. 

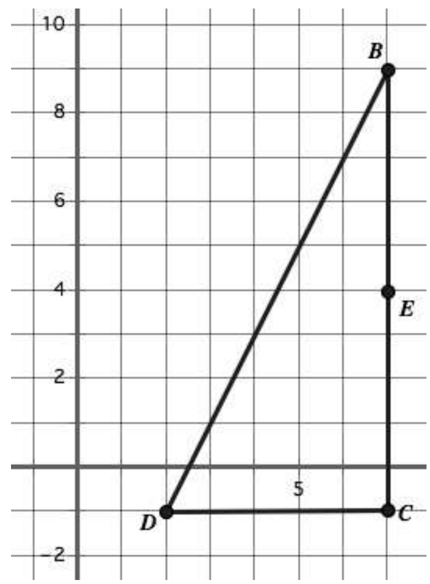
17. Un segmento de línea entre (2, 3) y (10, 15)

18. Un segmento de línea entre (-2, 7) y (3, -8)

Usa relaciones de proporcionalidad para encontrar los valores deseados.

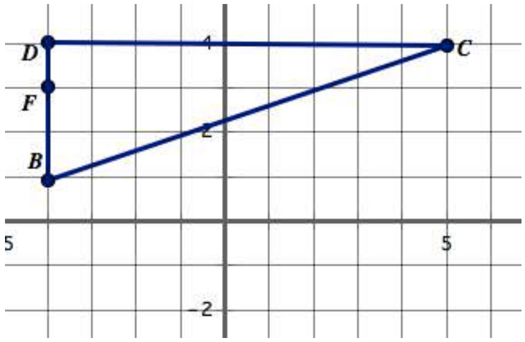
19. 

Si se dibuja una línea paralela a $\overline{BC}$ y a través del punto A. ¿En qué coordenadas será la intersección de esta línea paralela con $\overline{DC}$?

20. 

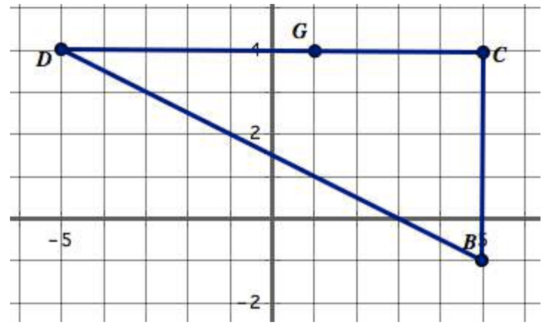
Si se dibuja una línea paralela a $\overline{BD}$ y a través del punto E. ¿En qué coordenadas será la intersección de esta línea paralela con $\overline{DC}$?

21.



Si se dibuja una línea paralela a $\overline{BC}$ y a través del punto F. ¿En qué coordenadas será la intersección de esta línea paralela con $\overline{DC}$?

22.



Si se dibuja una línea paralela a $\overline{BD}$ y a través del punto G. ¿En qué coordenadas será la intersección de esta línea paralela con $\overline{BC}$?

23. Cuando se traza una línea paralela a un lado de un triángulo para que intersecte los otros dos lados del triángulo, ¿cómo se comparan las medidas de las partes de los dos lados intersectados? Explica.

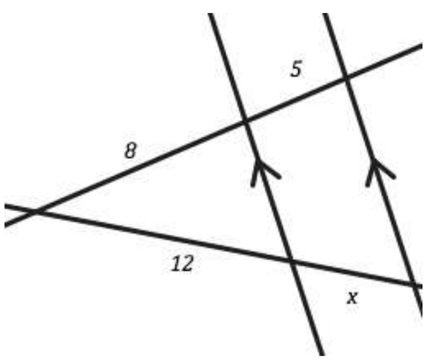
24. En los problemas 19-22 se proporcionaron triángulos rectángulos. ¿Se podría hacer una determinación de las coordenadas si no fueran triángulos rectángulos? ¿Por qué sí o por qué no?

RENDIMIENTO

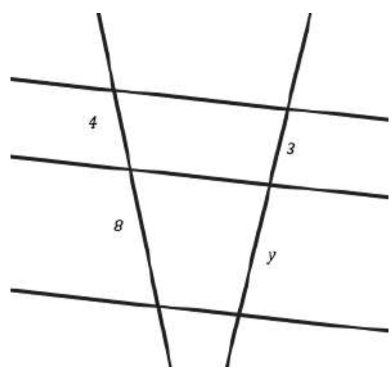
Tema: Proporcionalidad con líneas paralelas

Escribe una proporción para cada uno de los diagramas a continuación y resuelve el valor que hace falta.

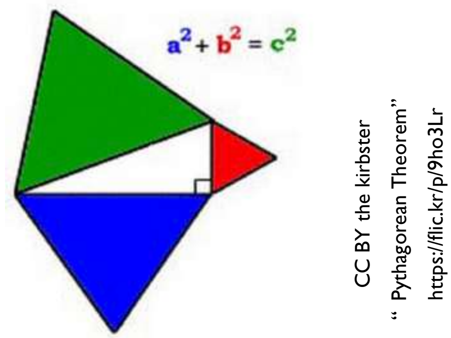
25.



26.



6. 7 Pitágoras por Proporciones



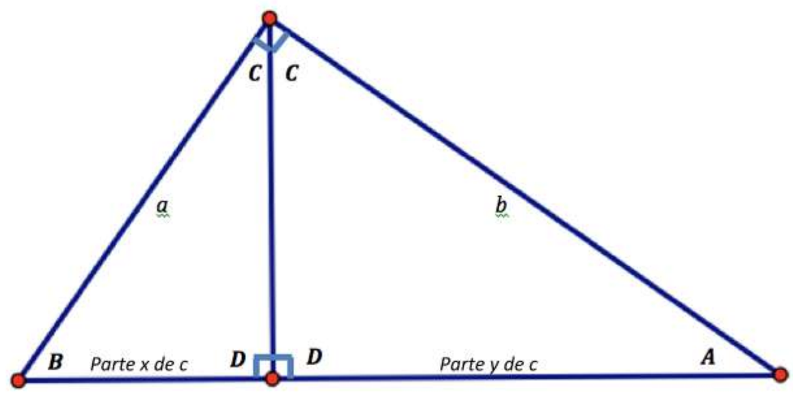
Actividad para Practicar Comprensión

Hay muchas pruebas diferentes del Teorema de Pitágoras. Aquí hay una basado en triángulos similares.

Paso 1: corta una tarjeta de 4 × 6 a lo largo de una de sus diagonales para formar dos triángulos rectángulos congruentes.

Paso 2: en cada triángulo rectángulo, dibuja una altitud desde el vértice del ángulo rectángulo hasta la hipotenusa.

Paso 3: etiqueta cada triángulo como se muestra en el siguiente diagrama. Voltea cada triángulo y etiquete los lados y ángulos coincidentes con los mismos nombres en la parte posterior y en el frente.



Paso 4: corta uno de los triángulos rectángulos a lo largo de la altitud para formar dos triángulos rectángulos más pequeños.

Paso 5: organiza los tres triángulos de una manera que te convenza de que los tres triángulos rectángulos son similares. Es posible que deba reflejar y/o rotar uno o más triángulos para formar este arreglo.

Paso 6: escribe declaraciones de proporcionalidad para representar las relaciones entre los lados etiquetados de los triángulos.

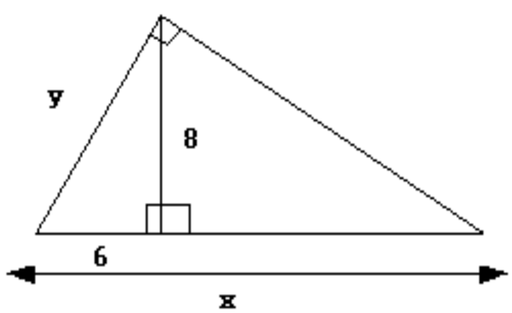
Paso 7: Resuelve x en una de tus proporciones e y en la otra proporción. (Si no ha escrito las proporciones que involucren x e y, estudia tu conjunto de triángulos hasta que puedas hacerlo).

Paso 8: Trabaja con las ecuaciones que escribiste en el paso 7 hasta que puedas mostrar algebraicamente que a $a^2 + b^2 = c^2$. (Recuerda, x + y = c).
Usa tu conjunto de triángulos para ayudarte a demostrar los siguientes dos teoremas algebraicamente. Para este trabajo, querrás etiquetar ***h*** *(altura)* la longitud de la altitud del triángulo rectángulo original. Los catetos apropiados de los triángulos rectángulos más pequeños también deben etiquetarse ***h*** *(altura)*.

Teorema 1 de la altura del triángulo rectángulo: si una altura se dibuja a la hipotenusa de un triángulo rectángulo, la longitud de la altura es la media geométrica entre las longitudes de los dos segmentos formados en la hipotenusa.

Teorema 2 de la altura del triángulo rectángulo: si una altura se dibuja a la hipotenusa de un triángulo rectángulo, la longitud de cada cateto del triángulo rectángulo es la media geométrica entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del segmento en la hipotenusa adyacente al cateto.

Usa tu conjunto de triángulos para ayudarte a encontrar los valores de *x* e *y* en el siguiente diagrama.



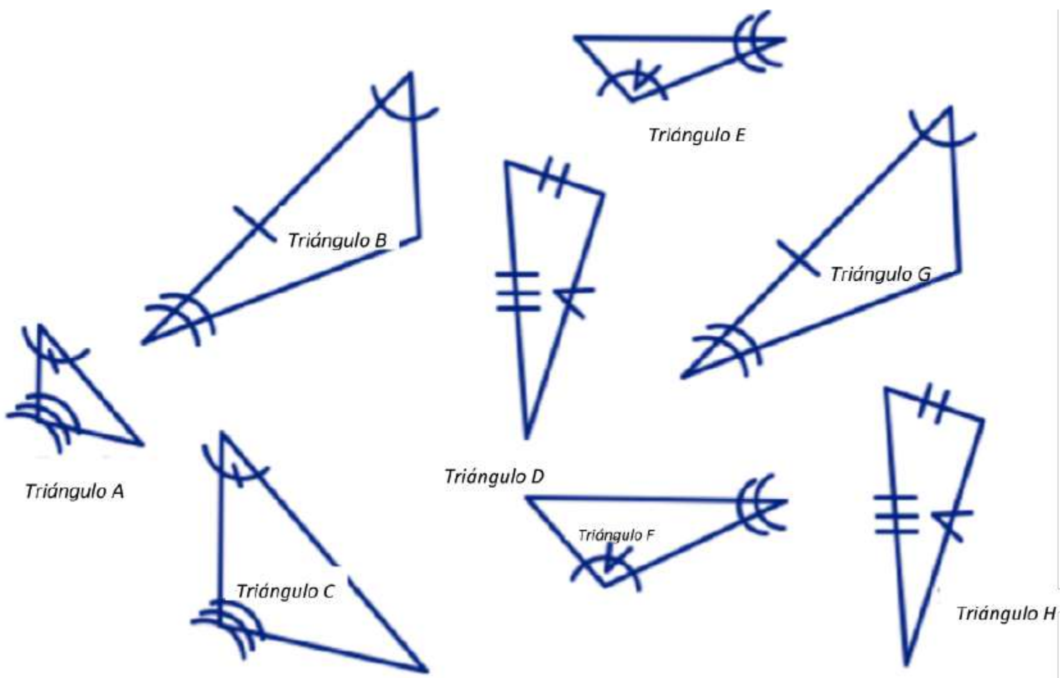
6.7

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

PREPARACIÓN

Tema: determinación de similitud y congruencia en triángulos

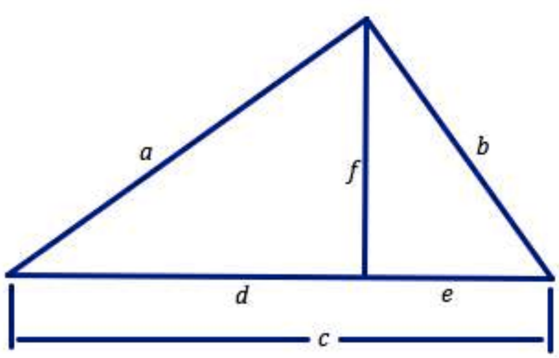
1. **Determina cuál de los siguientes triángulos son similares y cuáles son congruentes. Justifica tus conclusiones. Explica tu razonamiento de los triángulos que elijas como similares y congruentes.**



PRÁCTICA

Tema: Similitud en triángulos rectángulos

Usa los triángulos rectángulos dados con alturas dibujadas a la hipotenusa para completar correctamente las proporciones.



2. $\frac{a}{c} = \frac{f}{?}$

3. $\frac{a}{f} = \frac{c}{?}$

4. $\frac{a}{b} = \frac{f}{?}$

5. $\frac{a}{d} = \frac{c}{?}$

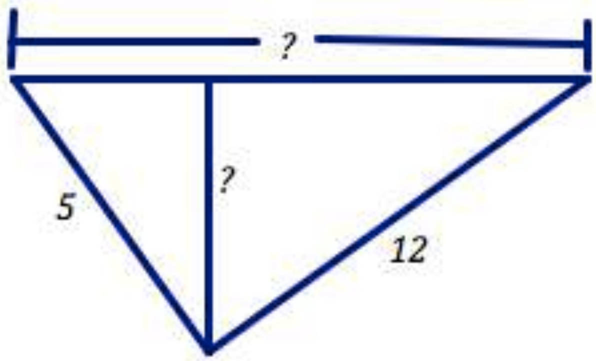
6. $\frac{f}{d} = \frac{e}{?}$

7. $\frac{b}{c} = \frac{e}{?}$

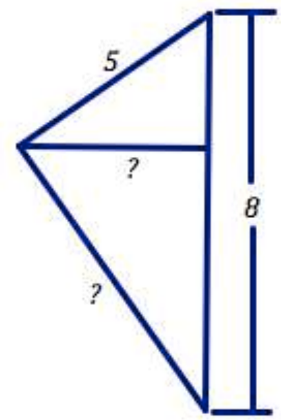
Need help? Visit **www.rsgsupport.org**

Encuentra el valor que falta para cada triángulo rectángulo con altura.

8.



9.

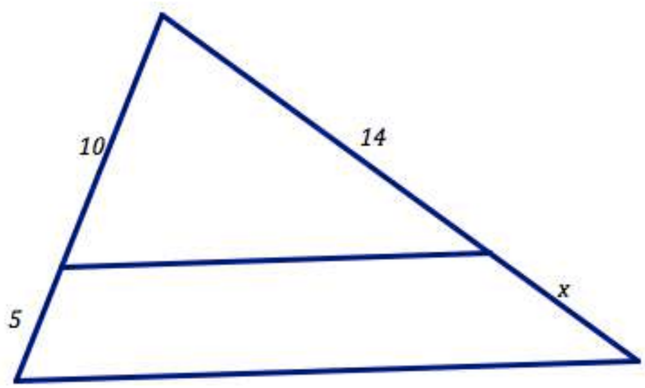


RENDIMIENTO

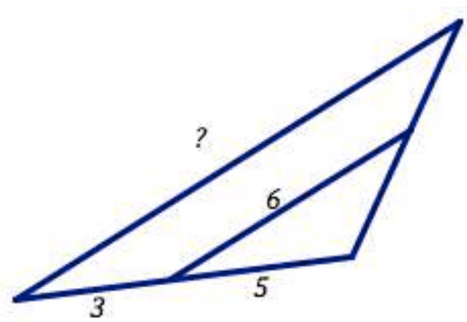
Tema: usa similitudes y líneas paralelas para resolver los problemas

En cada problema, determina los valores deseados utilizando triángulos semejantes, líneas paralelas y relaciones proporcionales. Escribe una proporción y resuelve.

10.



11.



Need help? Visit www.rsgsupport.org

Analiza cada tabla a continuación y determina los valores que hacen faltan en función de la información y los valores dados en la tabla.

12. Una secuencia aritmética

Término	1	2	3	4
Valor	7			22

13. Una secuencia geométrica

Término	1	2	3	4
Valor	7			56

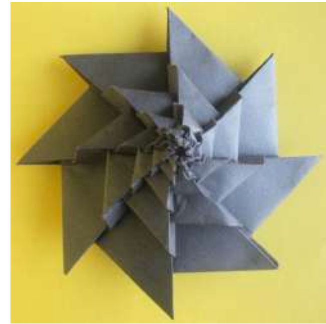
14. Una secuencia aritmética

Término	5	6	7	8
Valor	10			43

15. Una secuencia geométrica

Término	7	8	9	10
Valor	3			24

6. 8 ¿Son las Relaciones Predecibles?



Actividad para Desarrollar Comprensión

En tu cuaderno, dibuja un triángulo rectángulo con un ángulo de 60°.
Mide cada lado de tu triángulo con la mayor precisión posible con una regla de centímetros.
Usando el ángulo de 60° como el ***ángulo de referencia***, enumera la medida para cada uno de los siguientes:

Longitud del lado ***adyacente***: Longitud del lado ***opuesto***:

Longitud de la ***hipotenusa***:

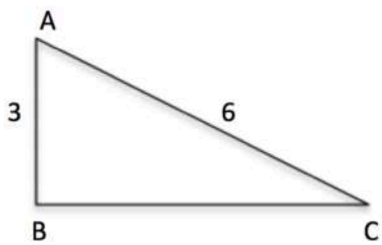
Crea las siguientes proporciones usando tus medidas:

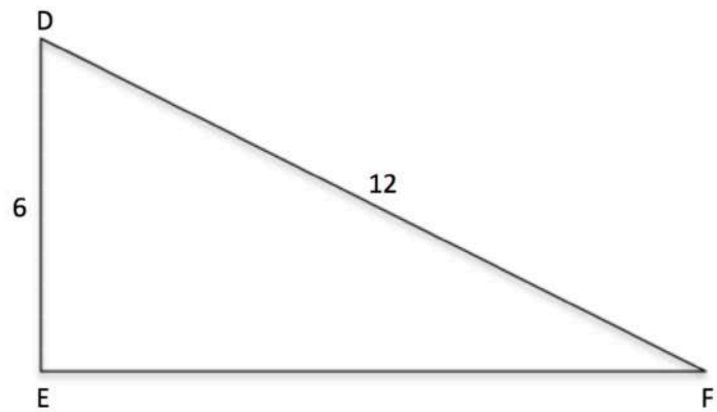
$$\frac{\textit{lado opuesto}}{\textit{hipotenusa}} = \qquad \frac{\textit{lado adyacente}}{\textit{hipotenusa}} =$$

$$\frac{\textit{lado opuesto}}{\textit{lado adyacente}} =$$

1. Compara tus proporciones con otras que tengan un triángulo de un tamaño diferente. ¿Que notaste? Explica cualquier conexión que encuentres con el trabajo de otros.

2. En los triángulos rectángulos a continuación, encuentra la longitud faltante y luego crea las proporciones deseadas según el ángulo de referencia (ángulo A y ángulo D).





Lista las proporciones para el ΔABC utilizando el ángulo A como ángulo de referencia.

$$\frac{\text{lado opuesto}}{\text{hipotenusa}} =$$

$$\frac{\text{lado adyacente}}{\text{hipotenusa}} =$$

$$\frac{\text{lado opuesto}}{\text{lado adyacente}} =$$

Lista las proporciones para el ΔDEF utilizando el ángulo D como ángulo de referencia.

$$\frac{\text{lado opuesto}}{\text{hipotenusa}} =$$

$$\frac{\text{lado adyacente}}{\text{hipotenusa}} =$$

$$\frac{\text{lado opuesto}}{\text{lado adyacente}} =$$

3. ¿Qué notas sobre las proporciones de los dos triángulos dados? ¿Cómo se comparan estas proporciones con las proporciones del triángulo en la página anterior?

4. ¿Qué puedes inferir sobre las medidas de los ángulos ΔABC y ΔDEF?

5. ¿Por qué ocurren las relaciones que notaste?

6. ¿Qué puedes concluir sobre la proporción de los lados en un triángulo rectángulo que tiene un ángulo de 60°? ¿Crees que los triángulos rectángulos con otras medidas de ángulos tendrían relaciones similares entre sus proporciones?

6.8

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

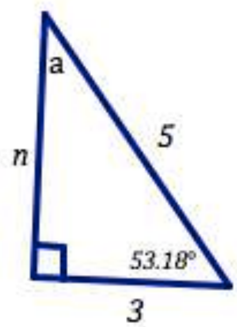
Nombre Periodo Fecha

PREPARACIÓN

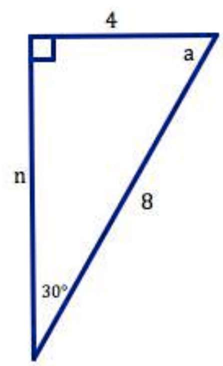
Tema: Propiedades de ángulos y lados en triángulos rectángulos

Para cada triángulo rectángulo a continuación, encuentra el lado *n* que falta (el teorema de Pitágoras podría ser útil) y el ángulo que falta, *a* (el teorema de la suma de ángulos para triángulos podría ser útil).

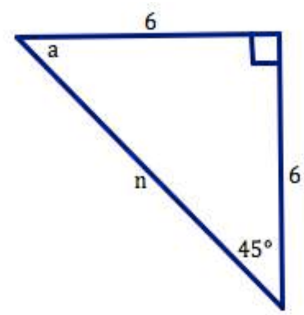
1.



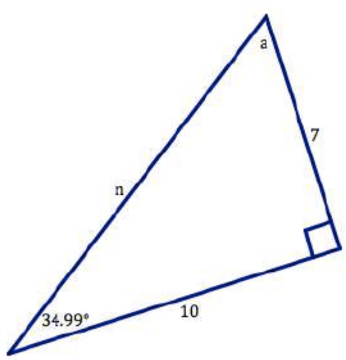
2.



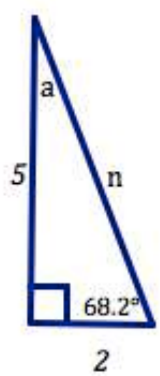
3.



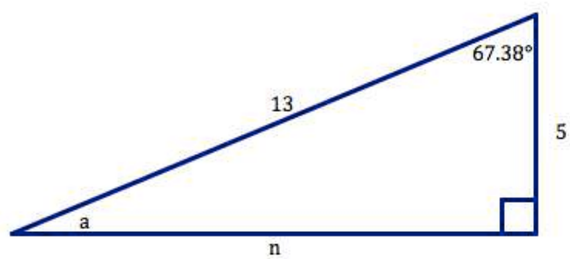
4.



5.



6.



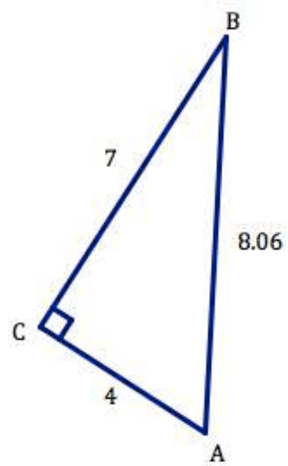
Need help? Visit **www.rsgsupport.org**

PRÁCTICA

Tema: Creación de proporciones trigonométricas para triángulos rectángulos

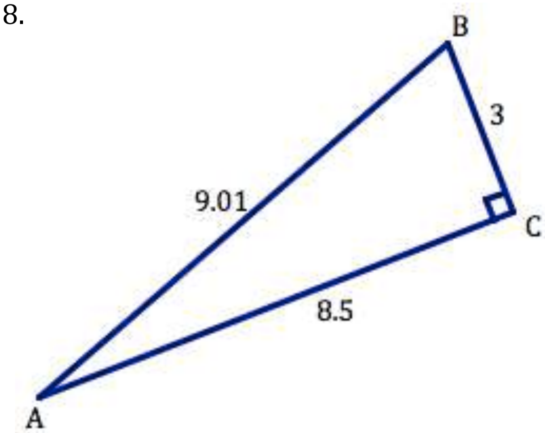
Para cada triángulo rectángulo y el ángulo de referencia identificado, crea las proporciones trigonométricas deseadas. Si falta alguno de los lados del triángulo, encuéntralo(s) antes de determinar la proporción.

7.



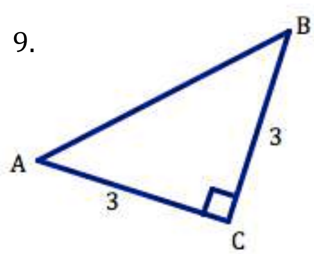
Cos (A)= Cos (B)=
Sen (A)= Sen (B)=
Tan (A)= Tan (B)=

8.



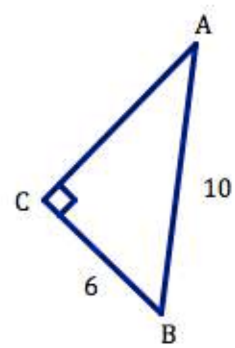
Cos (A)= Cos (B)=
Sen (A)= Sen (B)=
Tan (A)= Tan (B)=

9.



Cos (A)= Cos (B)=
Sen (A)= Sen (B)=
Tan (A)= Tan (B)=

10.



Cos (A)= Cos (B)=
Sen (A)= Sen (B)=
Tan (A)= Tan (B)=

Need help? Visit **www.rsgsupport.org**

RENDIMIENTO

Tema: Factorizar ecuaciones cuadráticas

Proporciona la forma factorizada y las intersecciones de *x* e *y*.

11. $f(x)= x^2 + 9x + 20$

Forma factorizada:

Intersección de x:

Intersección de y:

12. $g(x)= x^2 + 2x - 15$

Forma factorizada:

Intersección de x:

Intersección de y:

13. $h(x)= x^2 - 49$

Forma factorizada:

Intersección de x:

Intersección de y:

14. $r(x)= x^2 - 13x + 30$

Forma factorizada:

Intersección de x:

Intersección de y:

15. $f(x)= x^2 + 20x + 100$

Forma factorizada:

Intersección de x:

Intersección de y:

16. $g(x)= x^2 - 8x - 48$

Forma factorizada:

Intersección de x:

Intersección de y:

17. $h(x)= x^2 + 16x + 64$

Forma factorizada:

Intersección de x:

Intersección de y:

18. $k(x)= x^2 - 36$

Forma factorizada:

Intersección de x:

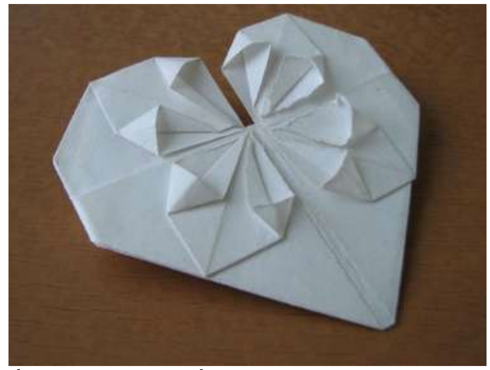
Intersección de y:

19. $p(x)= x^2 - 2x - 24$

Forma factorizada:

Intersección de x:

Intersección de y:



CC BY Andi Saleh
https://flic.kr/p/ACS6F

6.9 Relaciones con Significado

Actividad para Consolidar Comprensión

Parte I

1. Usa la información del triángulo dado para escribir las siguientes proporciones trigonométricas:

$sen\ (A) = \frac{opuesto}{hipotenusa} =$

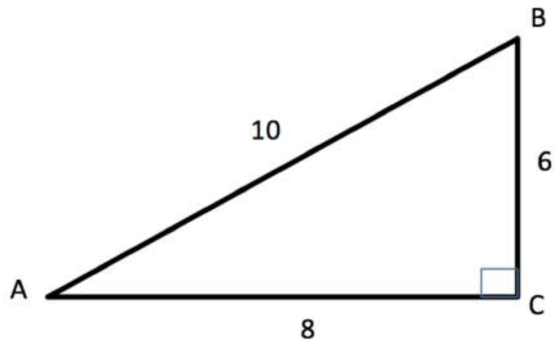
$cos\ (A) = \frac{adyacente}{hipotenusa} =$

$tan\ (A) = \frac{opuesto}{adyacente} =$

$sen\ (B) =$

$cos\ (B) =$

$tan\ (B) =$



2. *Haz lo mismo para este triángulo*:

$sen\ (A) =$

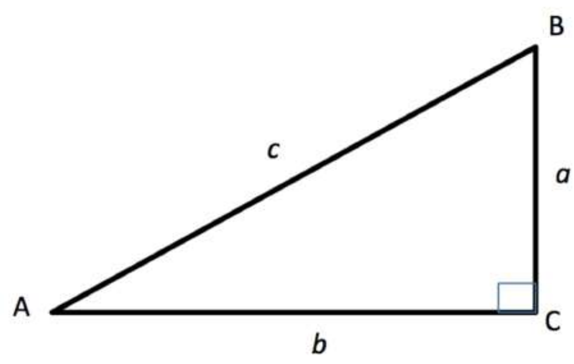
$cos\ (A) =$

$tan\ (A) =$

$sen\ (B) =$

$cos\ (B) =$

$tan\ (B) =$



3. Usa la información anterior para escribir las observaciones que notaste sobre las relaciones entre las proporciones trigonométricas de los dos ángulos de referencia diferentes en estos triángulos rectángulos.

4. ¿Crees que estas observaciones siempre serán ciertas? ¿Por qué sí o por qué no?

Parte 2

La siguiente es una lista de conjeturas hechas por estudiantes sobre triángulos rectángulos y relaciones trigonométricas. Para cada una, indica si crees que la conjetura es verdadera o falsa. Justifica tu respuesta.

5. $\cos(A) = \text{sen}(A)$

6. $\tan(A) = \frac{\text{sen}(A)}{\cos(A)}$

7. $\text{sen}(A) = \cos(90° - A)$

8. $\cos(A) = \text{sen}(B)$

9. $\cos(B) = \text{sen}(90° - A)$

10. $\tan(A) = \frac{1}{\tan(B)}$

Ten en cuenta la forma utilizada para escribir $[\text{sen}(A)]^2 = \text{sen}^2(A)$

11. $\text{sen}^2(A) + cos^2(A) = 1$

12. $1 - \text{sen}(A)^2 = cos^2(A)$

13. $\text{sen}^2(A) = \text{sen}(A^2)$

Parte 3

14. Dado un triángulo rectángulo con la siguiente proporción trigonométrica: *sen (30°)* = $\frac{1}{2}$, encuentra todas las proporciones trigonométricas para este triángulo. ¿Cómo sabes que estos valores siempre serán ciertos cuando se te dé este ángulo?

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

PREPARACIÓN

Tema: Fórmulas geométricas para perímetro, área y volumen

Indica las fórmulas de área y volumen que se requieren a continuación.

1. a. Área de un círculo:

   b. Volumen de un prisma rectangular:

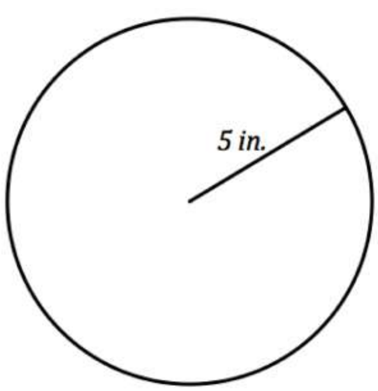
   c. Volumen de un cilindro:

   d. Área de un rectángulo:

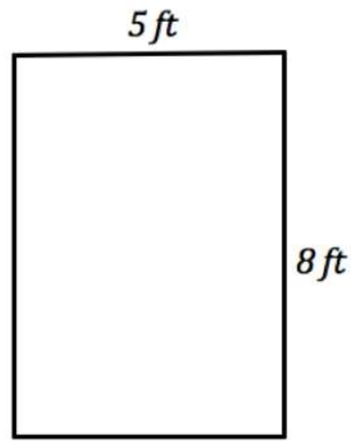
   e. Perímetro de un rectángulo:

   f. Circunferencia de un círculo:

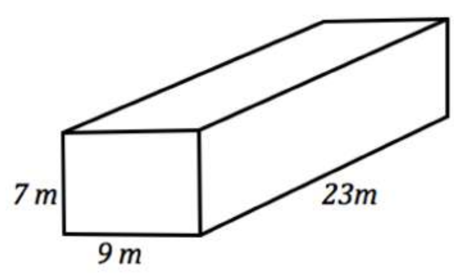
2. Encuentra la circunferencia y el área del círculo.



3. Encuentra el perímetro y el área del rectángulo.



4. Encuentra el volumen y la superficie de área del prisma.



PRÁCTICA

Tema: Proporciones trigonométricas y conexiones entre ellas.

Basado en la proporción trigonométrica dada, dibuja un triángulo y encuentra un valor posible para el lado faltante, así como las otras proporciones trigonométricas faltantes. Los ángulos A y B son los dos ángulos que no son ángulos rectos en un triángulo rectángulo.

5. tan (A)= $\frac{3}{4}$
   sen (A)=
   cos (A)=

   tan (B)=
   sen (B)=
   cos (B)=

   Dibujo del triángulo:

6. tan (A)=
   sen (A)=
   cos (A)=

   tan (B)=
   sen (B)= $\frac{8}{17}$
   cos (B)=

   Dibujo del triángulo:

7. tan (A)=
   sen (A)=
   cos (A)= $\frac{12}{13}$

   tan (B)=
   sen (B)=
   cos (B)=

   Dibujo del triángulo:

8. tan (A)=
   sen (A)=
   cos (A)=

   tan (B)=
   sen (B)= $\frac{1}{\sqrt{2}}$
   cos (B)=

   Dibujo del triángulo:

Dado un triángulo rectángulo con ángulos A y B como ángulos que son no rectos. Determina si las declaraciones a continuación son verdaderas o falsas. Justifica tu razonamiento y muestra tu argumento.

9. $\cos(A) = \frac{1}{\operatorname{sen} A}$

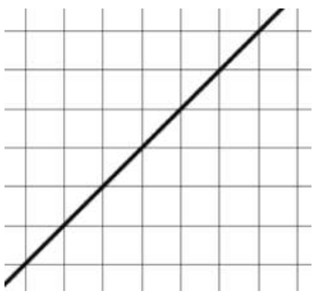
10. $\tan(B) = \tan(90° - A)$

11. $\tan(A) \cdot \cos(A) = \operatorname{sen}(A)$

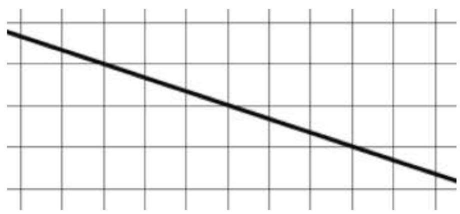
RENDIMIENTO

Tema: Pendiente como una proporción
Encuentra la pendiente de cada línea y escríbela como una proporción de elevación a recorrido.

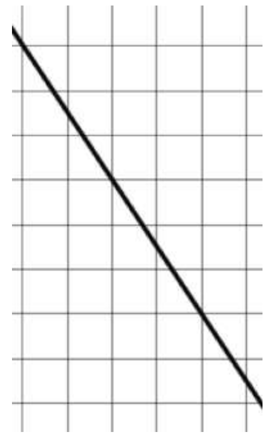
12.



13.

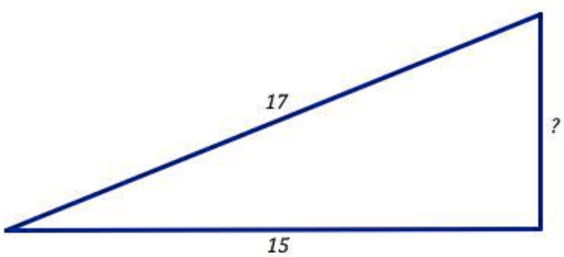


14.

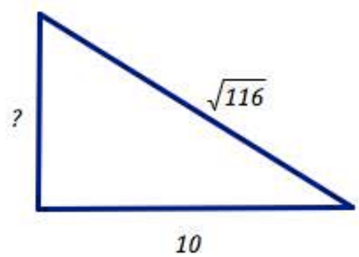


Encuentra la longitud faltante en cada triángulo rectángulo. Luego determina la pendiente de la hipotenusa.

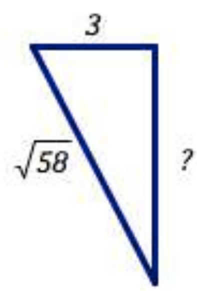
15.



16.



17.



Need help? Visit **www.rsgsupport.org**

6. 10 Encontrar el Valor de una Relación

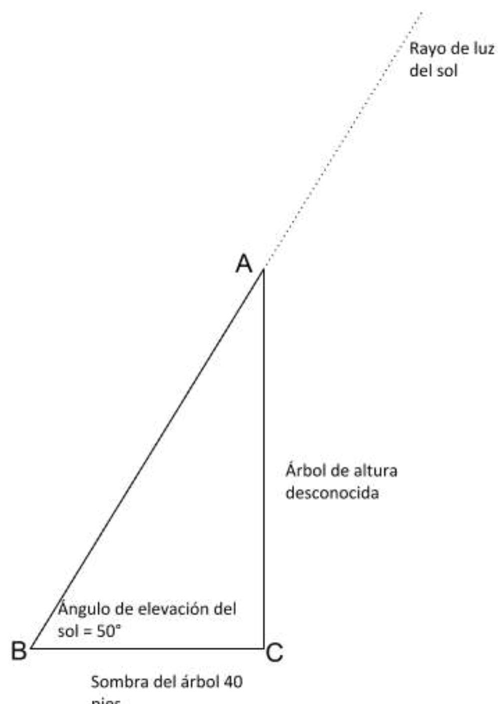
Actividad para Consolidar Comprensión

Parte 1: Escoge un lado

Andrea y Bonita descansan bajo su árbol favorito antes de tomar una caminata admirando la naturaleza por una colina. Ambas chicas han estado estudiando trigonometría en la escuela, y ahora parece que ven triángulos rectángulos por todas partes. Por ejemplo, Andrea nota la longitud de la sombra del árbol bajo el que se sientan y se pregunta si pueden calcular la altura del árbol simplemente midiendo la longitud de su sombra.

Bonita piensa que también necesitan saber la medida de un ángulo, por lo que revisa una aplicación en su teléfono y descubre que el ángulo de elevación del sol en la ubicación actual y la hora del día es de 50°. Mientras tanto, Andrea se ha alejado de la sombra del árbol y descubre que mide 40 pies de largo.

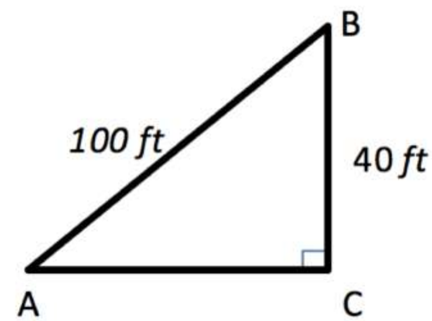
1. ¿Cómo podrían Andrea y Bonita usar esta información, junto con su conocimiento de las proporciones trigonométricas, para calcular la altura del árbol? (Andrea y Bonita saben que pueden encontrar el valor de cualquier proporción trigonométrica que se necesite de cualquier ángulo agudo usando una calculadora).



Parte 2: ¿Cuál es tu ángulo?

Después de descansar, Andrea y Bonita salieron a caminar por la ladera de la colina. Andrea decidió estirarse antes de subir la colina, mientras que Bonita pensó que sería un buen momento para tomar ventaja en la caminata. Una vez que Bonita estaba a 100 pies de distancia de Andrea, se detuvo para tomar un descanso y miró su GPS que le decía que había caminado 100 pies y que ya había aumentado su elevación en 40 pies. Como disponía de un poco de tiempo, Bonita anotó las proporciones trigonométricas para ∠A y para ∠B.

2. Nombra las proporciones trigonométricas para ∠A y ∠B.



Cuando Andrea la alcanzó, ella dijo: "¿Qué pasa con las medidas de ángulo desconocido? Cuando estaba en la parte inferior y miraba hacia arriba para verte, estaba pensando en la medida del ángulo hacia "arriba" de mí hacia ti. De acuerdo con tu imagen, esto sería ∠A."

Bonita escribió la proporción trigonométrica sen $A = \frac{40}{100}$ y preguntó: "Entonces, ¿cómo encontramos el ángulo A?" Juntas, las chicas hablaron que era como pensar al revés: en lugar de conocer un ángulo y usar sus calculadoras para encontrar una proporción trigonométrica como lo hacían mientras trabajaban en la altura del árbol, ahora sabían la proporción trigonométrica y necesitaban encontrar el valor de un ángulo desconocido. Bonita nota el botón $sen^{-1}(\theta)$ en su calculadora y se pregunta si esto podría funcionar como un botón de "proporción trigonométrica inversa", deshaciendo la proporción para producir el ángulo. Ella decide probarlo, y produce el siguiente resultado en su calculadora:

$$\text{sen}\, A = \frac{40}{100}$$
$$sen^{-1}\left(\frac{40}{100}\right) = 23.578°$$
$$\text{sen}(23.578°) = 0.4$$

3. ¿Cómo podría esto convencer a Bonita de que su suposición sobre la calculadora era correcta?

4. Usa la relación trigonométrica que encontraste para cos B para encontrar el valor de ∠B.

5. Encuentra todos los valores desconocidos para el siguiente triángulo rectángulo:

a) $\angle\alpha =$ _____

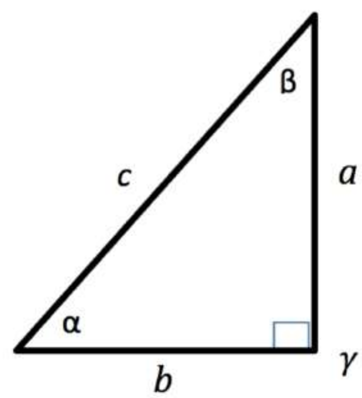
b) $\angle\beta =$ _____

c) $\angle\gamma =$ <u>90°</u>

d) $a =$ <u>*12 m*</u>

e) $b =$ <u>*8 m*</u>

f) $c =$ _____



6. Bonita y Andrea comenzaron a hablar sobre todas las formas de encontrar valores desconocidos en triángulos rectángulos y decidieron hacer una lista. ¿Qué crees que debería estar en su lista? Se específico y preciso en tu descripción. Por ejemplo, proporciones trigonométricas' no es lo suficientemente específico. Puede usar los siguientes inicios de oraciones para ayudar con la escritura de cada elemento en tu lista:

Cuando se te da ___________________________, puedes encontrar _____________________________

al _______________________________.

Parte 3: Ángulo de elevación y ángulo de depresión

Durante su caminata, Andrea mencionó que levantó la vista para ver a Bonita. En matemáticas, cuando miras al frente, decimos que tu línea de visión es una línea horizontal. Desde la línea horizontal, si miras hacia arriba, el ángulo desde la horizontal a tu línea de visión se llama **ángulo de elevación**. Del mismo modo, si miras hacia abajo, el ángulo desde la horizontal a tu línea de visión se llama **ángulo de depresión.**

7. Después de esta descripción, Andrea mencionó que su ángulo de elevación para ver a Bonita era de aproximadamente 23.5 °. Ambas estuvieron de acuerdo. Bonita luego dijo que su ángulo de depresión para ver a Andrea era de aproximadamente 66.5 °. Andrea estuvo de acuerdo en que era un ángulo de depresión, pero dijo que el ángulo de depresión de Bonita también era también de 23.5 °. ¿Quién crees que está en lo correcto? Usa dibujos y palabras para justificar tu conclusión.

8. ¿A qué conclusión puedes llegar con respecto al ángulo de depresión y el ángulo de elevación? ¿Por qué?

PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO

Nombre Periodo Fecha

PREPARACIÓN

Tema: Modelado de problemas del mundo real con triángulos

Para cada historia presentada a continuación, dibuja una imagen de la situación y etiqueta la mayor cantidad posible de la imagen. No es necesario responder la pregunta o encontrar los valores que faltan, simplemente representa la situación con un dibujo.

1. Jill pone una escalera contra la casa para tratar de alcanzar un foco que está fundido y necesita ser cambiado. Ella sabe que la escalera mide 10 pies de largo y la distancia desde la base de la casa hasta la parte inferior de la escalera es de 4 pies.

2. Francis es un piloto de un avión que vuela a una altura de 3.000 pies cuando el avión comienza su descenso hacia el suelo. Si el ángulo de descenso del avión es 15°. ¿Cuánto más volará el avión antes de que esté en el suelo?

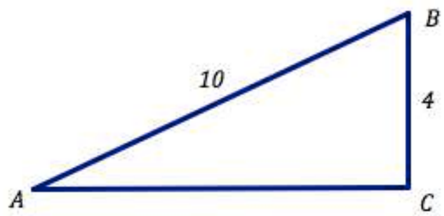
3. Abby está de pie en lo alto de un rascacielos muy alto y mira a través de un telescopio el paisaje que la rodea. El ángulo de declive en el telescopio dice 35°. y Abby sabe que está a 30 pisos de altura y cada piso mide 15 pies. ¿Qué tan lejos de la base del edificio está el objeto que Abby está mirando?

PRÁCTICA

Tema: Resolución de triángulos usando proporciones trigonométricas

En cada triángulo, encuentra los ángulos y lados faltantes.

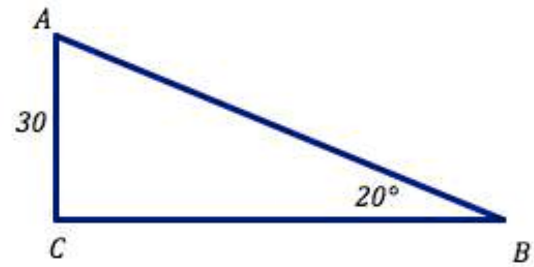
4.



$m\angle A =$ $m\angle B =$

$m\angle C = 90^o$ $AC =$

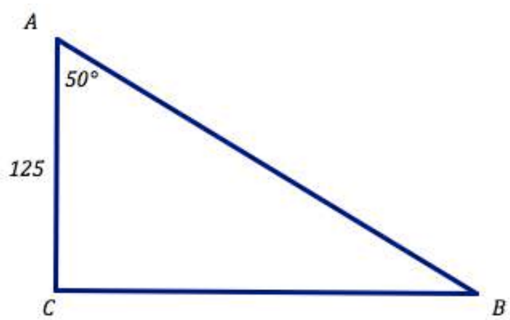
5.



$m\angle A =$ $AB =$

$m\angle C = 90^o$ $BC =$

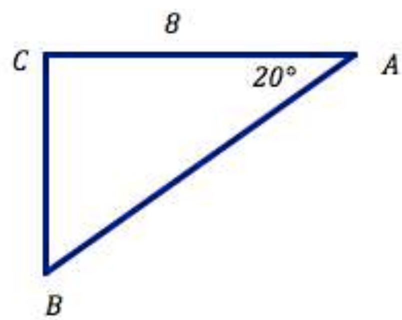
6.



$AB =$ $m\angle B =$

$m\angle C = 90^o$ $BC =$

7.



$AB =$ $m\angle B =$

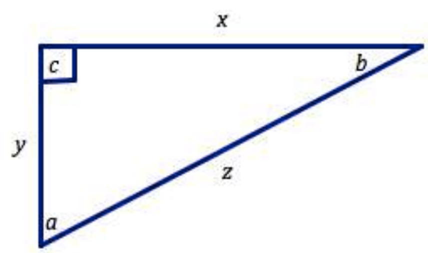
$m\angle C = 90^o$ $BC =$

RENDIMIENTO

Tema: Proporciones trigonométricas

Usa el triángulo rectángulo dado para identificar las proporciones trigonométricas y los ángulos cuando sea posible.

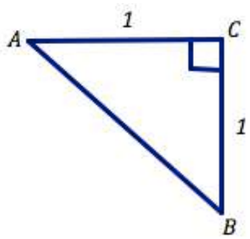
8.



$\text{sen}(a) =$ $\cos(a) =$ $\tan(a) =$

$\text{sen}(b) =$ $\cos(b) =$ $\tan(b) =$

9.

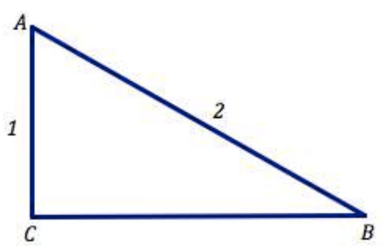


$\text{sen}(A) =$ $\cos(A) =$ $\tan(A) =$

$\text{sen}(B) =$ $\cos(B) =$ $\tan(B) =$

m∠A= m∠B=

10.



$\text{sen}(A) =$ $\cos(A) =$ $\tan(A) =$

$\text{sen}(B) =$ $\cos(B) =$ $\tan(B) =$

m∠A= m∠B= m∠C= 90°

6. 11 Resolver Triángulos Rectángulos usando Relaciones Trigonométricas

Actividad para Practicar Comprensión

I. Para cada problema:

- ***hacer un dibujo***
- ***escribir una ecuación***
- ***resolver (no olvides incluir unidades de medida)***

1. Carrie coloca una escalera de 10 pies contra una pared. Si la escalera forma un ángulo de 65° con la superficie del suelo, ¿a qué altura de la pared está la parte superior de la escalera?

2. Un asta de bandera produce una sombra de 15 pies de largo. El ángulo de elevación del sol en este momento es de 40°. ¿Qué altura tiene el asta de la bandera?

3. En el sur de California, hay una sección de seis millas de la Interestatal 5 que aumenta 2.500 pies en elevación. ¿Cuál es el ángulo de elevación?

4. Un globo de aire caliente se encuentra a 100 pies por encima de donde planea aterrizar. Sarah está conduciendo para encontrar el globo cuando aterrice. Si el ángulo de elevación al globo es de 35°, ¿qué tan lejos está Sara del lugar donde aterrizará el globo?

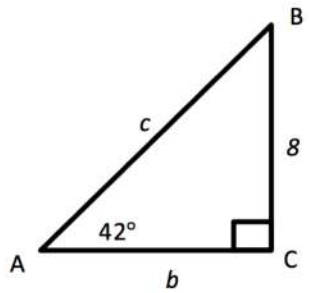
5. Un avión está descendiendo a medida que se acerca al aeropuerto. Si el ángulo de depresión del avión al suelo es de 7°, y el avión está a 2.000 pies sobre el suelo, ¿cuál es la distancia desde el avión al aeropuerto?

6. Michelle está a 60 pies de distancia de un edificio. El ángulo de elevación a la parte superior del edificio es de 41°. ¿Qué tan alto es el edificio?

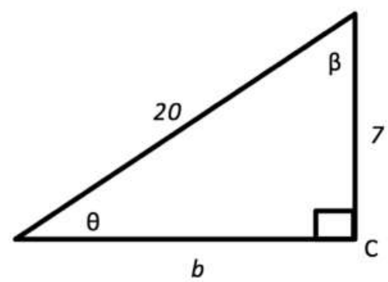
7. Una rampa se utiliza para cargar equipo desde un muelle a un barco. La rampa mide 10 pies de largo y el barco es 6 pies más alto que el muelle. ¿Cuál es el ángulo de elevación de la rampa?

II. **Para *cada triángulo rectángulo a continuación, encuentra todas las longitudes y medidas de ángulo desconocidas:***

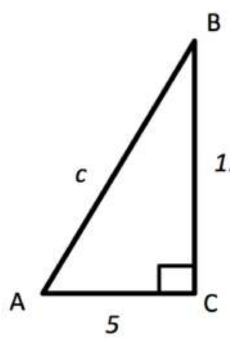
8.



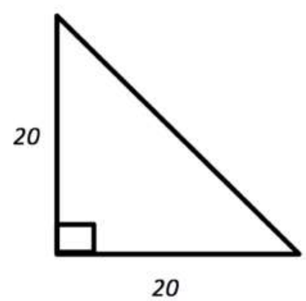
9.



10.



11.



12. Dibuja y encuentra las medidas de ángulo faltantes del triángulo rectángulo cuyos lados miden 4, 6 y 8.

III. Determina los valores de las dos proporciones trigonométricas restantes cuando se te dé una de las proporciones trigonométricas.

13. $\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$

14. $\tan(\theta) = \frac{8}{3}$

15. $\text{sen}(\beta) = \frac{4}{7}$

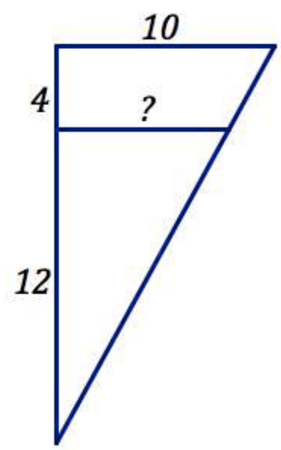
PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO | Nombre | Periodo | Fecha

PREPARACIÓN

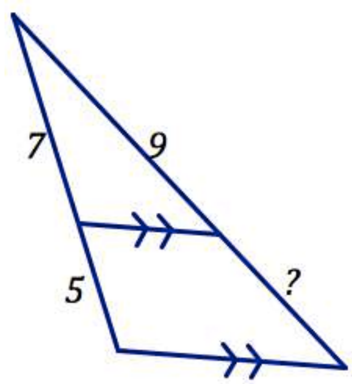
Tema: Triángulos similares y relaciones proporcionales con líneas paralelas

Basado en cada conjunto de triángulos o líneas paralelas, crea una proporción y resuélvela para encontrar los valores faltantes.

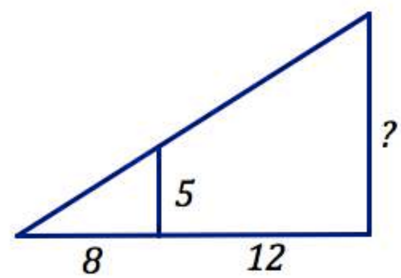
1.



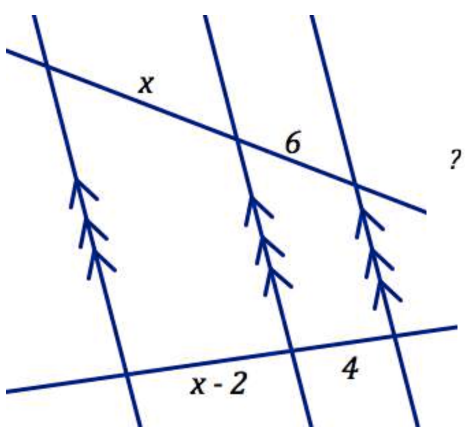
2.



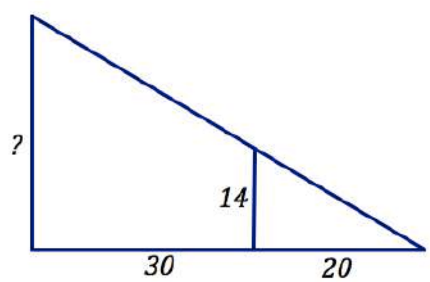
3.



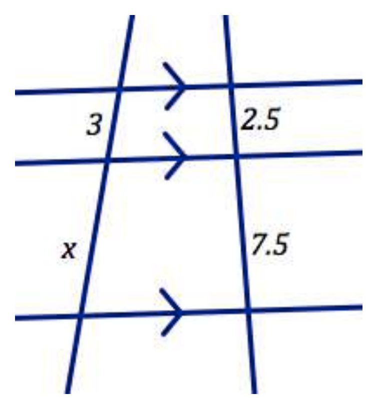
4.



5.



6.



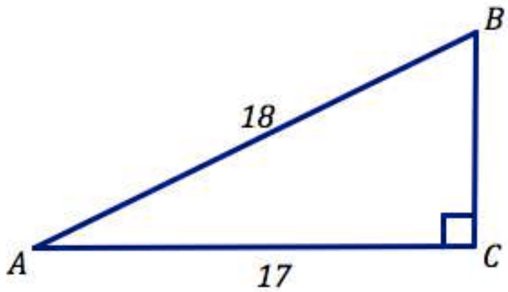
Need help? Visit **www.rsgsupport.org**

PRÁCTICA

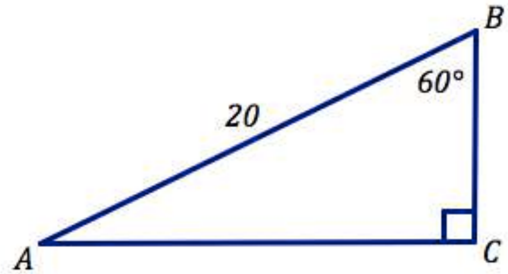
Tema: Resolución de triángulos con proporciones trigonométricas y el teorema de Pitágoras

Resuelve cada triángulo rectángulo. Proporciona los lados y los ángulos faltantes.

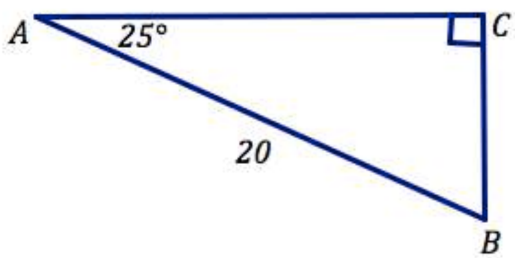
7.



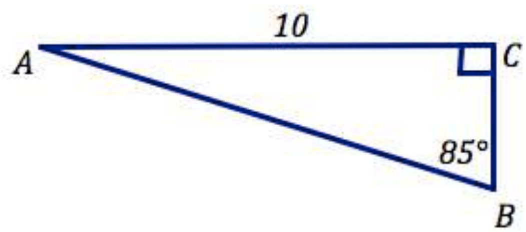
8.



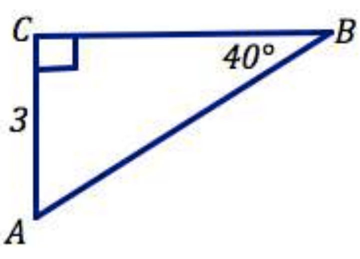
9.



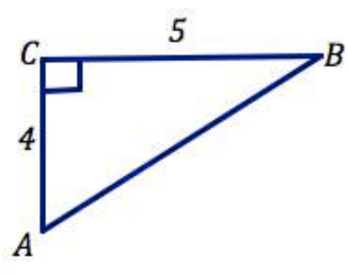
10.



11.



12.



Need help? Visit **www.rsgsupport.org**

Usa la proporción trigonométrica dada para dibujar un triángulo rectángulo y resolver el triángulo.

13. $\text{sen}(A) = \frac{1}{2}$

14. $\cos(B) = \frac{3}{5}$

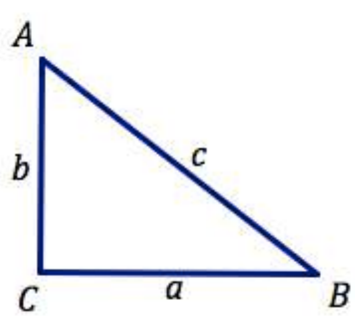
15. $\tan(B) = \frac{6}{7}$

16. $\text{sen}(B) = \frac{7}{10}$

17. $\cos(A) = \frac{5}{8}$

18. $\tan(A) = \frac{4}{15}$

Usa el triángulo rectángulo a continuación para determinar cuáles de los siguientes son equivalentes.



19. $\text{sen}(A)$
20. $\cos(A)$
21. $\tan(A)$
22. $\text{sen}(B)$
23. $\cos(B)$
24. $\tan(B)$
25. $\frac{\text{sen}(A)}{\cos(A)}$
26. $\frac{1}{\tan(A)}$
27. 1
28. $a^2 + b^2$
29. c^2
30. $sen^2(\text{B})+cos^2(B)$

Need help? Visit **www.rsgsupport.org**

RENDIMIENTO

Tema: Aplicación de proporciones trigonométricas e identidades para resolver problemas

Resuelve cada problema. Haz un dibujo de la situación.

31. Mark está construyendo un montículo de lanzador a su hijo para que pueda practicar para su próxima temporada de béisbol en el patio de atrás. Mark sabe que la liga requiere una inclinación de 12° y una elevación de 8 pulgadas de altura. ¿Cuál debe ser la longitud del frente del montículo del pitcher?

32. Susan está diseñando una rampa para sillas de ruedas. Las rampas para sillas de ruedas requieren una pendiente de no más de 1 pulgada de altura por cada 12 pulgadas de longitud de la rampa. Susan quiere determinar cuánta distancia horizontal una rampa de 6 pies de longitud abarcará. Ella también quiere saber el grado de inclinación desde la base de la rampa hasta el suelo.

33. Michael está diseñando una casa con un techo con una inclinación de 5 pulgadas. La inclinación del techo es la cantidad de pulgadas que se elevará un techo por cada 12 pulgadas de longitud. ¿Cuál es el ángulo que deberá usarse para construir los soportes para el techo? ¿Cuál es el ángulo de un techo con un aumento de inclinación de 5/12 pulgadas? En la cima del techo, ¿qué ángulo habrá cuando la parte delantera y la trasera del techo se junten?